

SÉMINAIRE DE PROBABILITÉS (STRASBOURG)

M. MALRIC

Correction : « Filtrations quotients de la filtration brownienne »

Séminaire de probabilités (Strasbourg), tome 36 (2002), p. 492

http://www.numdam.org/item?id=SPS_2002_36_492_0

© Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York, 2002, tous droits réservés.

L'accès aux archives du séminaire de probabilités (Strasbourg) (<http://portail.mathdoc.fr/SemProba/>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

*Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
http://www.numdam.org/*

CORRECTION AU VOLUME XXXV

M. Malric

Laboratoire de Probabilités et Modèles Aléatoires
Université Paris VI
4 place Jussieu
75252 PARIS Cedex 05

Je remercie C. Leuridan, qui m'a signalé une imprécision dans la note *Filtrations quotients de la filtration brownienne* (volume XXXV, pages 260–264) : si Γ est un sous-groupe de $\mathbb{O}(d)$, la définition de la filtration quotient \mathcal{F}/Γ varie au fil des pages, celle du bas de la page 260 n'étant jamais utilisée, et celle qui sert à établir les propositions 1, 2 et 3 n'étant pas tout à fait la même que celle qui intervient dans la démonstration de la proposition 4.

La définition de \mathcal{F}/Γ utilisée dans les propositions 1, 2 et 3 est en fait la suivante :

DÉFINITION 1. — Une v.a. X sur $(\Omega, \mathcal{A}, \mathbb{P})$ est \mathcal{F}_t/Γ -mesurable s'il existe une v.a. Y qui soit \mathcal{F}_t -mesurable, Γ -invariante (au sens où $Y(\omega) = Y(h(\omega))$ pour tout $(\omega, h) \in \Omega \times \Gamma$), et presque partout égale à X .

Alors que la définition qui fait marcher la démonstration de la proposition 4 est celle indiquée en haut de la page 261 :

DÉFINITION 2. — Une v.a. X sur $(\Omega, \mathcal{A}, \mathbb{P})$ est \mathcal{F}_t/Γ -mesurable si X est \mathcal{F}_t -mesurable et si, pour chaque $h \in \Gamma$, on a l'égalité presque sûre $X = X \circ h$.

La seule définition raisonnable, celle qu'il faut utiliser tout au long de la note, est la définition 2. Les propositions 1, 2 et 3 restent vraies avec cette définition, tout simplement parce que les groupes considérés sont fermés dans $\mathbb{O}(d)$, donc compacts, et que, dans ce cas, les deux définitions sont équivalentes. En effet, un groupe compact admet une probabilité invariante μ (mesure de Haar), et il ne reste qu'à appliquer la technique classique de production d'objets invariants par moyennisation sous l'action du groupe : si une v.a. bornée X vérifie les conditions de la définition 2, en posant

$$Y = \int_{\Gamma} X \circ h \mu(dh),$$

on a $Y = Y \circ h$ pour tout $h \in \Gamma$ par invariance de la mesure de Haar; et, puisque $|Y - X| = |\int_{\Gamma} (X \circ h - X) \mu(dh)| \leq \int_{\Gamma} |X \circ h - X| \mu(dh)$, le théorème de Fubini donne $\mathbb{E}[|Y - X|] = 0$, et la définition 1 est satisfaite également. La réciproque (X vérifie la définition 1 \Rightarrow X vérifie la définition 2) est triviale.

L'équivalence des deux définitions vaut pour tout sous-groupe de $\mathbb{O}(d)$ admettant une mesure de Haar, par exemple tout groupe Γ borélien non négligeable pour la mesure de Haar de son adhérence $\overline{\Gamma}$.