

# SÉMINAIRE DE PHILOSOPHIE ET MATHÉMATIQUES

PHILIPPE BOUDON

## Architecturologie

*Séminaire de Philosophie et Mathématiques*, 1985, fascicule 2  
« Architecturologie », , p. 1-18

[http://www.numdam.org/item?id=SPHM\\_1985\\_\\_2\\_A1\\_0](http://www.numdam.org/item?id=SPHM_1985__2_A1_0)

© École normale supérieure – IREM Paris Nord – École centrale des arts et manufactures,  
1985, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la série « Séminaire de philosophie et mathématiques » implique  
l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute  
utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale.  
Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques  
<http://www.numdam.org/>

## “ ARCHITECTUROLOGIE ”

N'étant ni philosophe ni mathématicien ma présence ici serait sans doute saugrenue si l'architecture n'avait quelque chose à voir avec les mathématiques et avec la philosophie ou du moins si on n'était amené, en s'occupant d'architecture, à rencontrer les mathématiques et la philosophie.

Mais qu'ont elles à voir ?

Poser une telle question n'est pas habituel. Et à vrai dire ce n'est pas une question d'architecture que de savoir ce qu'elles ont à voir (ou n'ont pas à voir tout aussi bien). D'abord, mathématiques et philosophie, malgré leurs différences, ont en commun de viser une connaissance. L'architecte, lui, n'a pas pour objet de viser une connaissance, fut-ce une connaissance de l'architecture, mais bel et bien de produire de l'architecture, de construire des bâtiments ou sinon d'en construire au moins d'en concevoir. Certes, pour ce faire, il étudie l'architecture, il en a bien une "connaissance" mais, de même que le sujet parlant connaît sa langue sans pour autant qu'il soit linguiste et qu'il ait une connaissance de la langue du type de celle que vise le linguiste, de même l'architecte connaît l'architecture sans pour autant s'assigner d'en produire une connaissance. Or dès qu'on mène ce genre de réflexion on n'est déjà plus tellement dans l'architecture, on rencontre quelque chose comme la philosophie et c'est d'ailleurs un philosophe qui l'a le mieux exprimé, Descartes, en écrivant ceci : "car bien qu'il n'y ait point d'architecte qui n'ait considéré, ou qui n'ait pu considérer qu'il savait l'art de bâtir, c'est pourtant une chose manifeste que cette considération ne lui est pas nécessaire".

Et cette connaissance, tout au moins cette visée ou ce projet de connaissance de l'architecture est ce qu'on peut entendre sous le terme que j'emploie d'architecturologie : tel est le terme par lequel j'ai eu l'audace d'intituler mon exposé. Audacieux en effet car la langue est un fait social et les mots le sont aussi et par conséquent il est toujours plus ou moins audacieux sinon téméraire d'en proposer un. Au demeurant, celui dont il s'agit -"architecturologie"- est classiquement constitué et l'on peut vite comprendre qu'il pourrait signifier "étude de l'architecture" sans aller d'emblée chercher les difficultés -philosophiques- que le suffixe logie

formé à partir de logos pourrait entraîner, sans non plus s'embarasser de la connotation de scientificité qu'il peut éventuellement véhiculer. Signifiant doté d'un signifié plausible, ce mot n'a pas de raison, à priori, de ne pas exister.

Or je lisais curieusement, récemment, dans un petit fascicule destiné à promouvoir le bon usage de la langue française chez les lycéens et intitulé "Pièces du langage" ceci, qui m'a paru curieux : "aborigène" synonyme d'autochtone, d'indigène. Surtout, se garder de prononcer "arborigène" mot qui, s'il existait, signifierait "qui engendre des arbres". Il faut en conclure qu'un mot peut ne pas exister même si un signifiant correctement formé et un signifié plausible peuvent constituer les deux faces d'un signe. Que faut-il donc au-delà de signifiant et du signifié pur qu'un mot "existe", sans doute l'usage. Or il n'est pas d'usage d'étudier l'architecture au moins au sens où l'on en viserait une connaissance pour elle-même et une connaissance autre que celle qui accompagne normalement le souci pratique de produire des objets architecturaux, quel que louable que soit ce souci et quelle que soit également la qualité des objets obtenus dans cet ordre pas plus qu'il n'est d'usage d'apprendre une langue en faisant de la linguistique. Ce n'est d'aucune nécessité. Mais à l'inverse il serait ridicule au titre de l'efficacité d'empêcher quiconque de se vouer à des études linguistiques.

Certes une dimension de cet usage est d'ordre historique. Le point de vue linguistique n'était pas d'usage pourrait-on dire avant le 19ème siècle et il a fallu certaines conditions, comme on dit parfois, pour que la linguistique existe. Or sans m'attarder sur cette question il me semble important de signaler qu'en ce qui concerne une "architecturologie", un double contexte fait qu'il ne devrait pas être interdit d'y penser. D'abord la linguistique elle-même montre qu'un produit humain, le langage, peut-être objet de connaissance -à ce titre pourquoi pas l'architecture- ensuite certains auteurs, savants, chercheurs, peu importe, pensent à la possibilité de "sciences de la conception" ou "sciences de l'artificiel" comme le dit Herbert Simon l'auteur, prix Nobel, de l'ouvrage précisément intitulé "les sciences de l'artificiel" ; et au titre de la conception d'objets artificiels, l'architecture entre de plein droit dans les objets de telles sciences. Reste que sur ce point, l'hypothèse de l'architecturologie est de pouvoir étudier l'architecture dans sa spécificité tandis que les sciences de l'artificiel postulent ce que peuvent avoir en commun la conception d'un bâtiment, d'une symphonie, d'une entreprise ou d'un moteur. Les point de vue ne sont donc pas antinomiques mais plutôt complémentaires. Dans le

fond l'hypothèse de l'architecturologie est plus modeste : essayer de dire quelque chose de la conception architecturale.

