SÉMINAIRE DE PROBABILITÉS (STRASBOURG)

PAUL-ANDRÉ MEYER

Corrections aux inégalités de Littlewood-Paley

Séminaire de probabilités (Strasbourg), tome 10 (1976), p. 162-163

<http://www.numdam.org/item?id=SPS_1976__10__162_0>

© Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York, 1976, tous droits réservés.

L'accès aux archives du séminaire de probabilités (Strasbourg) (http://portail.mathdoc.fr/SemProba/) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (http://www.numdam.org/conditions). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
http://www.numdam.org/

Université de Strasbourg
Séminaire de Probabilités 1975/76

CORRECTION AUX " INEGALITES DE LITTLEWOOD-PALEY "

par P.A.Meyer

Marc YOR vient de me signaler que la démonstration du théorème 1 de l'exposé II est insuffisante. Le lemme de KUNITA-WATANABE (p. II.4, lemme 3) est énoncé avec un optimisme excessif : pour vérifier qu' une martingale M de carré intégrable nulle en 0 est nulle, il ne suffit pas de vérifier qu'elle est orthogonale aux martingales C^f, f parcourant un ensemble plein $\underline{\underline{H}}$ contenu dans $\underline{\underline{D}}(A)$: il faut vérifier qu'elle est orthogonale aux martingales C^{f_q} , où $f_q=U_q f$, $q>0$, $f\in\underline{\underline{H}}$.

En conséquence, je sais démontrer seulement l'équivalence des propriétés 1) et 3) du théorème 1 (et en déduire le théorème 2). Si l'on continue à dire que (P_t) possède un opérateur carré du champ lorsque ces propriétés sont satisfaites, la vérification de cette propriété ne peut plus se faire au moyen d'une algèbre pleine contenue dans $\underline{\underline{D}}(A)$.

Heureusement, cela ne touche pas l'essentiel des exposés : il est classique que les semi-groupes de convolution admettent un opérateur carré du champ (ici, l'algèbre des fonctions C^∞ bornées ainsi que toutes leurs dérivées de tous les ordres est contenue dans $\underline{\underline{D}}(A)$, pleine, et stable par la résolvante, de sorte que la démonstration du th.1 s'applique avec le lemme de KUNITA-WATANABE correctement recopié). D'autre part, le critère douteux pour l'existence de l'opérateur carré du champ n'a été utilisé qu'une fois, dans le corollaire au lemme 6, qui peut s'énoncer ainsi :

Si deux semi-groupes (P_t) et (Q_t) admettent un opérateur carré du champ, il en est de même de leur produit $P_t\otimes Q_t$.

Cela peut se démontrer directement. Il suffit d'abord de prouver que pour toute loi $P^X\otimes Q^Y$, toute martingale de la forme $Z_t=E[Z|\underline{\underline{F}}_t\otimes\underline{\underline{G}}_t]$ a un processus croissant $<\ ,\ >$ absolument continu par rapport à la mesure de Lebesgue dt . Par un argument de convergence dans L^2 , on se ramène au cas où Z=MN, où M est $\underline{\underline{F}}_\infty$-mesurable, N $\underline{\underline{G}}_\infty$-mesurable. La martingale $E[Z|\underline{\underline{F}}_t\otimes\underline{\underline{G}}_t]$ est alors le produit M_tN_t des martingales (indépendantes, donc orthogonales, et sans sauts communs) $M_t=E[M|\underline{\underline{F}}_t]$ et $N_t=E[N|\underline{\underline{F}}_t]$ Alors une application de la formule d'ITO donne

$$M_t^2N_t^2 = \text{martingale} + \int_0^t (M_{s-}^2 d\langle N,N\rangle_s + N_{s-}^2 d\langle M,M\rangle_s) + \sum_0^t (M_{s-}^2\Delta N_s + N_{s-}^2\Delta M_s)$$

et par compensation

$$d\langle Z,Z\rangle_s = M_{s-}^2 d\langle N,N\rangle_s + N_{s-}^2 d\langle M,M\rangle_s$$

d'où il résulte que, si $\langle M,M\rangle$ et $\langle N,N\rangle$ sont absolument continus par rapport à dt, il en est de même de $\langle Z,Z\rangle$.