

SÉMINAIRE DELANGE-PISOT-POITOU. THÉORIE DES NOMBRES

JEAN FRESNEL

Sur la transformation de Fourier p -adique

Séminaire Delange-Pisot-Poitou. Théorie des nombres, tome 15, n° 1 (1973-1974),
exp. n° 8, p. 1-2

http://www.numdam.org/item?id=SDPP_1973-1974__15_1_A6_0

© Séminaire Delange-Pisot-Poitou. Théorie des nombres
(Secrétariat mathématique, Paris), 1973-1974, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la collection « Séminaire Delange-Pisot-Poitou. Théorie des nombres » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

SUR LA TRANSFORMATION DE FOURIER p -ADIQUE

par Jean FRESNEL

Soit p un nombre premier, \mathbb{Q}_p le corps p -adique élémentaire, K une extension valuée complète de \mathbb{Q}_p contenant le groupe Γ de toutes les racines de l'unité d'ordre une puissance de p .

Soit \mathbb{Z}_p le groupe additif des entiers p -adiques. Le groupe des homomorphismes continus de \mathbb{Z}_p dans K^* , d'ordre fini, s'identifie au groupe Γ de la façon suivante : si $\gamma \in \Gamma$ l'homomorphisme correspondant est l'application $x \mapsto \gamma^x$.

On appelle $L^1(\Gamma)$ l'algèbre des fonctions définies sur Γ , à valeurs dans K , et tendant vers 0 selon le filtre des complémentaires des parties finies de Γ . On définit alors une transformation de Fourier p -adique F de $L^1(\Gamma)$ dans l'algèbre $C(\mathbb{Z}_p, K)$ des fonctions continues de \mathbb{Z}_p dans K : si $f \in L^1(\Gamma)$, $\hat{f} = F(f)$ où :

$$\hat{f}(x) = \sum_{\gamma \in \Gamma} f(\gamma) \gamma^x.$$

Nous démontrons que cette transformation de Fourier p -adique est non injective mais surjective.

Nous précisons la non-injectivité de la transformation de Fourier p -adique en considérant le problème suivant : soit L une extension valuée complète de \mathbb{Q}_p , soit f une fonction définie sur Γ à valeur dans L et tendant vers 0 selon le filtre des complémentaires des parties finies de Γ . Alors, pour quels corps L , l'égalité

$$0 = \sum_{\gamma \in \Gamma} f(\gamma) \gamma^x \text{ pour tout } x \in \mathbb{Z}_p$$

implique $f = 0$?

Nous démontrons qu'il en est ainsi pour les corps L valués complets dont l'indice de ramification sauvage sur \mathbb{Q}_p est fini.

Enfin nous étendons l'étude de la surjectivité de la transformation de Fourier p -adique relative à \mathbb{Z}_p à celle relative à tout groupe abélien compact totalement discontinu.

BIBLIOGRAPHIE SOMMAIRE

- AMICE (Yvette). - Dual d'un espace $H(D)$ et transformation de Fourier. Groupe de travail d'analyse ultramétrique, 1973/74, n° 5, 12 p.
- AMICE (Yvette) et ESCASSUT (Alain). - Sur la non injectivité de la transformation de Fourier p -adique, C. R. Acad. Sc., t. 278, 1974, Série A, p. 583-586.
- FRESNEL (J.) et de MATHAN (B.). - Sur la transformation de Fourier p -adique, C. R. Acad. Sc., t. 277, 1973, Série A, p. 711-714.

- FRESNEL (J.) et de MATHAN (B.). - L'image de la transformation de Fourier p -adique, C. R. Acad. Sc., t. 278, 1974, Série A, p. 653-656.
- FRESNEL (J.) et de MATHAN (B.). - Sur la transformation de Fourier p -adique, Séminaire de Théorie des nombres de Bordeaux, année 1972/73, exposé n° 21.
- GUERRAOUI (M.). - Sur la dualité p -adique entre groupes compacts et groupes discrets. Thèse de spécialité, Bordeaux 1971.
- GUERRAOUI (M.). - Sur la dualité p -adique. C. R. Acad. Sc., t. 275, 1972, Série A, p. 1281-1284.
- GUERRAOUI (M.) et de MATHAN (B.). - Dualité et transformation de Fourier p -adiques, Séminaire de Théorie des nombres de Bordeaux, année 1971/72, exposé n° 3.
- GUERRAOUI (M.) et de MATHAN (B.). - Groupes p -réflexifs et transformation de Fourier p -adiques, C. R. Acad. Sc., t. 276, 1973, Série A, p. 423-426.
- SCHIKHOF (W. H.). - Non archimedean harmonic analysis. Thèse Nijmegen, 1967.
- WOODCOCK (C. F.). - Fourier analysis for p -adic Lipschitz functions, J. of London math. Soc., t. 7, 1974, p. 681-693.

(Résumé reçu le 1er octobre 1974)

Jean FRESNEL
Université de Bordeaux-I
Mathématiques
351 cours de la Libération
33405 TALENCE