Voilà pour m'expliquer sur ce mot d'"architecturologie" que j'ai utilisé comme titre de cet exposé, maintenant il faudrait parler de la chose

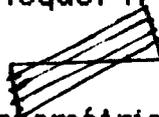
La première question que l'on rencontre, la plus fondamentale, et sans doute la dernière à laquelle on puisse répondre s'agissant d'étudier un objet, en l'occurrence l'architecture, est de se demander quel est cet objet. Un architecte comme Boffill pourra bien nous dire "l'architecture c'est de la géométrie" nous pourrions l'accepter comme proposition floue mais nous ne pourrions sûrement pas la prendre au pied de la lettre. Et il ne viendrait à l'idée d'aucun géomètre d'aller chercher un architecte pour résoudre un problème ou pour penser un théorème !

Nous ne serons pas plus avancés par telle ou telle autre définition de l'architecture, par un architecte aussi génial soit-il, par exemple la définition de Le Corbusier, bien connue, qui veut que l'architecture soit "le jeu savant, correct et magnifique, des volumes assemblés sous la lumière". Là encore, prise à la lettre, la définition conviendrait tout aussi bien au jeu des volumes d'une montagne sous la lumière. Il est vrai que Le Corbusier dit jeu "savant" : mais savant de quelle science ? C'est justement la question.

On trouverait des kyrielles de telles définitions de l'architecture chez les architectes, toutes plus belles les unes que les autres, mais toutes aussi inconsistantes en tant que définitions. Il arrive aussi à Le Corbusier de parler d'architecture comme géométrie. Il lui est arrivé encore à propos de géométrie d'énoncer ceci : "un violon, une chaise, sont de géométrie amoindrie, la ville est de pure géométrie". Qu'est-ce à dire ? Loin de moi l'idée de dire qu'un tel propos n'a pas de signification et même qu'il ne soit opératoire dans la pratique de l'architecte : il suffit de mettre en regard le plan Voisin de Le Corbusier pour Paris pour sentir ce qu'il veut dire sinon pour comprendre ce qu'il veut dire. Il s'agit seulement

de constater que si l'on veut en savoir plus sur l'architecture de telles propositions ne nous apprennent rien.

Par contre, si l'on a un petit doute philosophique, on peut se dire "après tout, certes l'architecture n'est pas la géométrie et l'on sait bien que même l'architecte qui énonce que l'architecture est de la géométrie n'est pas dupe de son énoncé, mais en quoi différent-elles ?" Dans le fond la question est gênante et pour cela intéressante. C'est une question difficile comme en témoigne le travail de Granger sur le cas d'un Desargues dont la figure se situe sur la frange de la pratique de l'architecte, ou du moins du tailleur de pierres et du théoricien mathématicien inventant la géométrie descriptive. Démêler chez Desargues ce qui est de l'ordre du théorique et du pratique, coupe des pierres ou géométrie descriptive n'est sans doute pas une question épistémologique simple. Pas plus que ne l'est de démêler dans le cas de l'invention de la perspective par Brunelleschi la question de savoir s'il s'agit d'une pratique ou d'un savoir théorique et encore de quel ordre, géométrie, peinture ou architecture ? Je ne me hasarderai pas sur ce genre de questions, sur lesquelles se penchent des spécialistes. Je les résumerai par un dessin de Philibert Delorme : celui par lequel il montre comment diviser un segment en cinq parties égales.



Ici, l'architecte fait-il de la géométrie ou de l'architecture ? Et s'il ne fait pas de la géométrie (il ne démontre aucun théorème il s'agit en quelque sorte d'une recette) que fait-il, et comment nommer cette "sorte de géométrie qui n'en est pas" qui court à travers l'architecture ?

Tout aussi bien pourrait-on prendre le cas de Villard de Honnecourt indiquant le moyen de tracer un carré de surface moitié d'un autre ou montrant comment tracer l'arc "en tiers-point".



Cette proximité de l'architecture et de la géométrie a bien été sentie par Focillon lorsqu'il écrit s'agissant de l'architecture que "les relations des chiffres et des figures permettent d'entrevoir une science de l'espace qui, peut-être fondée sur la géométrie, n'est pas la géométrie pure". Evidemment le terme de "science" est ici à prendre au sens métaphorique que peut lui donner un historien d'art.

Or il m'a paru heuristique, dans la visée d'une

architecturologie de me demander en quoi l'architecture et la géométrie, dès lors que l'on posait l'une et l'autre comme pensées de l'espace pouvaient différer. Et, plutôt que de sombrer dans l'identification excessive ou dans la différence radicale, je me suis interrogé sur ce qui pouvait être le lieu de cette différence. Il m'est apparu -laissant de côté le fait (qui n'est pas sans importance mais qui n'a pas d'intérêt ici-même) que la géométrie est visée de connaissance tandis que l'architecture, comme je l'ai dit, est visée d'une production- qu'une différence fondamentale résidait en ce que la pensée de l'espace du géomètre était la pensée d'un espace sans échelle, tandis que celle de l'architecture se développait, par nécessité, dans un espace doté d'une échelle, et ce, hors du fait que la visée de l'une puisse être pratique et l'autre théorique si l'on veut.

