Revue française d'automatique, informatique, recherche opérationnelle. Recherche opérationnelle

M. Albouy

Théorie financière de la firme, séparation de l'activité financière et de l'activité technique, incidence de la fiscalité, stratégie financière

Revue française d'automatique, informatique, recherche opérationnelle. Recherche opérationnelle, tome 10, n° V1 (1976), p. 5-36

<http://www.numdam.org/item?id=RO_1976__10_1_5_0>

© AFCET, 1976, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Revue française d'automatique, informatique, recherche opérationnelle. Recherche opérationnelle » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (http://www.numdam.org/conditions). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

Numdam

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
http://www.numdam.org/

R.A.I.R.O. Recherche opérationnelle
(vol. 10, n° 2, février 1976, p. 5 à 36)

THÉORIE FINANCIÈRE DE LA FIRME SÉPARATION DE L'ACTIVITÉ FINANCIÈRE ET DE L'ACTIVITÉ TECHNIQUE INCIDENCE DE LA FISCALITÉ STRATÉGIE FINANCIÈRE (*) (1)

par M. ALBOUY (2)

Résumé. — *Les théories micro-économiques traditionnelles sur la stratégie financière et le taux d'actualisation, comme les théories néo-classiques du coût du capital, sont bâties à partir de modèles statiques souvent simplistes et conduisent à des résultats approximatifs ou erronés.*

Cet article décrit, dans une première partie, le modèle multi-période d'investissement nécessaire pour bâtir une théorie plus cohérente.

En séparant ensuite, dans une deuxième partie, l'activité financière et l'activité technique, l'auteur montre qu'en raison de la fiscalité, il est possible de définir plusieurs formes d'organisation et qu'à chacune d'elles correspond un taux d'actualisation différent.

Dans la troisième partie, qui traite de la stratégie financière, l'auteur explique à partir des conditions optimales, les différents aspects de la politique financière : l'émission d'actions, la distribution des dividendes, l'incorporation des réserves, l'auto-financement et les emprunts. Il montre à cette occasion que toute la stratégie repose sur la comparaison d'un certain nombre d'indicateurs et qu'en particulier les indicateurs de classement des emprunts ne se réduisent pas aux taux d'intérêt, *comme l'affirment les théories traditionnelles.*

Dans une quatrième partie, l'auteur généralise la notion de coût du capital, *de coût des fonds propres et de coût des emprunts, et donne leurs expressions dans le cas particulier d'un régime équilibré et non contraint. Du même coup, ces derniers résultats découvrent les inconsistances des théories traditionnelles.*

Considérons une entreprise privée qui se propose de définir simultanément sa politique financière, sa politique d'équipement et son niveau d'activité, de manière à rendre maximal sur longue période $[O, T]$ l'accroissement autonome de son patrimoine.

(*) Copyright with I.F.O.R.S.

(1) Article présenté au Séminaire I.N.I.I. sur le choix des Investissements (Lisbonne, 1969), soumis au groupe de travail « Financement » du Commissariat au Plan, contribution française à la Conférence Internationale de l'I.F.O.R.S. (Tokyo, 1975).

(2) Maître de Conférence à l'École Polytechnique, attaché Gestion-Organisation à Electricité de France.

1. DESCRIPTION DU MODÈLE GLOBAL

1.1. L'état du système au début de l'année (t) est repéré par les variables :

$C(t)$, capital;

$R(t)$, montant des réserves après incorporation des bénéfices;

$D_i(t)$, montant de la dette de type (i); chaque emprunt (i) étant caractérisé par son taux d'intérêt u_i et par la durée de remboursement k_i (remboursement linéaire);

$G(t)$, valeur au bilan de l'actif réalisable à court terme;

$Y_j(t)$, capacité de production de l'équipement de type j.

1.2. *Les décisions* sont de deux types :

• *des décisions financières* qui interviennent au cours de l'année t et qui concernent :

l'émission $e(t)$ de nouvelles actions,

le pourcentage $p(t)$ de dividendes distribués par rapport aux capitaux propres $F(t) = C(t)+R(t)$,

le montant des réserves incorporées au capital $c(t)$;

le montant de chaque nouvel emprunt $d_i(t)$;

• *des décisions techniques* qui interviennent au cours de l'année t et qui concernent :

la quantité de nouveaux équipements $y_j(t)$ qui seront mis en service à la fin de l'année;

le niveau de production $q(t)$;

1.3. *Les équations d'évolution du système* s'écrivent donc, quel que soit $t = [0, \ldots, T-1]$:

$$C(t+1)-C(t) = e(t)+c(t),$$

$$R(t+1)-R(t) = -c(t)+f(t)-p(t)F(t),$$

$$D_i(t+1)-D_i(t) = d_i(t)-\frac{D_i(t)}{k_i}, \qquad \forall_i,$$

$$G(t+1)-G(t) = g(t),$$

$$Y_j(t+1)-Y_j(t) = y_j(t), \qquad \forall_j.$$

$g(t)$ est la variation des besoins de trésorerie. Cette variation est considérée comme une donnée (résultat d'un modèle de trésorerie).

$f(t)$, le bénéfice après impôts est égal à :

$$(1-m)\left[b(Y(t), q(t))-a_c(Y(t), t)-\sum_i u_i D_i(t)\right].$$

m, taux de l'impôt sur le bénéfice.

$b(Y(t), q(t))$, bénéfice brut de l'exercice (recettes-dépenses liées à la production y compris impôts et taxes liés à la production mais non compris dotations aux amortissements et charges financières).

$\sum_i u_i D_i(t)$ charges financières.

Si $V(Y(t), t)$ est la valeur inscrite au bilan à l'époque t correspondant au parc d'équipement $Y(t)$, l'amortissement comptable $a_c(Y(t), t)$ est égal à la valeur $V(Y(t), t)$ des immobilisations inscrite au bilan en début d'exercice diminuée de la valeur $V(Y(t), t+1)$ de ces mêmes immobilisations inscrite au bilan en fin d'exercice.

1.4. Contraintes

- *Situation initiale connue :*

$$C(0); \quad R(0); \quad D_i(0), \ \forall_i; \quad Y_j(0), \ \forall_j; \quad G(0).$$

- *Positivité des variables d'état :*

$$C(t) \geqq 0; \quad R(t) \geqq 0; \quad D_i(t) \geqq 0, \ \forall_i; \quad Y_j(t) \geqq 0, \ \forall_j.$$
$$\forall t = [1, \ldots, T],$$

- *Contraintes d'endettement :*

$$\forall t = [0, \ldots, T], \quad \frac{C(t)+R(t)}{C(t)+R(t)+\sum_i D_i(t)} \geqq z.$$

- *Contraintes sur l'émission d'action :*

$$\forall t = [0, \ldots, T-1], \quad 0 \leqq e(t) \leqq E\left[p(t), c(t)\right].$$

La limite supérieure E croît avec les dividendes versés $p(t)$ et l'ampleur des réserves incorporées au capital.

- *Contraintes de distribution de dividendes :*

$$\forall t = [0, \ldots, T-1]; \quad 0 \leqq p(t) \leqq \frac{f(t)}{F(t)}.$$

- *Contraintes d'incorporation des réserves :*

$$\forall t = [0, \ldots, T-1]; \quad 0 \leqq c(t) \leqq R(t) - \theta C(t),$$

$\theta C(t)$ représentant la réserve légale.

• *Contraintes de possibilités d'emprunt :*

$$\forall i, \quad \forall t = [0, \ldots, T-1]; \qquad 0 \leqq d_i(t) \leqq M_i(u_i, t).$$

La limite supérieure M_i des possibilités d'emprunts croît avec le taux d'intérêt u_i versé par l'entreprise

• *Contraintes d'équipement :*

$$\forall j, \quad \forall t = [0, \ldots, T-1]; \qquad 0 \leqq y_j(t) \leqq N_j(t).$$

• *Contraintes de production :*

$$\forall t = [\ , \ldots, T-1]; \qquad 0 \leqq q(t) \leqq Q[Y(t), t].$$

Le niveau de production est limité supérieurement par les possibilités du marché et les capacités existantes de production.

• *Contraintes d'équilibre du Bilan à chaque instant :* $\forall\, t = [0, \ldots, T]$:

$$\underbrace{R(t)+C(t)+\sum_i D_i(t)}_{\text{Passif après incorporation des bénéfices}} = \underbrace{V(Y(t), t)+G(t)}_{\text{Actif}}$$

en particulier pour $t = 0$.

Cette contrainte sur les variables d'état peut encore s'écrire en termes de flux. En effet, pour que la contrainte soit vérifiée en t et en $t+1$, il faut que :

$$\Big[\underbrace{e(t)}_{\text{émission d'action}} + \underbrace{[f(t)-p(t)F(t)]}_{\text{bénéfice non distribué}} + \underbrace{\sum_i d_i(t)}_{\text{nouveaux emprunts}} - \underbrace{\sum_i \frac{D_i(t)}{k_i}}_{\text{remboursements}}\Big]$$

$$= \Big[\underbrace{g(t)}_{\text{variation des besoins de trésorerie}} + \underbrace{[V(Y(t+1), t+1) - V(Y(t), t+1)]}_{\text{Investissement net}}$$

$$+ \underbrace{[V(Y(t), t+1) - V(Y(t), t)]}_{\text{Amortissement comptable}}\Big].$$

Sous cette forme, la contrainte exprime que les *moyens de financement* doivent être égaux aux *besoins de financement et de trésorerie.*

La valeur au bilan $[V(Y(t+1), t+1) - V(Y(t), t+1)]$ de l'investissement net est égale à la valeur de variation réelle de l'actif au prix du marché $[I(Y(t+1), t+1) - I(Y(t), t+1)]$ c'est-à-dire à la valeur des équipements neufs $\sum_j I_j(t+1)\, y_j(t)$ mis en service au début de l'exercice $(t+1)$.

