

SÉMINAIRE BRELOT-CHOQUET-DENY. THÉORIE DU POTENTIEL

DENIS FEYEL

ARNAUD DE LA PRADELLE

Principe du minimum et préfaisceau maximaux

Séminaire BreLOT-Choquet-Deny. Théorie du potentiel, tome 15 (1971-1972), exp. n° 24, p. 1-2

http://www.numdam.org/item?id=SBCD_1971-1972__15__A5_0

© Séminaire BreLOT-Choquet-Deny. Théorie du potentiel
(Secrétariat mathématique, Paris), 1971-1972, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la collection « Séminaire BreLOT-Choquet-Deny. Théorie du potentiel » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

PRINCIPE DU MINIMUM ET PRÉFAISCEAU MAXIMAUX

par Denis FEYEL et Arnaud de LA PRADELLE

RÉSUMÉ

Soient Ω un espace localement compact, et $\mathcal{B}^* = \{(\omega, \omega^*)\}$ une famille de couples (ω, ω^*) , où ω relativement compact parcourt une base de la topologie de Ω , et où ω^* désigne une partie fermée, non vide, de la frontière topologique $\partial\omega$ de ω (on suppose l'existence d'une telle base).

Soit U un ouvert de Ω , on dit qu'un ensemble E de fonctions, définies dans U , à valeurs dans $\widetilde{\mathbb{R}} = \mathbb{R} \cup \{+\infty\}$ vérifie le principe du minimum par rapport à \mathcal{B}^* si, pour tout $(\omega, \omega^*) \in \mathcal{B}^*$, $\overline{\omega} \subset U$ et pour tout $f \in E$, on a

$$\{f \geq 0 \text{ sur } \omega^*\} \Rightarrow \{f \geq 0 \text{ sur } \overline{\omega}\}.$$

Un préfaisceau \mathfrak{F} de cônes convexes de fonctions s. c. i. $> -\infty$ est dit vérifier le principe du minimum par rapport à \mathcal{B}^* si, pour tout ouvert U , $\mathfrak{F}(U)$ vérifie le principe du minimum par rapport à \mathcal{B}^* .

L'ensemble des préfaisceaux vérifiant le principe du minimum par rapport à \mathcal{B}^* est inductif. On considère donc les éléments maximaux. Ceci nous permet de caractériser la théorie locale du potentiel par la propriété de maximalité relative à une base $\mathcal{B} = (\omega, \partial\omega)$.

Dans le cas général d'une base distinguée \mathcal{B}^* , la théorie rend compte du faisceau de fonctions plurihyperharmoniques dans $\widetilde{\mathbb{C}}^n$ ou des fonctions séparément hyperharmoniques dans $\widetilde{\mathbb{R}}^p \times \widetilde{\mathbb{R}}^q$. Elle permet de donner des résultats qui ne semblent pas connus.

L'idée de maximalité est due à HELMS [3]. Elle a été développée sous une forme globale avec une base $\mathcal{B} = (\omega, \partial\omega)$, par MOKOBODZKI et SIBONY [4].

Des difficultés matérielles ont empêché la publication, dans ce séminaire, des démonstrations des résultats énoncés au cours des deux exposés que nous avons faits pendant l'année 1971/72. Une partie a été résumée en deux notes aux Comptes Rendus de janvier 1971 [1] et avril 1972 [2]. Enfin, une rédaction plus complète est en cours de parution aux Annales de l'Institut Fourier, dans l'un des tomes de l'année 1973.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] FEYEL (D.) et de LA PRADELLE (A.). - Principe du minimum et maximalité dans les préfaisceaux. Esquisse d'une théorie locale, C. R. Acad. Sc. Paris, t. 272, 1971, Série A, p. 19-22.
- [2] FEYEL (D.) et de LA PRADELLE (A.). - Quelques propriétés de la réduite dans les préfaisceaux maximaux, C. R. Acad. Sc. Paris, t. 274, 1972, Série A, p. 1285-1288.
- [3] HELMS (L. L.). - Maximal wedges of subharmonic functions, Bull. Amer. math. Soc., t. 69, 1963, p. 710-712.
- [4] MOKOBODZKI (G.) et SIBONY (D.). - Principe du minimum et maximalité en théorie du potentiel, Annales Inst. Fourier, Grenoble, t. 17, 1967, p. 401-442.

(Texte reçu le 21 juin 1973)

Denis FEYEL et Arnaud de LA PRADELLE
Université Paris-VI
Mathématiques, Tour 46
4 place Jussieu
75230 PARIS CEDEX 05