Ainsi le raisonnement que le géomètre pourra tenir sur le cube, quel que soit ce raisonnement, ne sera pas dépendant, de quelque manière que ce soit, de la taille de ce cube. A l'inverse, il n'est pas pensable qu'un architecte au travail puisse penser un cube sans que ce cube soit pensé comme ayant une dimension, même si cette dimension est encore une dimension approchée, et quelle que soit la façon dont elle est approchée.

Telle observation peut expliquer que l'on puisse trouver des photos d'Eiffel posant fièrement à côté d'un tétraèdre ou d'Alexander Graham Bell, non moins fièrement assis sur un ensemble de tétraèdres formant une structure assez solide pour le supporter, même si ultra-légère. Car le tétraèdre, corps platonicien, n'était pas inconnu des grecs et il faut donc supposer l'existence d'autre chose que d'un corps géométrique purement et simplement (si je puis dire) pour justifier la fierté de Bell ou d'Eiffel sur ces photos. La raison en est à mon sens que ces tétraèdres ou ensembles de tétraèdres sont autre chose que des corps géométriques. Entre le tétraèdre, objet géométrique, et le tétraèdre réalisé et photographié, la différence est -soit dit sans jeu de mot- de "taille". Et, avant d'être réalisé, même si le tétraèdre a quelque forme géométrique qui n'est évidemment pas pour rien dans le travail de celui qui cherche à le réaliser, il est exclus de penser que la taille qu'il aura, une fois réalisé, ne soit prise en compte d'une manière ou d'une autre dans la pensée même de la conception au travail. Comme l'a bien dit Viollet-le-Duc: en architecture 200 n'est pas à 400 comme 2 est à 4. En architecture contrairement à ce que donneraient à penser les traités qui se sont tant et tant étendus sur des questions de proportions, il y a de l'échelle les proportions du cube ne donnent point son échelle.

Le cas du tétraèdre permet sans doute aussi de comprendre pourquoi Viollet-le-Duc éprouve le besoin de préciser que l'arc ogif, par exemple, n'est pas une forme géométrique. Il ne suffit pas qu'existe une forme géométrique (et d'abord qu'est-ce qu'une forme géométrique ?) d'"ogive" pour qu'existe en effet l'ogive : "Le compas étant inventé, dit Viollet-le-Duc, les intersections de cercles étaient trouvées, par conséquent la figure appelée ogive. Ce n'est donc pas l'origine de la figure qu'il importe de rechercher, mais l'origine de son application à la construction... Or, on trouve bien des ogives des formes d'ogives dans l'antiquité mais, nous dit Viollet-le-Duc "la forme ogivale n'est alors qu'une fantaisie de constructeur, non un système".



Autrement dit l'importance de l'arc ogif réside dans son utilisation en tant que système constructif non pas en tant que modèle géométrique. En particulier il faut, bien évidemment, que les assises soient radiales et non horizontales pour que l'ogive fonctionne comme un arc, sans quoi il ne s'agit pas d'une ogive mais d'un encorbellement. Est-ce à dire pour autant que la seule capacité technique ou statique de l'ogive rende raison de cet objet? Pas tout-à-fait car Viollet-le-Duc montre à partir du croquis de Villard de Honnecourt que l'ogive intéresse celui-ci pour des raisons de standardisation et qu'avec des claveaux taillés de manière identique on pourra obtenir des arcs de largeurs différentes : arcs tiers-points entre autres. Mais ce n'est pas tout : après une longue démonstration "géométrique" Viollet-le-Duc explique l'avantage qu'à l'arc ogif de mettre en oeuvre la construction sur une surface de chantier réduite. "lorsqu'il s'agissait d'élever une cathédrale comme celle d'Amiens ou de Reims il eut fallu pour tracer grandeur d'exécution toutes les ogives

simultanément nécessaires, un emplacement plus vaste que n'était la surface occupée par le monument lui-même". Suit une démonstration de la possibilité, grâce à l'ogive, de dessiner clés et claveaux en ne disposant que d'un espace réduit. Il termine : "ce n'était donc pas au hasard que les constructeurs du Moyen-Age dans le tracé de leurs arcs brisés posaient les centres sur la ligne de base ou de naissance de ces arcs, et comme preuve de leur méthode de tracé d'ogives partielles on peut trouver que les claveaux ayant été taillés sans connaître exactement le nombre nécessaire à chacune des branches de l'arc, ou la largeur de douelle, il arrive souvent qu'au moment de fermer l'arc on pose une contre-clé très large, ou un

dernier claveau plus mince que les autres".

Et enfin "mais une figure singulière, tracée dans l'album de Villard de Honnecourt nous donne la clé de tout un système tracé d'arcs pour un édifice entier et permettant, comme dans l'exemple précédent de faire des opérations partielles avec une rigoureuse exactitude et sans avoir besoin d'arcs d'une surface considérable"

Cet exemple de l'ogive étudié par Viollet-le-Duc me paraît intéressant à plus d'un titre. Il montre que là où un architecte se pose des problèmes en apparence les plus "géométriques" se mêlent diverses contraintes à son travail à commencer par la contrainte de la taille de l'édifice, et de la surface disponible pour organiser le chantier. Quels que soient les raisonnements "géométriques" de l'architecte ils ne sont pas purs de toutes dimensions au sens de taille des objets architecturaux à penser