1.5. Fonction d'évaluation

L'accroissement autonome de valeur du patrimoine au cours de l'exercice t est égal au bénéfice non distribué, augmenté de l'amortissement comptable et diminué de l'amortissement économique, soit :

$$\mathscr{L}(t) = f(t) - p(t)F(t) + a_c(Y(t), t) - a_E(Y(t), t),$$

avec :

$$a_c(Y(t), t) = V(Y(t), t) - V(Y(t); t+1),$$

$$a_E(Y(t), t) = I(Y(t), t) - I(Y(t), t+1).$$

En tenant compte de la contrainte ci-dessus :

$$\mathscr{L}(t) = \underbrace{g(t)}_{\substack{\text{variat.}\\ \text{des besoins}\\ \text{de trésorerie}}} + \underbrace{[I(Y(t+1), t+1) - I(Y(t), t)]}_{+\ \text{Investissement brut}}$$

$$\underbrace{-e(t)}_{-\ \text{Emissions}} \underbrace{-\Big[\sum_i d_i(t)}_{-\ \text{Emprunts}} \underbrace{- \sum_i \frac{D_i(t)}{k_i}\Big]}_{+\ \text{Remboursements}}.$$

Au cours de la période $t = [0, \ldots, T-1]$, il s'agit de maximiser :

$$\sum_{t=0}^{T-1} \mathscr{L}(t) = \sum_{t=0}^{T-1} [f(t) - p(t)F(t) + a_c(Y(t), t) - a_E(Y(t), t)],$$

soit encore en utilisant la deuxième expression de $\mathscr{L}(t)$ et en intégrant :

$$\sum_{t=0}^{T-1} \mathscr{L}(t) = \underbrace{[G(T) + I(Y(T), T) - G(0) - I(Y(0), 0)]}_{\text{augmentation de la valeur réelle de l'actif}}$$

$$-\left[\underbrace{\sum_{t=0}^{T-1} e(t) + \sum_i (D_i(T) - D_i(0))}_{\substack{\text{Total des émissions et augmentation}\\ \text{de l'endettement}}}\right].$$

2. SÉPARATION ENTRE L'ACTIVITÉ TECHNIQUE ET L'ACTIVITÉ FINANCIÈRE

Le lecteur vérifiera que toutes les conditions structurelles d'une séparation dans l'espace sont vérifiées. Si les conditions techniques de concavité et de non dégénérescence le sont aussi (1), on peut scinder le modèle « Investisse-

(1) Pour l'énoncé de ces conditions, on pourra se référer à l'ouvrage *Régulation économique dans l'Entreprise*, Dunod, 1972, tome 1, chapitre IX.

ment » en deux sous-modèles : un sous-modèle « Équipement », un sous-modèle financier géré par le Service financier. Dans cette séparation des tâches, le Service financier se voit confier la *surveillance des contraintes communes* : il doit donc veiller à ce que les unités techniques possèdent les moyens de financement nécessaires (contraintes d'adaptation des besoins et des moyens de financement).

Dans le sous-modèle financier, on range les équations d'évolution relatives aux variables financières : $C(t)$, $R(t)$ et $D_i(t)$ ainsi que les contraintes d'endettement, d'émission d'action, d'incorporation des réserves et de possibilités d'emprunts.

Dans le sous-modèle « Équipement », on range les équations d'évolution relatives aux capacités de production ainsi que les contraintes d'équipement et d'exploitation.

Quant à la fonction d'évaluation, on peut la scinder de deux façons selon l'ampleur de la décentralisation que l'on compte réaliser.

2.1. Service financier réduit au rôle d'une banque

On décide de confier au service financier tous les termes de la fonction d'évaluation contenant des variables financières.

La fonction d'évaluation du modèle financier s'écrit alors :

$$\operatorname{Max} \sum_{t=0}^{T-1} \left[-(1-m)\sum_i u_i D_i(t) - p(t)F(t)\right].$$

Il s'agit donc de définir la politique financière, tant à l'égard des créanciers qu'à l'égard des actionnaires, en minimisant les charges financières après impôts et les dividendes versés.

Dans ce cas, les autres termes de la fonction d'évaluation, c'est-à-dire :

$$\sum_{t=0}^{T-1} \begin{pmatrix} (1-m)\left[b(Y(t), q(t)) - a_c(Y(t), t)\right] \\ + a_c(Y(t), t) - \left[I(Y(t), t) - I(Y(t), t+1)\right] \end{pmatrix}$$

doivent être confiés aux unités techniques.

Mais, pour que les décisions des unités techniques coïncident avec l'optimum global, elles doivent tenir compte des conséquences financières de leurs propres décisions. Pour ce faire, la théorie de la décentralisation [5] montre qu'elles doivent compléter leur fonction d'évaluation par un terme égal à :

$$\sum_{t=0}^{T=0} \begin{pmatrix} \left[\psi(t+1)\left[(1-m)\left[b(Y(t), q(t)) - a_c(Y(t), t)\right] + a_c(Y(t), t)\right]\right. \\ + \psi(t+1)\, I(Y(t), t+1) - \psi(t)\, I(Y(t), t) \end{pmatrix},$$

$\psi(t)$ étant la variable duale associée à la contrainte d'ajustement des moyens et des besoins de financement au début de l'année t, $\psi(t+1)$ la variable duale analogue au début de l'année $t+1$.

Ceci signifie que les unités techniques doivent être pénalisées au début de chaque exercice en fonction de la gêne qu'elles occasionnent pour respecter la contrainte de financement, c'est-à-dire, proportionnellement à la valeur réelle des immobilisations, d'où le terme : $-\psi(t)\, I(Y(t), t)$. En revanche, elles doivent être encouragées en fonction des ressources qu'elles dégagent, ressources qui permettent de respecter la contrainte de financement de fin de période, d'où le terme

$$\psi(t+1)\left[(1-m)\left[b(Y(t), q(t))-a_c(Y(t), t)\right]+a_c(Y(t), t)+I(Y(t), t+1)\right].$$

Dans la perspective d'une *comptabilité décentralisée*, l'existence de ces termes supplémentaires s'explique parfaitement.

Tout se passe en effet comme si :

1) Le service financier en début d'exercice, mettait à la disposition des unités techniques un capital $I(Y(t), t)$ représentant la valeur des immobilisations, *à un prix* $\psi(t)$.

2) Les unités techniques remettaient à la disposition du service financier en fin d'exercice, un capital $I(Y(t), t+1)$ ainsi que le *cash-flow après impôt* qu'elles ont dégagé, soit $(1-m)\left[b(Y(t), q(t))-a_c(Y(t), t)\right]+a_c(Y(t), t)$, *ce placement s'effectuant au prix de cession interne* $\psi(t+1)$ *du capital à cet instant.*

Au total, la fonction d'évaluation des unités techniques, s'écrit :

$$\operatorname{Max}\,[1+\psi(0)]\sum_{t=0}^{T-1}\left[\begin{array}{l} -\left[\dfrac{1+\psi(t)}{1+\psi(0)}\right] I(Y(t), t)+\left[\dfrac{1+\psi(t+1)}{1+\psi(0)}\right] I(Y(t), t+1) \\ \quad +\left[\dfrac{1+\psi(t+1)}{1+\psi(0)}\right]\left[(1-m)(b-a_c)+a_c\right] \end{array}\right]$$

On reconnaît immédiatement la formule du Bilan actualisé, les termes $([1+\psi(t)]/[1+\psi(0)])$; $([1+\psi(t+1)]/[1+\psi(0)])$ représentant les coefficients d'actualisation des exercices successifs.

Si l'on désire faire apparaître *le taux d'intérêt interne* $i(t)$ au cours de l'exercice t, on écrira :

$$\frac{1}{1+i(t)}=\left[\frac{1+\psi(t+1)}{1+\psi(0)}\right]\times\left[\frac{1+\psi(0)}{1+\psi(t)}\right]=\left[\frac{1+\psi(t+1)}{1+\psi(t)}\right]$$

soit encore :

$$i(t)=\frac{\psi(t)-\psi(t+1)}{1+\psi(t+1)}.$$

Le lecteur pourra rapprocher utilement cette formule de la formule générale du taux d'actualisation donné dans l'article cité en référence [4].

Ainsi, dans la perspective d'une gestion décentralisée, les unités techniques sont conduites d'elles-mêmes à constituer une nouvelle fonction d'évaluation *qui n'est autre que le bilan actualisé.*

Toutefois, en raison de la fiscalité, *le bénéfice brut* $(b\,(Y(t), q(t))$ avant impôts est ici remplacé par *le cash-flow après impôts*, soit :

$$(1-m)\left[b(Y(t), q(t))-a_c(Y(t), t)\right]+a_c(Y(t), t)$$

Bien entendu, lorsque *le taux d'imposition m est nul, les deux expressions sont identiques.*

L'incidence de la fiscalité modifie donc sensiblement la théorie classique du bilan actualisé.

