

SÉMINAIRE DE PHILOSOPHIE ET MATHÉMATIQUES

ROGER APERY

Temps du mathématicien

Séminaire de Philosophie et Mathématiques, 1983, fascicule 9
« Le temps du mathématicien », , p. 1-5

http://www.numdam.org/item?id=SPHM_1983__9_A1_0

© École normale supérieure – IREM Paris Nord – École centrale des arts et manufactures,
1983, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la série « Séminaire de philosophie et mathématiques » implique
l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute
utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale.
Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

TEMPS DU MATHÉMATICIEN

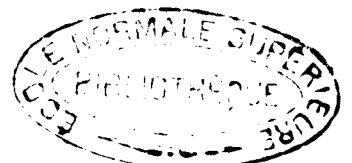
PAR

ROGER APERY

Le mathématicien extrait de la réalité certains aspects et en oublie volontairement d'autres. Il travaille dans une salle plus ou moins éclairée, assis à une table ou debout devant un tableau, il digère difficilement de lourdes victuailles ou il a le ventre creux, il appréhende les cris de sa femme, il se réjouit de résoudre une question difficile ; il a des intérêts, des passions, un environnement culturel, etc. Néanmoins, la possibilité d'examiner légitimement l'activité mathématique indépendamment du contexte est l'hypothèse de travail commune à tous ceux qui croient à la mathématique ; il n'y a pas de mathématique ancienne ou moderne, républicaine ou monarchiste, bourgeoise ou prolétarienne, française ou allemande, chrétienne ou athée, il y a une mathématique unique pratiquée par des hommes de caractères non mathématiques très variés ; cette constatation ne supprime pas la difficulté de distinguer dans l'activité du mathématicien, ce qui relève des mathématiques et ce qui relève d'autres traits de sa personnalité (par exemple le style mathématique relève de la personnalité), cette difficulté est soulignée par l'existence d'auteurs qui nient les mathématiques pures (1).

Cette conférence n'a pas pour objet la constatation évidente que l'activité du mathématicien se situe dans le temps comme toute activité humaine ; elle affirme que certains aspects proprement temporels de l'activité mathématique ne peuvent être supprimés sans détruire la Mathématique elle-même.

(1) Citons le livre paradoxal, mais intéressant de Nordon : les mathématiques pures n'existent pas.



A ce point de vue, on peut comparer l'activité mathématique à l'activité musicale. L'une comme l'autre se déroule dans le temps ; une démonstration n'est pas plus un ensemble d'arguments que la mélodie n'est un ensemble de notes, il s'agit dans les deux cas d'un déroulement où l'ordre ne peut être modifié arbitrairement et d'un enchaînement, qui, dans un raisonnement mathématique, se justifie par des règles logiques.

Les aspects temporels de l'activité mathématique ne constituent pas tous les aspects du temps. De même qu'il faut séparer chez le mathématicien la pensée mathématique d'autres pensées adventices, le temps du mathématicien n'est qu'une partie du concept le plus général de temps.

Le temps du mathématicien, comme le temps du musicien est un temps qui se reproduit, on rejette donc comme étranger à l'activité mathématique ou musicale, le caractère fondamental du temps vécu et du temps de l'historien qui consiste à ne pouvoir se reproduire : Alexandre, César, Napoléon diffèrent essentiellement, non à cause des caractères propres à chacun, mais parce qu'aucun d'eux n'aurait pu agir à l'époque des autres ; la sagesse populaire dit que le temps perdu ne se rattrape jamais.

En toute rigueur, toute activité humaine est temporelle, sauf peut être le rêve ; le physicien effectue ses expériences dans le temps, le peintre traditionnel ne se contente pas d'envoyer des pots de peinture sur la toile ; retrouver l'importance du temps est particulièrement important pour le pédagogue qui s'est dépêché d'apprendre beaucoup de choses et est tenté de négliger le rythme propre de ses élèves. Néanmoins, après avoir expérimenté dans le temps, le physicien utilise son travail pour déterminer des relations entre des grandeurs (masse, charge, force) sans référence temporelle. Il existe un monde physique indépendant des procédés employés par les physiciens pour le connaître (2). De même le peintre

(2) Les physiciens adeptes de la mécanique quantique sont amenés à introduire en physique des conceptions analogues aux nôtres. Si on interroge la nature de telle façon, elle donne telle réponse, et on ne peut rien dire sur la nature avant qu'elle soit interrogée.

et le sculpteur travaillent dans le temps, pour fabriquer une oeuvre destinée à être regardé sans référence temporelle. En revanche, l'oeuvre musicale doit être jouée ou à défaut écoutée, ...