Mais ce qu'il faut voir en outre c'est que cette contrainte de taille n'est pas seulement le fait d'une contrainte statique. Evidemment l'ogive est un système de construction, mais ce que nous montre Viollet-le-Duc c'est qu'elle n'est pas que cela car il conclut sur l'ogive : "cà n'est pas seulement un motif de solidité qui l'a fait adopter, mais aussi un sentiment des proportions et un accord harmonique entre toutes les courbes de la voûte ; c'est une nécessité résultant de la pratique dans le tracé des épures ; c'est surtout un besoin de liberté dans la construction de ces voûtes dont on ne saurait trop étudier à fond le principe excellent puisqu'il permet toutes les combinaisons" : solidité/pratique/comboison, l'ogive est un objet surdéterminé par une multiplicité de points de vue. En d'autres termes ce que je retiens de cet exemple c'est, premièrement, que même lorsqu'il semble faire de la géométrie l'architecte a des problèmes de taille, deuxièmement que ces problèmes ne se limitent pas à ce qu'on pourrait appeler des problèmes de taille physique.

L'espace architectural est un espace qui à la différence de l'espace géométrique a une échelle, mais il ne suffit pas de considérer, comme le fit Galilée, quelque chose que pour ma part je nommerai une échelle technique. Galilée a montré qu'on ne pouvait augmenter les os du squelette en proportion. Autrement dit si le mathématicien peut penser sans problèmes un univers dont toutes les dimensions seraient multipliées par 2, le physicien sera là pour lui dire que ce n'est pas possible et il existe sur ce sujet un intéressant article de P.M. Schuhl montrant comment

Poincaré a pu tomber dans ce panneau. Certes le physicien a affaire à un espace réel doté de dimensions, comme l'architecte, et certes l'architecte ne saurait défier les lois statiques ou de résistance des matériaux propres à l'espace physique. Reste que l'architecte dans son travail agence une multiplicité d'échelles.

Prenons par exemple un gratte-ciel : il va de soi qu'on ne saurait pour des raisons techniques dépasser certaines limites de hauteur. La construction d'un gratte-ciel est donc assujettie comme le squelette de Galilée, à une échelle technique (comme la construction gothique ; matériau, système de construction etc.) . Mais le gratte-ciel peut fort bien rencontrer une autre limite . supposons que ceci soit un plan de gratte-ciel au centre un groupe d'ascenseurs. Plus le gratte-ciel sera haut plus le nombre d'ascenseurs va augmenter jusqu'à, éventuellement, égaler la surface de planchers du gratte-ciel : à l'extrême ce ne sera plus la peine de le construire si toute la surface est occupée par des ascenseurs. Il faut donc bien considérer ici une autre échelle que l'échelle technique qu'on peut conventionnellement décider d'appeler une échelle fonctionnelle intervenant à côté de l'échelle technique. Non seulement donc, le travail de l'architecte ne se développe pas dans un espace qui serait sans échelle et qui serait pensé dans l'ordre d'une similarité générale indépendante de questions de taille, ("tout change avec la grosseur" dit dans Eupalinos Valéry) mais encore c'est une multiplicité d'échelles qu'il s'agit, pour l'architecte, d'agencer.

Ce qui fait l'ogive, ce n'est pas seulement qu'elle n'est pas une pure forme géométrique dont peu importerait l'échelle, c'est que son usage architectural est surdéterminé par une multiplicité d'échelles. Une échelle économique : tailler des claveaux identiques "par milliers" comme l'écrit Viollet-le-Duc, la détermine tout autant que l'échelle technique, entendant par là la pertinence qu'il y a à donner forme d'ogive dans l'ordre de dimensions données (en même temps que de dimensions donnantes si je puis dire). Mais tout autant une échelle parcellaire savoir : une part de la pertinence de l'ogive qui tient aux dimensions du terrain. Mais surtout, l'ogive permet, comme le montre le dessin de Villard de Honnecourt lu par Viollet-le-Duc, de s'adapter à une série de dimensions différentes nécessitées par le projet architectural. En cela elle est comme un modèle peut-être, ou peut-être encore comme un algorithme, je ne sais, toujours est-il que dans son Dictionnaire d'Architecture Viollet-le-Duc a bien senti l'importance de cette question d'échelle : il y a consacré à cette notion un

article entier précisant qu'il ne fallait pas la confondre avec celle de proportion. Il a comme je l'ai dit, on ne peut plus clairement exprimé cette règle qu'en architecture on ne peut pas dire que 2 est à 4 comme 200 est à 400. Tandis que les traités d'architecture ont attaché une importance considérable à la proportion, à ma connaissance c'est seulement avec Viollet-le-Duc qu'on voit apparaître l'importance de cette notion d'échelle à côté de la notion de proportion.

Il se peut d'ailleurs que cette affaire d'échelle dépasse les problèmes d'architecture ou d'une architecturologie. Ne lit-on pas chez Valéry que "l'un des résultats capitaux de la science moderne (depuis trente ans) a été la démonstration de la non-similitude des choses dans les ordres décroissants de grandeur. On a cru longtemps écrit-il que la mécanique, les solides, le temps et l'espace "existaient" indépendamment de l'échelle". Et j'évoquais tout à l'heure la critique de Poincaré. Dans un article qui s'intitule "Thalès au pied des Pyramides" Michel Serres écrit que "Thalès invente le modèle réduit, invente l'échelle". Si le propos de Michel Serres ne m'apparaît pas contestable dans son objet général, il me semble que l'expression que "Thalès invente l'échelle" -elle- est fort contestable. Tout dépend évidemment de ce qu'on entend par ce terme. Car en même temps on peut dire que ce que Thalès invente est, précisément, la négation de la taille réelle, de la grandeur, de l'échelle telle qu'on en trouve le terme utilisé précisément par un écrivain, René Daumal et qui témoigne d'un usage radicalement opposé à celui de Michel Serres,