Si nous introduisons à présent dans la fonction d'évaluation complétée, le taux d'intérêt interne $i(t)$ on obtient :

$$\sum_{t=0}^{T-1} \underbrace{[1+\psi(t+1)]}_{\substack{\text{(coefficient}\\ \text{d'actual.}\\ \text{reflétant la}\\ \text{politique}\\ \text{financière)}}} \Big\{ \underbrace{[(1-m)(b-a_c)+a_c]}_{\substack{\text{(cash-flow}\\ \text{après impots)}}} - \underbrace{i(t)\,I(Y(t), t)}_{\substack{\text{[charges financières}\\ \text{normatives au taux } i(t)]}} - \underbrace{[I(Y(t), t)-I(Y(t), t+1)]}_{\substack{\text{(Dépréciation de l'actif}\\ \text{ou amortissement économique.)}}} \Big\}.$$

Les prix de cession interne du capital $\psi(t)$ reflétant seulement la politique financière, les unités techniques devront donc disposer à la fois d'une comptabilité *économique* (calcul de l'amortissement économique et des charges financières normatives) et d'une *comptabilité fiscale* (calcul de l'amortissement comptable et des impôts.)

En résumé, *pour calculer l'évolution optimale des capacités de production ainsi que le niveau optimal d'activité, les unités techniques doivent connaître :*

- le taux d'imposition sur les bénéfices m et la manière de calculer l'amortissement comptable de façon à pouvoir évaluer correctement le cash-flow après impôts;
- la valeur au prix du marché des immobilisations;
- les prix de cession interne $\psi(t)$, $\psi(t+1)$ ... du capital.

Ces prix lui sont fournis par le service financier dont le rôle se réduit ici à celui d'une banque.

2.2. Service financier jouant le rôle d'écran entre comptabilité fiscale et comptabilité économique

On décide de confier au service financier, non seulement l'établissement de la politique financière à l'égard des prêteurs et des actionnaires, mais aussi le soin de calculer l'amortissement comptable et l'impôt sur les bénéfices.

Sa fonction d'évaluation s'écrit :

$$\operatorname{Max} \sum_{t=0}^{T-1} \left[-(1-m) \sum_i u_i D_i(t) - p(t) F(t) + m a_c(Y(t), t) - m b(Y(t), q(t)) \right].$$

Il s'agit donc de minimiser les charges financières après impôts, les dividendes versés et les impôts tout en profitant au maximum des avantages fiscaux liés à l'amortissement.

Dans ce cas, les autres termes de la fonction d'évaluation :

$$\sum_{t=0}^{T-1} \left[b(Y(t), q(t)) - I(Y(t), t) + I(Y(t), t+1) \right]$$

sont confiés aux unités techniques. Comme précédemment, pour que les décisions techniques coïncident avec l'optimum global, on complète cette fonction par un terme égal à :

$$\sum_{t=0}^{T-1} \left[\varphi(t+1) \left[b(Y(t), q(t)) + I(Y(t), t+1) \right] - \varphi(t) I(Y(t), t) \right]$$

dans lequel $\varphi(t)$ et $\varphi(t+1)$ représentent les variables duales des contraintes d'ajustement des besoins et des moyens financiers au début de l'année t et $t+1$. Ceci signifie que les unités techniques doivent être pénalisées, au début de chaque exercice, en fonction de la gêne qu'elles occasionnent pour respecter la contrainte du financement, c'est-à-dire, proportionnellement à la valeur des immobilisations, d'où le terme : $-\varphi(t) I(Y(t), t)$.

En revanche, elles doivent être encouragées en fonction des ressources qu'elles dégagent, d'où le terme :

$$\varphi(t+1) \left[b(Y(t), q(t)) + I(Y(t), t+1) \right].$$

La différence essentielle avec l'exposé précédent provient ici du fait que les *unités techniques pratiquent un amortissement économique et ne se préoccupent pas de fiscalité.*

En effet, le cash-flow « économique » avant impôts qu'elles dégagent est identique au bénéfice brut $b(Y(t), q(t))$.

Dans la perspective d'une *comptabilité décentralisée*, on enregistrera bien :

1) au début de chaque exercice, *une charge égale* à :

$$\varphi(t) I(Y(t), t);$$

2) à la fin de chaque exercice, *une recette égale* à :

$$\varphi(t+1) \left[b(Y(t), q(t)) + I(Y(t), t+1) \right].$$

Les variables duales $\varphi(t)$, $\varphi(t+1)$, ... constituent donc *de véritables prix de cession interne du capital* entre le service financier et les unités techniques. *A la différence des variables $\psi(t)$, $\psi(t+1)$ rencontrées précédemment, ces prix de cession incluent à présent non seulement les charges financières et les dividendes versés, mais aussi l'ensemble des charges fiscales sur les bénéfices et l'incidence fiscale de l'amortissement comptable.*

C'est pourquoi les unités techniques peuvent se contenter d'un calcul beaucoup plus simple.

Au total, la fonction d'évaluation des unités techniques s'écrit :

$$\operatorname{Max}[1+\varphi(0)]\sum_{t=0}^{T-1}\left[-\left[\frac{1+\varphi(t)}{1+\varphi(0)}\right]I(Y(t,t)\right.\\ \left.+\left[\frac{1+\varphi(t+1)}{1+\varphi(0)}\right][b(Y(t),q(t)+I(Y(t),t+1)]\right].$$

On reconnaît immédiatement *la formule la plus classique du bilan actualisé* dans laquelle les termes $([1+\varphi(t)]/[1+\varphi(0)]$; $([1+\varphi(t+1)]/[1+\varphi(0)])$ représentent les coefficients d'actualisation successifs. *Le taux d'intérêt interne* $j(t)$, au cours de l'exercice t s'obtient immédiatement, en écrivant :

$$\frac{1}{1+j(t)}=\frac{1+\varphi(t+1)}{1+\varphi(t)},\qquad \text{d'ou}\quad j(t)=\frac{\varphi(t)-\varphi(t+1)}{1+\varphi(t+1)}.$$

Comme précédemment, les unités techniques vont fabriquer une nouvelle fonction d'évaluation qui n'est autre que le bilan actualisé. Mais comme les incidences fiscales sont déjà incluses dans les prix de cession $\varphi(t)$, elles n'ont pas besoin de calculer le cash-flow après impôts. Elles utiliseront la notion de bénéfice brut avant impôts : on retrouve ainsi la *forme classique du bilan actualisé.*

Si l'on fait apparaître explicitement le taux d'intérêt interne $j(t)$ dans la fonction d'évaluation complétée, on obtient :

$$\sum_{t=0}^{T-1}\underbrace{[1+\varphi(t+1)]}_{\substack{\text{(Coefficient}\\ \text{d'actualisation}\\ \text{reflétant la}\\ \text{politique financière}\\ \text{et l'incidence}\\ \text{de la fiscalité)}}}\ \{\underbrace{b(Y(t),q(t))}_{\substack{\text{(bénéfice brut}\\ \text{avant impots)}}}-\underbrace{j(t)I(Y(t),t)}_{\substack{-\text{[charges financières}\\ \text{au taux } j(t)]}}$$

$$-\underbrace{[I(Y(t),t)-I(Y(t),t+1)]}_{\text{(amortissement économique)}}\}.$$

Dans ce deuxième type d'organisation, les prix de cession interne du capital $\varphi(t)$ reflétant à la fois la politique financière et la politique fiscale, les unités techniques pourront *se contenter d'une comptabilité économique* sans se préoccuper des impôts et des règles fiscales d'amortissement.

C'est au service financier d'en tenir compte dans le prix de cession du capital et de jouer *le rôle d'écran entre la comptabilité économique des unités et la comptabilité fiscale*, en plus de la fonction de banquier qu'il assume déjà.

On démontrerait d'ailleurs facilement qu'entre $\psi(t)$ et $\varphi(t)$ existe la relation suivante :

$$\underset{\substack{\downarrow \\ \text{prix de} \\ \text{cession} \\ \text{reflétant} \\ \text{la politique} \\ \text{financière} \\ \text{et la} \\ \text{fiscalité}}}{\varphi(t)} = \underset{\substack{\downarrow \\ \text{prix de} \\ \text{cession} \\ \text{reflétant} \\ \text{uniquement} \\ \text{la politique} \\ \text{financière}}}{\psi(t)} + \underbrace{\frac{m}{[\partial I(Y(t),t)/\partial Y(t)]} \; \frac{\partial \left[\sum_{\tau=t}^{T-1} [b(Y(\tau), q(\tau) - a_c(Y(\tau),\tau)] \right]}{\partial Y(t)}}_{\text{Incidence de la fiscalité}} .$$

2.3. Attribution des contraintes communes à la Direction Technique

Si l'on confiait au contraire à la Direction technique le soin de gérer les contraintes communes d'ajustement des moyens et des besoins financiers, on démontrerait sans difficulté ([1]).

