

SÉMINAIRE LELONG.

ANALYSE

CARL S. HERZ

Fonctions opérant sur les fonctions définies positives

Séminaire Lelong. Analyse, tome 5 (1962-1963), exp. n° 1, p. 1-2

<http://www.numdam.org/item?id=SL_1962-1963__5__A1_0>

© Séminaire Lelong. Analyse

(Secrétariat mathématique, Paris), 1962-1963, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la collection « Séminaire Lelong. Analyse » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

FONCTIONS OPÉRANT SUR LES FONCTIONS DÉFINIES POSITIVES

par Carl S. HERZ

Cet exposé correspond à un article en cours de publication dans les Annales de l'Institut Fourier. Un bref résumé de cet article est reproduit ci-dessous.

Soit G un groupe abélien localement compact ; on note $P(G)$ l'ensemble des fonctions φ , continues sur G , à valeurs complexes, définies positives, c'est-à-dire telles que, quels que soient $g_1 \dots g_n \in G$ et quels que soient les nombres complexes $\rho_1 \dots \rho_n$, on ait

$$\sum_{k,l} \varphi(g_k - g_l) \rho_k \overline{\rho_l} \geq 0 \quad .$$

On s'intéresse aux fonctions opérant sur $P(G)$. De façon plus précise, on note $F_0(G)$ l'ensemble des fonctions f , définies sur le disque unité du plan complexe, $\{z \mid |z| < 1\}$, et telles que

$$(1) \quad \varphi \in P(G)$$

$$(2) \quad |\varphi(g)| < 1 \quad \text{quel que soit } g \in G$$

entraînent

$$(3) \quad f(\varphi) \in P(G) \quad .$$

Le théorème suivant est démontré.

THÉOREME 1. - Supposons que G contienne des éléments d'ordre arbitrairement grand alors $f \in F_0(G)$ si et seulement si

$$f(z) = \sum_{m,n=0}^{\infty} a_{m,n} z^m \overline{z}^n$$

où $a_{m,n} \geq 0$, cette série convergeant dans $|z| < 1$.

On note $F(G)$ l'ensemble des fonctions f définies sur le disque unité fermé, telles que, quelle que soit φ vérifiant (1) et (2'), on ait (3), (2') dénotant :

$$(2') \quad |\varphi(g)| \leq 1 \quad \text{quelle que soit } g \in G \quad .$$

On donne des énoncés analogues à celui du théorème 1 qui caractérisent $F(G)$, et on étudie quelques problèmes fins voisins.