je passais à des considérations générales sur les symboles, que je rangeais en deux classes : ceux qui sont soumis à des règles de "proportion" seulement, et ceux qui sont soumis, en plus, à des règles d'"échelle". Cette distinction a souvent été faite. Je la rappelle pourtant : la "proportion" concerne les rapports entre les dimensions du monument, l'"échelle" les rapports entre ces dimensions et celles du corps humain. Un triangle équilatéral, symbole de la Trinité, a exactement la même valeur quelle que soit sa dimension ; il n'a pas d'"échelle". Par contre, prenez une cathédrale, et faites-en une réduction exacte de quelques décimètres de haut ; cet objet transmettra toujours, par sa figure et ses proportions, le sens intellectuel du monument, même s'il faut en examiner à la loupe certains détails ; mais il ne produira plus du tout la même émotion, ne provoquera plus les mêmes attitudes ; il ne sera plus "à l'échelle (2).

La question n'est pas ici de critiquer l'usage du terme par Michel Serres, ça n'aurait aucun intérêt hors d'une pensée magique attribuant aux mots des essences qui leur seraient attachées. Elle est de bien voir que, dans le cas de la Pyramide et de son "échelle", et dans le cas du modèle réduit et de son "échelle" (permis par les similitudes de Thalès) on n'est pas dans le même genre d'espace, espace architectural d'un côté espace géométrique de l'autre.

Dès lors, la particularité ou la spécificité de l'espace architectural n'est pas tant d'être un espace interne, pour reprendre l'idée de Focillon qu'on trouve aussi bien chez Bruno Zevi, et qui leur permet de déclarer la spécificité de l'architecture par rapport à la peinture ou à la sculpture (ce qui classe d'ailleurs l'architecture dans l'ensemble de ces "arts" de façon non critique) mais bien d'avoir des dimensions d'être "mesuré", terme qu'il s'agit ici d'utiliser dans un sens positif, même si l'on peut souhaiter qu'il soit mesuré avec harmonie. L'architecte -bon ou mauvais- doit donner des mesures à l'espace et c'est l'objet de l'architecturologie que de s'interroger sur la diversité des modalités de mesure de l'espace que peut recouvrir la conception architecturale. C'est sans doute cette diversité de modalités de mesure qui permet d'interpréter l'usage pléthorique et polysémique du terme d'échelle tel qu'on peut le trouver dans le discours des architectes. Et l'étude de cette polysémie fut un premier pas pour défricher la question des mesures de l'espace architectural. Etudiant cette polysémie j'ai pu repérer une vingtaine d'"échelles" architecturales qui sont à la fois objets et moyens d'étude pour une architecturologie (3). Et dans l'ordre de cette diversité, la définition unitaire que je donne, du point de vue architecturologique, est qu'elle est "pertinence de la mesure". J'ai cité ainsi certaines "échelles" relatives à l'ogive : technique, économique, parcellaire, ou encore fonctionnelle relativement au gratte-ciel.

Plutôt que de m'apesantir là-dessus, ce qui serait trop long, j'ai préféré revenir à la question de la géométrie puisque, ainsi que vous avez pu le constater l'architecture -ou plutôt l'architecturologie- rencontre la question de la géométrie et en même temps pour ainsi dire se constitue par différence avec elle. Il est pour la démarche architecturologique de première importance de distinguer l'espace architectural de l'espace géométrique.

Soucieux de cette phrase de Focillon que j'ai déjà citée

"science de l'espace qu'on peut entrevoir fondée sur la géométrie mais qui n'est pas la géométrie pure" je fus intéressé tout naturellement par un livre du mathématicien Jacques Nicod "La géométrie dans le monde sensible" L'auteur montre, dans ce livre qu'a préfacé Bertrand Russell, qu'au lieu d'entités abstraites telles que droites, plans, points, la géométrie pourrait s'exprimer avec la notion, plus proche de l'espace sensible de volumes. Cela coûterait plus cher en termes d'énonciation des théorèmes de la géométrie mais ne serait pas du tout impossible. Et en quelque sorte on perdrait, en simplicité de formulation des théorèmes, ce qu'on gagnerait du côté de l'usage de notions moins abstraites. Mais quel que soit l'intérêt de cet ouvrage on n'y trouve pas, malgré l'usage du terme "sensible", de rapport avec ce que j'enveloppe sous ce terme d'"échelle".

Or il se trouve qu'il y a un ouvrage de mathématiques qui comporte des questions d'échelle, l'ouvrage de B. Mandelbrot sur les "objets fractals" Il y est parlé en effet de "figures scalantes" et il est fait a priori pour intéresser l'architecturologue pour plusieurs raisons. Et outre qu'il comporte des questions d'échelle - et le terme de figure "scalante" est là pour en témoigner - dans un article de la revue Le Débat, Mandelbrot parle lui-même d'architecture.

La lecture de Mandelbrot m'a confirmé dans ma démarche architecturologique sur trois points. D'abord que le mathématicien développe son travail dans un espace sans dimensions : dans le fond une figure scalante est, par nature si j'ose dire, une figure qui franchit sans inconvénients les différents niveaux d'échelle. Ensuite, bien que le temps de "pertinence de la mesure" ne figure pas dans l'ouvrage la chose y est présente Troisièmement lorsque Mandelbrot prend l'Opéra et nous dit qu'il s'agit d'un objet scalant j'ai le sentiment d'une difficulté non sans rapport avec la façon dont la géométrie a pu venir légiférer les objets architecturaux sous l'espèce de "tracés régulateurs"...