1) que la Direction Technique ne doit pas dans ce cas modifier sa fonction d'évaluation, ce qui signifie *qu'elle n'a pas à construire de bilan actualisé*;

2) que le service financier doit en revanche modifier sa fonction d'évaluation en valorisant à leur juste prix les moyens de financement dont il envisage de se doter.

Dans cette répartition des rôles, la Direction Technique détermine non seulement son programme d'équipement et ses besoins de financement mais calcule simultanément le prix de cession $\psi(t)$ ou $\varphi(t)$ auquel elle se propose d'acheter au Service Financier les capitaux qui lui sont nécessaires. Muni de cette information, le service financier peut alors dresser un bilan complet de son action en faisant apparaître à côté des charges financières réelles les recettes fictives correspondantes.

([1]) *Cf.* chapitre IX tome I. Exemples de régulation décentralisée dans la *Régulation Économique dans l'Entreprise*, Dunod, 1972.

Il existe comme précédemment deux types possibles d'organisation :

Premier type d'organisation

La fonction d'évaluation de la Direction Technique s'écrit :

$$\operatorname{Max} \sum_{t=0}^{T-1} \begin{bmatrix} (1-m)\left[b(Y(t), q(t)-a_c(Y(t), t)\right] \\ +a_c(Y(t), t)-\left[I(Y(t), t)-I(Y(t), t+1)\right] \end{bmatrix},$$

celle du service financier :

$$\operatorname{Max} \sum_{t=0}^{T-1} \begin{bmatrix} -(1-m)\sum_i u_i D_i(t)-p(t)F(t) \\ +\psi(t+1)\begin{bmatrix} e(t)-p(t)F(t)+\sum_i d_i(t)-\sum_i \dfrac{D_i(t)}{k_i} \\ -(1-m)\sum_i u_i D_i(t) \end{bmatrix} \end{bmatrix},$$

c'est-à-dire en regroupant :

$$\operatorname{Max} \begin{bmatrix} (1+\psi(0)) \sum_{t=0}^{T-1} \left(\dfrac{1+\psi(t+1)}{1+\psi(0)} \right) \\ \times \left[e(t)+\sum_i d_i(t)-\sum_i \dfrac{D_i(t)}{k_i} -p(t)F(t)-(1-m)\sum_i u_i D_i(t) \right] \\ -\sum_{t=0}^{T-1} e(t)-\sum_i \left[D_i(T)-D_i(0)\right] \end{bmatrix}.$$

Les variables duales $\psi(t)$, $\psi(t+1)$, calculées par la Direction Technique représentent à chaque période *la rentabilité des capitaux au sens du cash-flow net après impôts*, c'est-à-dire, *le supplément de cash-flow après impôts que procure un investissement supplémentaire.*

Deuxième Type d'organisation

La fonction d'évaluation de la Direction Technique s'écrit :

$$\operatorname{Max} \sum_{t=0}^{T-1} \left[b(Y(t), q(t)-I(Y(t), t)+I(Y(t), t+1)\right],$$

celle du service financier :

$$\operatorname{Max} \sum_{t=0}^{T-1} \left[-(1-m)\sum_i u_i D_i(t) - p(t)F(t) + ma_c - mb + \varphi(t+1)\left[e(t) - p(t)F(t) + \sum_i d_i(t) - \sum_i \frac{D_i(t)}{k_i} - (1-m)\sum_i u_i D_i(t) \right] \right],$$

c'est-à-dire en regroupant :

$$\operatorname{Max} \left[(1+\varphi(0)) \sum_{t=0}^{T-1} \left(\frac{1+\varphi(t+1)}{1+\varphi(0)} \right) \times \left[e(t) + \sum d_i(t) - \sum_i \frac{D_i(t)}{k_i} - p(t)F(t) - (1-m)\sum_i u_i D_i(t) \right] - \sum_{t=0}^{T-1} e(t) - m \sum_{t=0}^{T-1} (b-a_c) - \sum_i [D_i(T) - D_i(0)] \right].$$

Les variables $\varphi(t)$, $\varphi(t+1)$, calculées par la Direction Technique représentent à chaque période la rentabilité *des capitaux au sens du bénéfice net avant impôts, c'est-à-dire, le supplément de bénéfice net avant impôts que procure un investissement supplémentaire.*

On remarquera que le fait de confier à la Direction Technique ou au Service Financier la gestion des contraintes de financement est indifférent du point de vue théorique : l'optimum global est le même, les prix de cession aussi. De ce fait, la relation entre les variables $\psi(t)$ et les variables $\varphi(t)$ indiquée au paragraphe précédent, reste valable : seule la signification de ces variables se trouve modifiée.

Mais on connaît le terme correctif qui permet de passer de la *rentabilité marginale* $\psi(t)$ *au sens du cash-flow net après impôts* à la *rentabilité marginale* $\varphi(t)$ *au sens du bénéfice net avant impôts.*

C'est pourquoi la distinction entre les deux types d'organisation que nous avons essayé de décrire, nous paraît fondamentale au moment où l'on voit surgir de toutes parts, des modèles divers et variés où faute d'avoir bien défini les rôles, on obtient les résultats les plus invraisemblables et les plus incohérents.

Avant de construire un modèle de choix d'équipement ou un modèle de financement, il est donc recommandé d'écrire le modèle d'investissement qui les englobe.

3. SOUS-MODÈLE FINANCIER DANS LE PREMIER TYPE D'ORGANISATION

3.1. Description du modèle

En réduisant le service financier au rôle d'une banque, on écrira :

$$\text{Max} \sum_{t=0}^{T-1} \left[-(1-m)\sum_i u_i D_i(t) - p(t) F(t)\right],$$

sous les équations d'évolution :

$$C(t+1)-C(t) = e(t)+c(t), \quad (\textit{variable duale } \gamma(t+1)); \tag{1}$$

$$R(t+1)-R(t) = -c(t)+f(t)-p(t)\left[C(t)+R(t)\right], \quad (\textit{variable duale } \rho(t+1)); \tag{2}$$

$$D_i(t+1)-D_i(t) = d_i(t) - \frac{D_i(t)}{k_i}, \quad \forall i, \quad (\textit{variables duales } \delta_i(t+1)); \tag{3}$$

sous les contraintes spécifiques :

$$C(t)+R(t)-z\left[C(t)+R(t)+\sum_i D_i(t)\right] \geqq 0, \quad (\textit{variable duale } \alpha(t)); \tag{4}$$

$$0 \leqq e(t) \leqq E\left[p(t), c(t)\right], \quad \textit{variables duales} \begin{cases} \varepsilon'(t), \\ \varepsilon(t); \end{cases} \tag{5}$$

$$0 \leqq p(t) \leqq \frac{f(t)}{F(t)}, \quad \textit{variables duales} \begin{cases} \pi'(t), \\ \pi(t); \end{cases} \tag{6}$$

$$0 \leqq c(t) \leqq R(t) - \theta C(t), \quad \textit{variables duales} \begin{cases} \beta'(t), \\ \beta(t); \end{cases} \tag{7}$$

$$0 \leqq d_i(t) \leqq \mathrm{M}_i(u_i, t), \quad \forall i, \quad \textit{variables duales} \begin{cases} \mu_i'(t), \\ \mu_i(t); \end{cases} \tag{8}$$

la situation initiale :

$$C(0), \quad R(0); \quad D_i(0), \quad \forall i :$$

et sous les contraintes communes :

$$\left[e(t)+f(t)-p(t)F(t)-g(t)+\sum_i d_i(t)-\sum_i \frac{D_i(t)}{k_i}+a_c(Y(t),t)\right]$$
$$=\left[I(Y(t+1),t+1)-I(Y(t),t+1)\right]. \tag{9}$$

variables duales associées $\psi(t+1)$.

3.2. Conditions caractéristiques de l'optimum

En appliquant les résultats du Théorème du Maximum sous forme discrète, on obtient l'hamiltonien :

$$\mathscr{H}=-(1-m)\sum_i u_i D_i(t)-p(t)F(t)+\gamma(t+1)\left[e(t)+c(t)\right]$$
$$+\rho(t+1)\left[-c(t)-p(t)F(t)+f(t)\right]+\sum_i \delta_i(t+1)\left[d_i(t)-\frac{D_i(t)}{k_i}\right].$$

Les équations caractéristiques de l'optimum dynamique s'écrivent :

a) *Optimisation par rapport aux variables d'état :*

$$\left[\gamma(t)-\gamma(t+1)\right]=-p(t)\left[1+\rho(t+1)+\psi(t+1)\right]$$
$$+\alpha(t)(1-z)-\frac{\pi(t)f(t)}{F^2(t)}-\beta(t)\theta, \tag{10}$$

$$\left[\rho(t)-\rho(t+1)\right]=-p(t)\left[1+\rho(t+1)+\psi(t+1)\right]$$
$$+\beta(t)+\alpha(t)(1-z)-\frac{\pi(t)f(t)}{F^2(t)}, \tag{11}$$

avec $\rho(T)=\alpha(T)(1-z)$:

$$\left[\delta_i(t)-\delta_i(t+1)\right]=-(1-m)u_i\left[1+\rho(t+1)+\psi(t+1)\right]$$
$$-\alpha(t)z-\left[\frac{\delta_i(t+1)+\psi(t+1)}{k_i}\right],\quad \forall i \tag{12}$$

avec $\delta(T)=-\alpha(T)z$.