Le "formaliste" qu'on pourrait définir par une allergie aux valeurs temporelles, réduit volontiers la musique à la partition musicale, la mathématique à l'écrit mathématique ; selon la forte image de Popper, les mathématiciens secrètent des mémoires comme les araignées secrètent des toiles qui persistent après la disparition des araignées.

L'omission de la finalité des toiles d'araignées mutile gravement leur description. L'activité musicale ne consiste pas à collectionner les partitions ; s'il n'exécute pas lui-même, le musicien doit au moins écouter l'oeuvre. De même, la possession de nombreux traités mathématiques ne rend pas son propriétaire mathématicien ; un mémoire mathématique ne se lit pas comme un roman d'aventure, mais doit être lu la plume à la main, pour être "joué" c'est-à-dire repensé.

Il n'existe pas de monde mathématique indépendant du mathématicien ; le nombre π n'est que l'ensemble de tout ce que les mathématiciens ont pensé sur π ; on a déjà calculé un million de décimales de π (3) et on peut calculer autant qu'on veut, néanmoins croire que "toutes" les décimales de π sont assemblées en un domaine platonicien avec dans une chambre attendant la réponse à toutes les questions concernant π , est une illusion, qui ne peut se justifier que par des arguments métaphysiques.

Nous ne pousserons pas plus loin l'analogie entre mathématique et musique qui illustre par un exemple extramathématique la notion du temps qui se reproduit. La musique reste une activité artistique qui tend à charmer l'auditeur, alors que la Mathématique recherche des vérités ; bien entendu, il s'agit de vérités mathématiques, c'est-à-dire de vérités déduites de vérités antérieures par

(3) On peut les consulter à la bibliothèque de l'Institut Henri Poincaré.

un processus mental et non de vérités métaphysiques. D'autre part, les productions musicales sont indépendantes ; l'historien de la musique relie telle oeuvre musicale à telle oeuvre antérieure, mais l'audition d'une symphonie ne suppose pas l'audition préalable des symphonies antérieures. D'autre part, une oeuvre musicale se termine alors que les oeuvres mathématiques s'enchaînent et peuvent se continuer.

Aussi cohérents (peut être plus) que les objets concrets, les êtres mathématiques sont essentiellement incomplets ; à cet égard, ils ressemblent à des personnages de roman, tandis que les êtres physiques ressemblent à des personnages historiques.

On pourrait aussi comparer un être mathématique à un humain vivant actuellement ; quoique partiellement déterminé par des raisons génétiques des habitudes ou des mutilations, on ne peut prévoir tout son comportement ; Galois survivant à son duel aurait-il continué les mathématiques et trouvé dans sa théorie ce qu'Artin y a trouvé ? ou aurait-il eu d'autres activités ? l'exemple de Rimbaud abandonnant la poésie, illustre l'impossibilité d'une réponse certaine.

On pourrait dans le cas d'un humain, nécessairement mortel, attendre sa mort pour le considérer comme achevé. Toute question le concernant aura à ce moment une réponse. On peut d'ailleurs contester que la finalité d'un humain soit la mort.

En mathématique, on ne peut se référer à la fin, parce que les êtres mathématiques sont en général infinis ; il faut, par delà la définition baroque d'un ensemble infini par Dedekind, revenir à la conception traditionnelle : l'ensemble des entiers naturels est infini en ce sens qu'il n'est jamais fini ; quel que grand que soit l'entier atteint par celui qui compte, on peut toujours continuer, c'est-à-dire construire un entier plus grand.

Notre rejet du platonisme est seulement méthodique, nous ne nions pas l'existence éventuelle d'un monde des "idées" où toutes les conjectures mathématiques sont démontrées ou réfutées ou d'anges qui connaissent instantanément toutes les conséquences de leurs axiomes, mais les considérations sur les "idées" platoniciennes ou les "anges" relèvent de la Métaphysique et ne doivent pas interférer avec la Mathématique.

Nous autres mathématiciens humains, raisonnons nécessairement dans le temps, ce qui nous oblige à rejeter la logique bivalente, qui ne s'applique qu'aux problèmes tranchés, au profit d'une logique plus nuancée adaptée aux problèmes ouverts.

Pour tenir compte du temps la logique doit distinguer le "ou" faible égal à "non (non p et non q)" et le "ou" fort : il existe un algorithme fini au delà duquel on pourra affirmer p ou affirmer q . Si p désigne l'affirmation : π admet une infinité de zéros dans son développement décimal, on ne peut ni affirmer p, ni nier p, ni affirmer "p ou non p", ni affirmer qu'on pourra trancher la question un jour ; affirmer "p ou non p" au sens faible c'est ne rien dire ; affirmer "p ou non p" au sens fort est une affirmation gratuite, chère à Hilbert, mais totalement illégitime.