Le premier point : Mandelbrot nous donne comme exemple de figure scalante la côte de Bretagne.

Je rappelle schématiquement son propos : soit la côte de Bretagne entre les points A et B ; il s'agit de la mesurer. Sa longueur sera supérieure à celle du segment AB. Pour améliorer la mesure on portera à partir de A une unité définie sur un compas, de longueur  $n$  et la longueur

sera reportée successivement de la pointe du compas à l'extrémité jusqu'à atteindre B et avoir une longueur  $l$  qui sera égale à  $L$  fois  $n$ . En réduisant le pas du compas on obtient à chaque fois une longueur plus importante. Et réduisant  $n$  à l'infini on finira par avoir une longueur de côté, je cite Mandelbrot, "tellement grande que l'on pourra sans inconvénient pratique la considérer comme étant infinie". Figure scalante, la côte de Bretagne l'est en ce que (je cite encore ici Mandelbrot) : "on est amené à croire qu'à l'échelle près le même mécanisme eût pu engendrer les petits aussi bien que les gros détails des côtes". Et dans le fond une figure scalante apparaît bien comme une figure dont l'automorphie transgresse tout niveau d'échelle. En contrepartie et ceci me paraît s'ensuivre inévitablement, il faut bien, pour mesurer, choisir un niveau pertinent : je cite encore Mandelbrot qui écrit que "la dimension physique a inévitablement une base pragmatique donc subjective, elle est affaire de degré de résolution". Cette base pragmatique c'est pour moi ce qui constitue la pertinence de la mesure. Et elle apparaît bien dans le texte de Mandelbrot lorsqu'il nous dit que "l'échelle de régularisation que l'on considère aujourd'hui comme la plus raisonnable est en gros celle des plus grosses pierres que l'homme peut déplacer ou des blocs qu'il aime couler". Je trouve ce "qu'il aime couler" très intéressant à opposer au "qu'il peut déplacer", cela montre qu'une

pertinence de la mesure pourrait être en l'occurrence une échelle technique, savoir les blocs que l'on peut techniquement déplacer mais que la pertinence peut être autre y compris éminemment subjective : comme si l'homme aimait couler des blocs d'une certaine taille plutôt qu'une autre. Il y a là un éventail de possibilités qui se résout de la même manière que, bien souvent, dans les discours traitant d'architecture : une "échelle humaine" apparaît terme utilisé par les architectes mais qui n'avance guère et qui apparaît dans le texte de Mandelbrot qui parle d'anthropocentrisme à la page 23. Mais si l'observateur dont dépend la mesure qui est toujours, nous dit Mandelbrot, "subjective" est en général un homme (ce qui justifierait "l'échelle humaine") il peut avoir diverses pratiques de sorte que si la pertinence reste toujours plus ou moins "humaine" (même s'il s'agit d'effrayer ou de donner une impression de sublime kantien ou de colossal) il peut y avoir diverses pratiques qui entraînent diverses pertinences et la mesure de la côte ne sera pas la même selon que cet observateur sera pêcheur de crevettes, amateur de planche à voile, douanier chargé de la surveillance des côtes, ou officier de marine commandant un sous-marin...

Dans le fond ce que démontre selon moi le travail de

Mandelbrot, c'est la nécessité de la pertinence de la mesure d'un espace concret. Autrement dit, sans pertinence, la mesure est impossible. La côte de Bretagne est de longueur infinie si l'on ne prend pas garde de choisir une pertinence de la mesure. Et c'est dans le problème de cette pertinence ou plutôt d'une multiplicité de pertinences que résident les problèmes d'échelles (et je mets ici un s à échelles) que rencontre l'architecte.

On pourrait en conclure que les questions d'échelle sont nécessairement externes aux mathématiques. C'est ce que je tends à penser mais, bien sûr, je rencontre ici les limites de ma compétence mathématique ou de mon incompétence, comme vous voudrez. C'est toutefois une question que je me pose et que je tiens à poser ici sans savoir si certains ont une réponse. Et cette question -de savoir si les problèmes d'échelles sont par nature externes aux mathématiques ou bien si les mathématiques peuvent comporter de tels problèmes- je l'ai rencontrée en lisant un article paru dans la revue La Recherche et portant sur l'analyse non-standard du mathématicien américain Abraham Robinson. Vous verrez qu'il s'agit bien de cela si je vous lis seulement les quelques lignes qui servent de chapeau à l'article :

**La physique utilise largement les mathématiques, mais est avant tout la "science de l'approximation" : les lois qu'elle énonce ne régissent jamais qu'un domaine de phénomènes naturels, domaine délimité par la précision des mesures et l'échelle de grandeur.**

**Pour des raisons historiques, les mathématiciens ont rejeté toute considération d'échelle de grandeur parmi les nombres et placé tous ceux-ci sur un pied d'égalité, ce qui constitue une décision arbitraire. Ainsi ils ont refusé la question pourtant pertinente : comment distinguer les nombres "petits" qui peuvent être négligés et ceux qui doivent être pris, en considération ? Cela entraîne une contradiction permanente entre la physique et les mathématiques.**