b) *Optimisation par rapport aux variables de décision :*

$$\psi(t+1)+\gamma(t+1)-\varepsilon(t)+\varepsilon'(t)=0, \tag{13}$$

$$\gamma(t+1)-\rho(t+1)-\beta(t)+\beta'(t)+\varepsilon(t)\frac{\partial E}{\partial c}=0, \tag{14}$$

$$\psi(t+1)+\delta_i(t+1)-\mu_i(t)+\mu_i'(t)=0, \qquad \forall i, \tag{15}$$

$$\varepsilon(t)\frac{\partial E}{\partial p}-[C(t)+R(t)][1+\rho(t+1)+\psi(t+1)]$$
$$-\pi(t)+\pi'(t)=0. \tag{16}$$

c) *Relations d'exclusions :*

$$\alpha(t)[[C^*(t)+R^*(t)](1-z)-z\sum_i D_i^*(t)]=0, \tag{17}$$

$$\varepsilon(t)[E-e^*(t)]=0; \qquad \varepsilon'(t)e^*(t)=0, \tag{18}$$

$$\pi(t)\left[\frac{f(t)}{F(t)}-p^*(t)\right]=0; \qquad \pi'(t).p^*(t)=0, \tag{19}$$

$$\beta(t)[R^*(t)-\theta C^*(t)-c^*(t)]=0; \qquad \beta'(t).c^*(t)=0, \tag{20}$$

$$\mu_i[\mathrm{M}_i-d_i^*]=0; \qquad \mu_i' d_i^*=0; \qquad \forall i, \tag{21}$$

$$\varepsilon(t),\quad \varepsilon'(t),\quad \alpha(t),\quad \pi(t),\quad \pi'(t),\quad \beta(t),\quad \beta'(t),\quad \mu_i(t),\quad \mu_i'(t)\geqq 0.$$

d) *Équations d'évolutions et situation initiale.*

3.3. Interprétation économique

Les équations ci-dessus résument les principaux arbitrages de la stratégie financière de la firme. On sait déjà que la variable $\psi(t+1)$ mesure l'utilité d'un supplément *de ressources financières pour l'organisation* ou encore dans la perspective d'une gestion décentralisée, *le prix de cession des ressources financières entre le service financier et les unités techniques.* Comme $\psi(t+1)$ figure dans la plupart des équations ci-dessus, cette variable joue un rôle central dans la stratégie financière.

3.3.1. *Politique d'émission d'actions* [équations (10), (13) et (18)]

La variable $\gamma(t+1)$ indique la valeur que le service financier attribue au fait de disposer au début de l'année $(t+1)$ d'une unité supplémentaire de capital. A cet égard, l'équation (10), intégrée de la date t à la date-horizon T, apporte quelques précisions. Elle nous dit que toute augmentation marginale du stock de capital à l'époque t [valeur $\gamma(t)$)] a pour effet, au cours des exercices ultérieurs :

– d'améliorer le ratio d'endettement :

$$+\sum_{\tau=t}^{T}\alpha(\tau)(1-z);$$

– de diminuer le pourcentage maximal de dividendes distribuables :

$$-\sum_{\tau=t}^{T-1} \pi(\tau)\left[\frac{f(\tau)}{F^2(\tau)}\right];$$

– de relever le seuil de la réserve légale :

$$-\sum_{\tau=t}^{T-1} \beta(\tau).\theta;$$

– enfin et surtout, d'obliger l'entreprise à verser des dividendes supplémentaires, ce qui apporte une certaine gêne aux possibilités ultérieures d'accroissement des réserves et de financement :

$$-\sum_{\tau=t}^{T-1} p(\tau)\left[1+\rho(\tau+1)+\psi(\tau+1)\right].$$

Il en résulte que le fait d'anticiper à la date (t), une augmentation du stock de capital prévue à la date $(t+1)$ se traduit généralement par un bilan $[\gamma(t)-\gamma(t+1)]$ négatif [*cf.* équation (10)].

La décision d'une nouvelle émission d'actions est donc le résultat d'un bilan complet où figure, d'une part le bilan $\gamma(t+1)$ d'une augmentation de capital et, d'autre part le prix $\psi(t+1)$ de cession auquel le service financier fait payer aux unités techniques les ressources financières supplémentaires obtenues au moyen de cette augmentation de capital.

Cet arbitrage est exprimé au moyen des équations (13) et (18).

a) Lorsque $\varepsilon(t)=0$ et $\varepsilon'(t)>0$, $e^*(t)=0$; $[\psi(t+1)+\gamma(t+1)]<0$.

Il n'y a pas d'émission d'actions car le bilan complet d'une augmentation de capital est négatif.

b) Lorsque $\varepsilon(t)>0$ et $\varepsilon'(t)=0$; $e^*(t)=E$; $[\psi(t+1)+\gamma(t+1)]>0$.

L'entreprise procède à l'émission la plus large possible, car le bilan complet d'une augmentation marginale de capital est toujours positif.

c) Lorsque $\varepsilon(t)=\varepsilon'(t)=0$; $[\psi(t+1)+\gamma(t+1)]=0$; l'entreprise émet juste le nombre d'actions nécessaires $e^*(t)$. Ce niveau optimal correspond à un bilan marginal nul.

3.3.2. *Politique d'incorporation des réserves au capital* [équations (10), (11), (14) et (20)]

La variable $\rho(t)$ indique la valeur que le service financier attribue au fait de disposer au début de l'année (t) d'une unité supplémentaire de réserves. Pour plus de précisions, intégrons l'équation (11) de la date t à l'horizon T.

On constate que toute augmentation marginale du stock de réserves à l'époque t [*valeur* $\rho(t)$] a pour effet :

– d'améliorer le ratio d'endettement :

$$+\sum_{\tau=t}^{T}\alpha(\tau)(1-z);$$

– d'éviter ultérieurement de buter sur la contrainte de réserve légale,

$$+\sum_{\tau=t}^{T-1}\beta(\tau);$$

– de diminuer le pourcentage maximal de dividendes distribuables,

$$\cdot-\sum_{\tau=t}^{T-1}\pi(\tau)\left[\frac{f(\tau)}{F^2(\tau)}\right];$$

– enfin, et surtout, d'obliger l'entreprise à verser des dividendes supplémentaires, ce qui apporte une certaine gêne aux possibilités ultérieures d'accroissement des réserves et de financement,

$$-\sum_{\tau=t}^{T-1}p(\tau)\left[1+\rho(\tau+1)+\psi(\tau+1)\right].$$

La décision d'incorporer une partie des réserves dans le capital résulte donc d'un bilan complet où figure :

– la valeur $\gamma(t+1)$ que l'on attribue à une augmentation marginale du capital;

– la désutilité $-\rho(t+1)$ d'une diminution des réserves;

– l'utilité $\varepsilon(t)(\partial E/\partial c)$ d'élargir les possibilités d'émission d'actions.

Mais la décision d'incorporation des réserves du capital ne change pas le ratio d'endettement, ni le pourcentage maximal de dividendes distribuables, ni le montant des dividendes effectivement versés puisque ceux-ci sont calculés sur le montant global des fonds propres. Cette remarque, exprimée par la relation :

$$[\gamma(t+1)-\rho(t+1)] = -[1+\theta]\sum_{\tau=t}^{T-1}\beta(\tau)$$

déduite des équations (10) et (11) intégrées de t à $T-1$, nous indique que le bilan complet de la décision d'incorporation des réserves au capital *est généralement négatif.* Dans ce cas, $\beta(t) = 0$, $\beta'(t) > 0$, d'où $c^*(t) = 0$. Il est donc préférable d'accumuler les bénéfices non distribués dans les réserves. Comme l'expression $[\gamma(t+1)-\rho(t+1)]$ est négative, seul le terme

$\varepsilon(t)(\partial E/\partial c)$ peut rendre le bilan positif, à condition toutefois que $\varepsilon(t)(\partial E/\partial c)$ soit supérieur à $(1+\theta)\sum_{\tau=t}^{T-1}\beta(\pi)$.

En d'autres termes, seule la perspective d'élargir les possibilités d'émission peut conduire l'entreprise à incorporer les réserves dans le capital. Ce calcul permet donc de retrouver la pratique bien connue qui consiste à distribuer des actions gratuites pour faciliter de nouveaux placements. Cette politique d'incorporation des réserves est exprimée dans les équations (14) et (20).

3.3.3. *Politique de distribution de dividendes* [équations (16) et (19)]

L'équation (16) nous indique que le pourcentage $p^*(t)$ de bénéfices distribués par rapport aux fonds propres $F(t)$ résulte de l'arbitrage suivant : il s'agit d'un côté de servir des dividendes suffisants aux actionnaires pour élargir les possibilités de placement des émissions [terme $\varepsilon(t)(\partial E/\partial p)$]; il s'agit d'autre part de limiter le bénéfice distribué, non seulement en raison de ses conséquences directes [terme $-F(t)$], mais aussi en raison de ses conséquences indirectes sur les moyens de financement [terme $-\psi(t+1)F(t)$] et sur le niveau des réserves [terme $-\rho(t+1)F(t)$] de la période suivante.

3.3.4. *Politique d'emprunt* [équations (12), (15) et (21)]

Comme les autres postes du passif (capital ou réserve), les différents types de dettes sont caractérisés *par un indicateur* $\delta_i(t)$.

En intégrant l'équation (12) de la date (t) à la date-horizon T, on s'aperçoit que toute augmentation marginale à la date (t) de la dette de type (i) se traduit, au cours des exercices ultérieurs, par :

– un supplément de charges :

$$-\sum_{\tau=t}^{T-1}(1-m)u_i[1+\rho(\tau+1)+\psi(\tau+1)], \qquad \text{(effet négatif)};$$

– un ratio d'endettement plus élevé :

$$-\sum_{\tau=t}^{T}\alpha(\tau)z \qquad \text{(effet négatif)};$$

– des remboursements :

$$-\sum_{\tau=t}^{T-1}\left[\frac{\delta_i(\tau+1)+\psi(\tau+1)}{k_i}\right],$$

dont l'effet peut être positif ou négatif selon le signe de l'expression $[\delta_i(\tau+1)+\psi(\tau+1)]$.

Lorsque l'expression est positive, l'effet est négatif c'est-à-dire que l'allègement de charges dû aux remboursements ne suffit pas à compenser la diminution de ressources financières que ces remboursements entraînent.

Lorsque l'expression est négative, l'effet est positif en ce sens que l'allègement de charges compense la gêne occasionnée par la diminution de ressources.

Ainsi, en général, le fait d'anticiper à l'époque (t) l'emprunt prévu à l'époque $(t+1)$ se traduit par un bilan $[\delta_i(t)-\delta_i(t+1)]$ négatif.

Les équations (15) et (21) résument la politique d'emprunt.

La décision de lancement d'un nouvel emprunt de type (i) résulte d'un bilan *complet* dans lequel figure, d'une part le bilan $\delta_i(t+1)$ (généralement négatif) d'un emprunt supplémentaire, d'autre part le prix de cession $\psi(t+1)$ auquel le service financier fait payer aux unités techniques les ressources financières obtenues au moyen de cet emprunt supplémentaire.

Lorsque $\mu_i(t)=0$, $\mu'_i(t)>0$, le bilan est négatif et $d_i^*(t)=0$: l'entreprise n'a pas intérêt à lancer un nouvel emprunt de type (i) au cours de l'exercice (t).

Lorsque $\mu_i(t)>0$, $\mu'_i(t)=0$, le bilan est positif et $d_i^*(t)=M_i$: l'entreprise emprunte le maximum, puisque le bilan d'un emprunt supplémentaire serait encore positif.

Lorsque $\mu_i(t)=\mu'_i(t)=0$, le bilan marginal est équilibré et ce bilan définit le niveau optimal $d^*(t)$ de l'emprunt qu'il conviendrait de lancer.

Remarque importante : Si le service financier jouait le rôle d'écran entre la comptabilité fiscale et la comptabilité économique (2^e type d'organisation), les équations marginales caractéristiques de la stratégie financière optimale [équations (10) à (24)] s'écriraient de manière identique, à condition de remplacer la variable ψ par son expression en fonction de φ.

4. GÉNÉRALISATION DE LA NOTION CLASSIQUE DE COÛT DU CAPITAL. COMPARAISON DES DIFFÉRENTES SOURCES DE FINANCEMENT, EN PARTICULIER DES DIVERS TYPES D'EMPRUNTS

Une opinion couramment admise consiste à classer les différents emprunts en fonction croissante des taux d'intérêt. Ainsi, l'emprunt de type (i) serait toujours préféré à l'emprunt de type (j) dès lors que u_i serait inférieur à u_j. De même, l'autofinancement serait une source privilégiée de financement possédant un coût rigoureusement nul. Il est aisé de se rendre compte que cette opinion est totalement fausse (sauf cas particulier) car les *véritables indicateurs de classement des différentes sources de financement sont les variables duales associées aux équations d'évolution des différents postes du passif*, c'est-à-dire :

$\gamma(t)$ pour les émissions d'actions;

$\rho(t)$ pour l'autofinancement;

$\delta_i(t)$ pour l'emprunt de type i.

Nous savons en effet que les variables duales $\gamma(t)$, $\rho(t)$, $\delta_i(t)$ mesurent respectivement *la valeur marginale pour le service financier* d'une augmentation de capital, d'une augmentation des réserves, d'une augmentation de la dette de type *i*. Par analogie avec la *théorie du coût du capital.* nous dirons que les termes $\boxed{-\gamma(t)}$, $\boxed{-\rho(t)}$, $\boxed{-\delta_i(t)}$ représentent respectivement *le coût marginal complet*, au début de l'exercice (t) :

– d'une émission d'action;
– de l'autofinancement;
– d'un emprunt de type (i).

En fonction de leurs coûts marginaux respectifs, il devient dès lors très facile, à chaque période, *de classer les différentes sources de financement puis de retenir celles dont le coût est inférieur au prix de cession interne du capital.*

Le classement des sources de financement, puis la comparaison avec le prix de cession interne, sont exprimés par le *système d'équations* :

— une équation qui définit la politique *d'émission d'actions* :

$$\{\psi(t+1) = -\gamma(t+1)+\varepsilon(t)-\varepsilon'(t)\},$$

— une équation qui définit la politique *d'autofinancement* :

$$\left\{\psi(t+1) = -\rho(t+1)+\varepsilon(t)\frac{\partial E}{\partial c}+\varepsilon(t)-\varepsilon'(t)+\beta'(t)-\beta(t)\right\},$$

— des équations qui *règlent la politique d'emprunt* :

$$\{\psi(t+1) = -\delta_i(t+1)+\mu_i(t)-\mu_i'(t)\}, \qquad \forall i,$$

enfin une équation secondaire *qui définit l'incorporation des réserves au capital* :

$$\left\{\gamma(t+1) = \rho(t+1)-\varepsilon(t)\frac{\partial E}{\partial c}+\beta(t)-\beta'(t)\right\},$$

4.1. Politique à l'égard des actionnaires (Émission d'action. Incorporation des réserves au capital. Autofinancement)

Coût des fonds propres

4.1.1. La comparaison de $[\psi(t+1)]$, $[-\gamma(t+1)]$ et $[-\rho(t+1)]$ conduit à pratiquer différentes politiques à l'égard des actionnaires (*cf.* tableau page suivante).

4.1.2. *Coûts des fonds propres*

La politique financière à l'égard des actionnaires dépend d'une manière générale de deux types de coûts marginaux :

$\boxed{-\gamma(t)}$ qui représente le coût marginal complet d'une émission d'actions;

$\boxed{-\rho(t)}$ qui représente le coût marginal complet de l'autofinancement.

TABLEAU

	POLITIQUE FINANCIERE AU COURS DE L'EXERCICE (t) / CLASSEMENT DES INDICATEURS	ÉMISSION D'ACTIONS	AUTOFINANCEMENT	INCORPORATION DES RÉSERVES AU CAPITAL
A	$\psi(t+1) > -\gamma(t+1) > -\rho(t+1)$	Maximale $e^*(t) = E$	Maximum	Nulle
B	$\psi(t+1) > -\rho(t+1) > -\gamma(t+1)$	Maximale $e^*(t) = E$	Maximum	Maximale
C	$\psi(t+1) > -\gamma(t+1) = -\rho(t+1)$	Maximale $e^*(t) = E$	Maximum	Partielle
D	$\psi(t+1) = -\rho(t+1) > -\gamma(t+1)$	Maximale $e^*(t) = E$	Limité aux besoins financiers	Maximale
E	$-\rho(t+1) > \psi(t+1) > -\gamma(t+1)$	Maximale $e^*(t) = E$	Nul	Maximale
F	$-\gamma(t+1) > \psi(t+1) > -\rho(t+1)$	Pas d'émission	Maximum	Nulle
G	$-\gamma(t+1) > \psi(t+1) = -\rho(t+1)$	Pas d'émission	Limité aux besoins financiers	Nulle
H	$-\gamma(t+1) > -\rho(t+1) > \psi(t+1)$	Pas d'émission	Nul	Nulle
I	$-\rho(t+1) > -\gamma(t+1) > \psi(t+1)$	Pas d'émission	Nul	Maximale
J	$-\rho(t+1) = -\gamma(t+1) > \psi(t+1)$	Pas d'émission	Nul	Partielle
K	$\psi(t+1) = -\gamma(t+1) > -\rho(t+1)$	Modérée $e^*(t) < E$	Maximum	Nul
L	$-\rho(t+1) > \psi(t+1) = -\gamma(t+1)$	Modérée $e^*(t) < E$	Nul	Maximale
M	$\psi(t+1) = -\gamma(t+1) = -\rho(t+1)$	Modérée $e^*(t) < E$	Limité aux besoins financiers	Partielle

Cependant, si l'entreprise évite de distribuer la totalité de son bénéfice sous forme de dividendes ($\mu(\tau) = 0$), si elle se maintient toujours en dessous du taux d'endettement maximal ($\alpha(\tau) = 0$) et si elle effectue des transferts limités de réserves dans les capitaux propres ($\beta(\tau) = \beta'(\tau) = 0$), les *deux coûts marginaux précédents* ont la même expression :

$$-\gamma(t) = -\rho(t) = \sum_{\tau=t}^{T-1} p(\tau)\left[1+\rho(\tau+1)+\psi(\tau+1)\right].$$