Et l'on a la confirmation dans une illustration comique qui

accompagne l'article et qui présente les choses comme si on pouvait rencontrer des problèmes d'échelle, des problèmes qu'on pourrait dire d'"échelle humaine" pour le coup, en mathématiques, savoir une limite humaine que rencontreraient celles-ci... Plus précisément on lit qu'on est "conduit à établir une distinction qualitative entre les nombres ou les fonctions selon qu'ils peuvent être décrites par des algorithmes humainement accessibles ou au contraire uniquement par des algorithmes si compliqués qu'aucun homme ou aucune machine créée par l'homme ne saurait les écrire ni à plus forte raison les exécuter. Nous appellerons standard les nombres ou fonctions de la première espèce et non-standard ceux de la seconde espèce". Enfin la dernière phrase de cet article de Jacques Harthong portant sur l'analyse non-standard de Arthur Robinson énonce "En rappelant que notre perception du monde mathématique est tout autant handicapée par la condition humaine que notre perception du monde physique, la découverte de Robinson devrait contribuer à rapprocher deux sciences qui avaient depuis quelques temps une fâcheuse tendance à s'éloigner (savoir : mathématiques et physique)"

Pour plus d'informations je vous renvoie à cet article (oct. 1983) mais j'en retiens que c'est à l'endroit de problèmes d'échelle que mathématiques et physiques ont quelques difficultés de communication épistémologique et que les mathématiques peuvent elles-mêmes rencontrer des problèmes d'échelle. Mais les objets mathématiques peuvent-ils être soumis à des questions d'échelle j'en laisserai cependant juger les mathématiciens, bien évidemment.

A l'inverse, et pour terminer, on peut s'interroger sur ce que le mathématicien est amené à énoncer lorsqu'il s'occupe d'objets architecturaux. (Mais "qu'est-ce qu'un objet architectural ?" est une question bien difficile pour une architecturologie si l'on veut dépasser une approche empirique qui ne fait pas de doute sur le fait que Notre-Dame soit un objet architectural et qu'une baraque de chantier n'en soit point (s'agissant de la Tour Eiffel les avis sont plus partagés !...)). La question est dans le fond aussi difficile sur le plan épistémologique que de savoir ce qu'il en est de la nature des objets mathématiques et j'ai ici en mémoire la conférence qu'à faite ici même, il n'y a pas si longtemps, M. Apéry, selon qui, les objets mathématiques, par exemple les décimales du nombre  $\pi$  n'ont pas d'existence, en quelque sorte platonicienne, hors de leur calcul effectif (ce qui ne semble pas sans rapport avec la question des nombres non-standards au profane que je suis).

Voyons donc ce que dit le mathématicien devant un "objet architectural" -et je mets ici "objet architectural" entre guillemets- par exemple l'Opéra de Paris puisque c'est le cas choisi par Mandelbrot dans cet article de la revue Le Débat de Mars 1983 intitulé "Les fractales, les monstres et la beauté".

Il y écrit ceci

"C'est, disons, entre 1900 et 1930 que la géométrie passa du moule d'Euclide, sobriété et lignes droites, à un moule très différent où le détail importe par-dessus tout, moule que j'allais un jour appeler fractal, et dont j'allais révéler qu'il peut aller jusqu'au plus riche baroque. Or, on sait très bien qu'à cette même époque les arts (architecture et peinture) étaient, eux, en train d'abandonner le baroque. Quel contraste entre l'ornementation du Palais Garnier et le dépouillement du travail typique de Le Corbusier ! Pour ce dernier, il existe, certes, une structure globale, mais (comme chez Euclide) point de structure locale : au niveau du détail, il n'y a rien, si ce n'est, après quelques hivers, des veinures dues à la détérioration du ciment. Pour l'Opéra de Paris, c'est tout le contraire : qu'on l'examine du Palais Royal, de loin, d'assez loin, de près ou de très près, et qu'on laisse l'œil glisser sur les vues sans intérêt, l'œil trouvera toujours où s'arrêter, et les vues auxquelles il s'arrêtera seront toutes de complication comparable. Ne connaît-on point là le comportement même qui sert à définir les fractales ? Que signifient, dès lors, les lamentations des usagers de l'architecture, qui disent qu'une tour moderne n'est pas à l'échelle humaine, tandis qu'ils n'en veulent pas à l'Opéra, même s'ils ne trouvent pas nécessairement qu'il soit beau ? Je vois qu'une tour moderne possède sa propre échelle, et une seule, indépendante de qui la regarde, tandis que, où que je sois, l'Opéra se met à mon échelle, et les bâtiments qui l'entourent se mettent à l'échelle de l'Opéra si je suis bien placé pour les examiner tous à la fois.

Comme vous avez pu l'observer il y est question d'échelle et qui plus est il nous est dit de l'Opéra qu'il est un "objet scalant" savoir, selon la définition que donne Mandelbrot de "scalant"<sup>4</sup> :

"se dit d'une figure géométrique ou d'un objet naturel dont les parties ont la même forme ou la même structure que le tout à ceci près qu'elles sont à une échelle différente". Je ne reviens pas ici à cette sorte de négation d'échelle dont j'ai parlé et qui se manifeste dans la définition mathématique de "scalant" et encore à l'endroit de l'expression "à ceci près" Reste le fait que Mandelbrot dit que le terme peut être utilisé soit pour une figure géométrique soit pour un objet naturel. Or s'agit-il en ce cas d'un objet naturel ? évidemment non. L'Opéra est un objet artificiel, un artefact comme l'est un bâtiment de Le Corbusier. Et ce n'est pas le caractère scalant de l'un ou le caractère non scalant de l'autre qui fera de

l'un un objet architectural et pas de l'autre. Scalant, un tableau peut l'être tout aussi bien. Autrement dit l'idée que la figure scalante puisse être "appliquée" à un objet architectural n'en fait pas un objet scalant pour autant et elle me paraît de même nature que le fait d'"appliquer" le modèle cube à un objet pour savoir s'il s'en approche. Mais pas plus qu'un objet concret n'est un cube, un objet ne me paraît pouvoir être en soi scalant, ou plutôt ici comme dans le cas du cube, il convient encore de poser que l'objet architectural est fondamentalement différent de l'objet mathématique. Car ce que dit Mandelbrot est sans doute vrai mais resterait vrai -même s'il est question d'échelle- que l'Opéra soit un tiers de fois plus grand ou un tiers de fois plus petit. Ce serait même vrai d'une façon tout à fait radicale si je puis dire parceque justement l'objet est jugé "scalant".