On obtient alors un *coût marginal unique pour l'ensemble des fonds propres, coût qui dépend, pour l'essentiel, de la politique future de dividendes.*

Cas particulier du régime équilibré

Un cas encore plus particulier se produit, lorsque $\rho(\tau+1)+\psi(\tau+1) = 0$ pour $\tau = t, \ldots, T-1$, c'est-à-dire, lorsque l'entreprise pratique, à partir de la période (t) une *politique équilibrée de type M*. Dans ce cas en effet, l'expression précédente devient :

$$-\gamma(t) = -\rho(t) = \psi(t) = \sum_{\tau=t}^{T-1} p(\tau),$$

ce qui signifie :

1° *que le coût marginal complet des fonds propres est égal à la somme sur toutes les périodes futures, des pourcentages de dividendes versés par rapport aux fonds propres;*

2° *que le coût marginal des fonds propres est égal au prix de cession interne du capital.*

Le fait de disposer durant l'exercice (t) d'une unité supplémentaire de fonds propres se traduit alors pour le Service Financier par un coût égal à $\rho(t+1)-\rho(t) = p(t)$, c'est-à-dire au rapport entre dividendes versés et fonds propres. On en déduit très facilement un *taux d'intérêt implicite des fonds propres :*

$$i_F(t) = \frac{p(t)}{1+\sum_{\tau=t+1}^{T-1} p(\tau)} = \frac{p(t)}{1+\psi(t+1)}.$$

La connaissance de ce taux permet de déterminer le taux d'actualisation interne de la firme puisque en régime équilibré de type M et en l'absence de contraintes, $\boxed{i_F(t) = i(t)}$.

4.2. Politique d'endettement. Coût et classement des emprunts

4.2.1. *Politique d'endettement*

Il est aisé de se rendre compte que le véritable indicateur qui permet de sélectionner et de classer les emprunts n'est pas le taux d'intérêt u_i, mais l'indicateur $\delta_i(t)$ ou si l'on préfère *le coût réel* de l'emprunt : $\boxed{-\delta_i(t)}$.

La politique d'endettement de l'entreprise consiste en effet pour le service financier à comparer à chaque période *le coût réel de chaque type d'emprunt avec le prix de cession interne du capital.*

Cette comparaison met en évidence trois catégories d'emprunts :

a) pour certains types d'emprunts $i \in I_1$, $\boxed{\psi(t+1) > -\delta_i(t+1)}$, ce qui entraîne :

$$\mu_i'(t) = 0; \qquad \mu_i(t) > 0 \qquad \text{et} \qquad d_i^*(t) = \mathrm{M}_i.$$

Ces emprunts sont intéressants et l'entreprise emprunte le maximum possible M_i.

b) Pour d'autres emprunts $i \in I_2$, $\boxed{\psi(t+1) < -\delta_i(t+1)}$, ce qui entraîne :

$$\mu_i(t) = 0; \qquad \mu_i'(t) > 0 \qquad \text{et} \qquad d_i^*(t) = 0.$$

L'entreprise évite ces types d'emprunts car ils se révèlent trop chers.

c) Il se peut qu'il existe un ou plusieurs emprunts $i \in I_3$, tels que

$$\psi(t+1) = -\delta_i(t+1).$$

Dans ce cas, l'entreprise fera appel indifféremment aux emprunts $i \in I_3$ de manière à satisfaire ses besoins de financement : $0 < d_i(t) < M_i$.

La connaissance du coût complet $\boxed{-\delta_i(t+1)}$ de ces emprunts marginaux ($i \in I_3$) permet, par un raisonnement inverse, de définir le prix de cession interne $\psi(t+1)$ du capital à l'intérieur de l'entreprise.

4.2.2. *Coût et classement des emprunts*

A partir de l'équation (12) :

$$[\delta_i(t) - \delta_i(t+1)] = -(1-m)u_i[1+\rho(t+1)+\psi(t+1)] - \alpha(t)z - \left[\frac{\delta_i(t+1)+\psi(t+1)}{k_i}\right]$$

avec

$$\delta_i(T) = -\alpha(T)z,$$

un calcul élémentaire montre que :

$$\begin{aligned} -\delta_i(t) = {} & (1-m)u_i\left[\sum_{\tau=0}^{T-t-1}\left(1-\frac{1}{k_i}\right)^{\tau}[1+\rho(t+\tau+1)+\psi(t+\tau+1)]\right] \\ & + z\sum_{\tau=0}^{T-1}\left(1-\frac{1}{k_i}\right)^{\tau}\alpha(t+\tau) \\ & + \sum_{\tau=0}^{T-t-1}\left(1-\frac{1}{k_i}\right)^{\tau}\left[\frac{\psi(t+\tau+1)}{k_i}\right] \qquad \text{si} \quad k_i \neq 1. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -\delta_i(t) = {} & (1-m)u_i[1+\rho(t+1)+\psi(t+1)] \\ & + z\alpha(t)+\psi(t+1), \qquad \text{si} \quad k_i = 1. \end{aligned}$$

Le *premier terme :*

$$(1-m)u_i\left[\sum_{\tau=0}^{T-t-1}\left(1-\frac{1}{k_i}\right)^{\tau}[1+\rho(t+\tau+1)+\psi(t+\tau+1)]\right]$$

représente *le coût direct et indirect des charges financières sur l'ensemble des périodes futures.* Ce coût est d'autant plus élevé que le taux d'intérêt u_i est plus élevé et que la fiscalité m est faible, mais il dépend *de la durée de remboursement* k_i par l'intermédiaire d'un coefficient de pondération $[1-(1/k_i)]$ décroissant, de l'évolution de la valeur des réserves ρ et de l'évolution du prix de cession interne ψ.

Le *second terme* :

$$z\sum_{\tau=0}^{T-t}\left(1-\frac{1}{k_i}\right)^{\tau}\alpha(t+\tau)$$

représente le coût éventuel de la contrainte d'endettement.

Le *troisième terme* :

$$\sum_{\tau=0}^{T-t-1}\left(1-\frac{1}{k_i}\right)^{\tau}\left[\frac{\psi(t+\tau+1)}{k_i}\right]$$

représente *le coût des remboursements.* En effet, le fait de rembourser à chaque période une somme D_i/k_i qu'il pourrait céder au prix ψ, se traduit pour le service financier par un coût marginal égal à ψ/k_i.

Le premier terme est une fonction croissante de u_i et k_i, ce qui signifie que du *seul point de vue des charges financières*, l'entreprise a intérêt à rechercher les emprunts à faible taux d'intérêt et à faible durée de remboursement. Le second terme est une fonction croissante de k_i : du seul point de vue de la contrainte d'endettement, l'entreprise a intérêt à chercher des emprunts à faible durée de remboursement.

En ce qui concerne le troisième terme, (ψ/k_i) est une fonction décroissante de k_i tandis que les coefficients de pondération $[1-(1/k_i)]$ sont des fonctions croissantes de k_i mais au total, *l'expression reste décroissante.* Du seul point de vue des charges de remboursements, l'entreprise recherchera les emprunts possédant la plus grande durée de remboursement.

Le choix d'un emprunt résulte donc d'un *arbitrage* entre les *charges financières* (directes et indirectes) et *les charges de remboursements.* Et dans cet arbitrage, la durée de remboursement k_i *joue un rôle essentiel.* S'agissant d'établir une politique d'endettement de l'entreprise en face de différentes possibilités d'emprunts, les *taux d'intérêt* u_i *ne sauraient à eux seuls être déterminants.* Seul un *indicateur synthétique* $[-\delta_i(t)]$, incluant *à la fois les charges financières directes et indirectes, les charges de remboursements* et les effets éventuels de la *contrainte d'endettement,* permet une *comparaison valable.*

Cas particulier du régime équilibré de type M en l'absence de contrainte

Si l'entreprise se situe toujours en dessous du ratio d'endettement et pratique à l'égard des actionnaires une politique équilibrée de type M, c'est-à-dire lorsque :

$$\alpha(t+\tau)=0 \qquad \text{pour} \quad \tau=0,\ldots,T-t,$$

et
$$\psi(\tau+t+1)+\rho(\tau+t+1)=0 \qquad \text{pour} \quad \tau=0,\ldots,T-t-1,$$

l'expression du coût s'écrit :

$$-\delta_i(t)=\sum_{\tau=0}^{T-t-1}\underbrace{\left(1-\frac{1}{k_i}\right)^{\tau}}_{\substack{\text{coefficient}\\ \text{de pondération}}}\left[\underbrace{(1-m)\;u_i}_{\substack{\text{charges}\\ \text{financ.}}}+\underbrace{\frac{\psi(t+\tau+1)}{k_i}}_{\substack{\text{charges}\\ \text{de remboursement}}}\right] \qquad \text{si} \quad k_i\neq 1,$$

$$-\delta_i(t)=(1-m)\,u_i+\psi(t+1), \qquad \text{si} \quad k_i=1.$$

On observe immédiatement que les charges financières indirectes $(1-m)\,u_i\,(\psi+\rho)$ s'annulent et que les deux termes principaux de l'arbitrage dépendent toujours du couple : taux d'intérêt; durée de remboursement. Pour que le classement des emprunts s'effectue sur le seul critère des taux d'intérêt, il faudrait ou bien que les durées de remboursement soient identiques ou encore (ce qui est inconcevable) que l'entreprise ne rembourse pas ses dettes !