En d'autres termes le discours tenu par le mathématicien ici sur l'objet architectural est tel que tout en parlant d'échelle ce qui est dit est invariant du fait même de la "scalance" pourrait-on dire par rapport à la taille même de l'objet architectural. Or comme j'ai essayé de le dire tout objet architectural ("objet" en un sens empirique) qu'il soit "ogive" ou qu'il soit "Opéra" a des dimensions, a une taille, et il est, de quelque manière que ce soit, embrayé sur l'espace vrai. Etudier ces manières est l'"objet" -au sens scientifique cette fois- de l'architecturologie. Ce qui n'est pas simple pour autant car tout change avec la grosseur fait dire justement Valéry à Phèdre dans son Eupalinos ou l'architecte. Ce qui certes est évocateur des questions d'échelle relatives à l'espace du physicien dans lesquelles on voyait déjà tout à l'heure que les difficultés d'entente entre mathématiciens et physiciens pouvaient résider. Evocateur aussi bien du problème de l'échelle des os du squelette découvert par Galilée (savoir qu'on ne peut les augmenter "en proportion") Mais si le physicien peut prendre les mesures d'un donné -certes en construisant théoriquement et en concevant les moyens de le faire- si le mathématicien peut régler des opérations de mesure et rencontrer -ou non- des limites humaines inscrivant les mathématiques dans quelque chose qui pourrait avoir nom "échelle", l'espace architectural diffère encore de l'espace géométrique ou de l'espace physique en ce qu'il ne possède pas d'abord des mesures qu'on pourrait prendre mais que la question pour l'architecte est justement ces mesures, de les lui donner. On peut toujours prendre un cube et le comparer comme un modèle à un objet architectural ou bien se demander s'il est plus ou moins scalant, ce qu'on a sous les yeux n'est que le résultat d'un travail de conception un objet empirique, un artefact qui a été mesuré et ce n'est pas l'objet résultant qu'il faudrait mesurer mais la manière dont il a été

mesure, c'est-à-dire l'échelle ou les échelles qui lui ont donné mesures. En d'autres termes il me semble que si l'espace du mathématicien n'a peut-être pas d'"échelle" sous réserve de l'article que j'ai cité, si le physicien a des problèmes d'"échelle", ce sont des problèmes relatifs à un espace donné. Que si l'architecte a affaire à des questions d'échelle c'est en raison du problème, énoncé de façon générale par l'architecturologie, qu'à l'architecte de donner des mesures à l'espace, "espace architectural" qui pour cela même que ses mesures lui sont données et non prises me paraît irréductible tant à l'espace géométrique qu'à l'espace physique lui-même, irréductibilité qui justifie à mes yeux un projet de connaissance architecturologique et en même temps un programme pouvant se résumer à la question "comment l'architecte donne-t-il des mesures à l'espace et quelles échelles utilise-t-il pour ce faire ?

Devant ce genre de questions de mesure et de tailles que l'architecte rencontre inévitablement et ce hors de tout jugement de valeur sur les objets produits de son travail il convient de conserver à l'esprit le "tout change avec la grosseur" de Valéry. Or il se peut que cette question énoncée en l'occurrence dans le champ de l'architecture soit d'une ampleur épistémologique qui dépasse celle-ci, tout en inscrivant quelque chose comme l'architecture dans le paysage épistémologique général, pour cela même. Car Valéry à propos de la géométrie et non plus cette fois d'architecture écrit dans ses cahiers : "La géométrie a donné de mauvais exemples et de fâcheux conseils ou encouragements quand elle a obtenu de merveilleux succès en raisonnant sans égard aux limites de notre observation et de notre action réelle. Le continu, les infinis sont des abus de langage et d'écriture, des développements fiduciaires sans garanties. Le "je puis" (prolonger cette figure, diviser ce segment) ne soulève pas cette réponse : fais-le.

C'est dire (par exemple) que l'indépendance de l'acte et de son résultat, qui est observable dans un certain rayon, a valeur, subsiste aussi loin qu'ON VEUT"

Pourrait-on faire une géométrie sans de tels abus, je ne le crois pas."

J'ajouterai pour ma part et pour conclure : pourrait-on faire de l'architecture avec de tels abus, je ne le crois pas non plus.

## Notes

1. Michel Serres "Ce que Thalès a vu au pied des pyramides" in Hommage à Jean Hyppolite, Paris, 1971, PUF.
2. René Daumal, Le Mont Analogue, Paris, 1981, Gallimard.
3. Philippe BOUDON, Richelieu ville nouvelle, Paris, 1978, Dunod
4. Benoît Mandelbrot, "Des monstres de Cantor et de Peano à la géométrie fractale de la nature" in Penser les mathématiques, Paris, 1982, ouvrage collectif, Seuil
5. Paul Valéry, Cahiers (Pléiade tome II), Gallimard.