5. CAS PARTICULIER D'UNE SEULE SOURCE D'ENDETTEMENT ET D'UNE POLITIQUE ÉQUILIBRÉE DE TYPE M EN L'ABSENCE DE CONTRAINTES. LIAISON AVEC LES THÉORIES FINANCIÈRES TRADITIONNELLES

5.1. Il en va tout autrement si l'entreprise décide de ne retenir qu'un seul type d'emprunt et pratique en permanence une politique équilibrée de type M avec appel simultané à l'autofinancement et à l'emprunt.

a) En effet, en l'absence de contraintes (notamment de contrainte d'endettement) l'emprunt étant marginal, la stratégie financière optimale est caractérisée, quelle que soit la période $t=0,1,\ldots,T$ par la double égalité :

$$-\delta_i(t)=\psi(t)=-\rho(t)=-\gamma(t).$$

En d'autres termes, le *coût du capital est égal au coût des fonds propres* $(-\rho(t)=-\gamma(t))$, *lui-même égal au coût de l'emprunt* $-\delta_i(t)$. Au voisinage de la stratégie optimale [1], il est donc indifférent pour satisfaire un besoin

[1] On dit aussi « du levier optimal », le levier étant le rapport $D_t/(F+D_t)$ entre l'endettement D_t et la somme « endettement + fonds propres » : D_t+F.

supplémentaire de financement de faire appel à l'emprunt ou à l'auto-financement;

b) Dans ce cadre d'hypothèses, l'équation (12) s'écrit :

$$\delta_i(t)-\delta_i(t+1) = -(1-m)u_i$$

et l'expression du coût de l'emprunt devient :

$$-\delta_i(t) = \sum_{\tau=t}^{T-1}(1-m)u_i.$$

Ainsi, en l'absence de contrainte d'endettement, *le coût de l'emprunt marginal est indépendant de la durée de remboursement.*

c) Par voie de conséquence et *dans ce cadre d'hypothèses, s'il s'agit de sélectionner un seul type d'emprunt,* l'entreprise choisira *celui qui conduit au coût du capital le plus bas,* c'est-à-dire, *celui qui possède le taux d'intérêt le moins élevé.*

Par exemple, entre deux emprunts (i) et (j) tels que :

$$\begin{cases} -\delta_j(t) = \sum_{\tau=t}^{T-1}(1-m)u_j = -\rho'(t) = -\gamma'(t) = \psi'(t), \\ -\delta_i(t) = \sum_{\tau=t}^{T-1}(1-m)u_i = -\rho(t) = -\gamma(t) = \psi(t), \\ \text{et} \qquad u_j < u_i, \end{cases}$$

l'entreprise choisira l'emprunt (j). Mais en même temps la stratégie financière sera différente. Le prix de cession interne étant moins élevé ($\psi' < \psi$), le service technique investira davantage. Le coût des fonds propres devant être lui aussi moins élevé, la proportion de dividendes versés sera moindre : le service financier fera davantage appel à l'emprunt qu'à l'autofinancement.

d) En termes de taux d'intérêt, la stratégie financière optimale correspond à la double égalité :

$$i(t) = i_F(t) = i_E(t);$$

dans laquelle :

$$i(t) = \frac{\psi(t)-\psi(t+1)}{1+\psi(t+1)}$$

est le taux d'actualisation interne de la période (t) ou si l'on préfère le taux de rentabilité marginal du capital (au sens du cash-flow net après impôts);

$$i_F(t) = \frac{p(t)}{1+\psi(t+1)}$$

est le coût marginal annuel des fonds propres ou si l'on préfère le taux d'intérêt implicite des fonds propres et

$$i_E(t) = \frac{(1-m)u_i}{1+\psi(t+1)}$$

est le coût marginal annuel de l'emprunt ou si l'on préfère le taux d'intérêt implicite de l'emprunt.

e) Incidence de la fiscalité.

Lorsque le taux d'imposition sur le bénéfice est nul ($m = 0$), le choix de l'entreprise se porte toujours sur le même type d'emprunt c'est-à-dire, qu'il se portera sur l'emprunt (j) dès lors que $u_j < u_i$.

Mais la présence de la fiscalité a pour effet de diminuer le prix de cession interne puisque :

$$\underset{(m=0)}{\psi(t)} = \sum_{\tau=t}^{T=1} u_i\,; \qquad \underset{(m\neq 0)}{\psi(t)} = \sum_{\tau=t}^{T-1} (1-m)u_i,$$

d'où

$$\underset{(m\neq 0)}{\psi(t)} = (1-m)\underset{(m=0)}{\psi(t)}.$$

En particulier, *lorsque l'impôt sur les bénéfices est de* 50 % ($m = 1/2$), *le prix de cession interne est la moitié de ce qu'il serait en l'absence de fiscalité.*

Par voie de conséquence, puisque la fiscalité a pour effet de diminuer le coût du capital, la masse des investissements rentables sera plus grande; de plus, pour financer ce volume plus important d'investissements, l'entreprise se tournera plutôt vers l'emprunt que vers l'autofinancement.

5.2. *Dans ce cadre très particulier d'hypothèses*, on retrouve un certain nombre de résultats connus. Et cette constatation permet de souligner les limites et les contradictions des théories traditionnelles qu'il s'agisse des théories micro-économiques [6] et de leurs prolongements [7] ou encore des théories classiques [8, 9, 10, 11] ou néo-classiques [12, 13, 14, 15] du « management » financier.

Ces théories ont en effet en commun un cadre d'hypothèses très restrictif qui correspond sensiblement à celui de ce paragraphe.

a) Il s'agit toujours de *modèles statiques* dans lesquels on ne s'intéresse pas à l'évolution temporelle des phénomènes : il n'est donc pas possible avec ce type de modèle de prendre en compte les changements de rythme d'investissement, ni d'expliquer l'enchaînement temporel des tableaux de financement. Avec beaucoup d'indulgence et de bonne volonté, on peut considérer tout au plus qu'il s'agit de modèles d'économie stationnaire.

b) Il s'agit de *modèles d'optimum libre*: la plupart des contraintes (contraintes d'endettement maximales ou de réserve légale) sont absentes.

c) Il n'existe en général qu'un seul type d'emprunt, l'objet de la politique financière se réduisant à choisir entre cet emprunt et l'autofinancement.

d) On admet sans démonstration que la politique optimale sera équilibrée c'est-à-dire, qu'on fera appel simultanément à l'emprunt et à l'autofinancement, le problème étant de définir dans quelle proportion (définition du « levier optimal »).

Il est facile de vérifier que ce cadre très restrictif d'hypothèses correspond bien à celui que nous avons considéré au début de ce paragraphe. Ceci étant, les conclusions qui sont généralement énoncées sont contradictoires et le plus souvent erronées.

A) Dans la *théorie microéconomique*, il est indiqué que le taux d'actualisation $i(t)$ est égal au coût $i_E(t)$ de l'emprunt marginal, c'est-à-dire, au taux d'intérêt u_i en l'absence de fiscalité ($m = 0$) ou à $(1-m)\,u_i$ s'il existe un taux m d'impôts sur les bénéfices.

L'autofinancement est réputé ne rien coûter : $i_F(t) = 0$. On l'utilise donc en priorité et au maximum pour satisfaire les besoins de financement. Pour financer le solde, on fait ensuite appel aux emprunts. Si les possibilités d'emprunts sont illimitées, on utilise un seul type d'emprunt, le moins cher, et cet emprunt marginal détermine le taux d'actualisation. Si les possibilités d'emprunts sont limitées, on fait appel éventuellement à différents types d'emprunts par ordre de taux d'intérêt croissants.

Les résultats énoncés au paragraphe 5.1 permettent de séparer dans cette théorie le vrai du faux :

– il est vrai que *le taux d'actualisation interne* $i(t)$ *doit être égal au coût* $i_E(t)$ *de l'emprunt marginal*, mais le coût des fonds propres $i_F(t)$ n'est pas nul puisque il est lui-même égal au taux d'actualisation $i(t)$;

– le coût marginal annuel de l'emprunt $i_E(t)$ n'est pas égal à $(1-m)\,u_i$ mais à $[(1-m)\,u_i]/[1+\Psi\,(t+1)]$.

En d'autres termes, la théorie micro-économique classique suppose implicitement que $\psi\,(t+1) = 0$: ce n'est pas une théorie d'économie stationnaire mais *une théorie statique*. Par ailleurs, la stratégie financière optimale ne correspond pas à l'autofinancement maximal mais à l'égalité des coûts marginaux des différentes sources de financement. De plus, si l'entreprise fait appel à différents types d'emprunts, le classement des emprunts ne correspond pas au simple classement des taux d'intérêt.

B) Les théories du « management » financier reposent, quant à elles, sur trois définitions fondamentales :

– le coût du capital $\bar{i}(t)$ est égal au rapport entre le cash-flow d'exploitation et la valeur totale des moyens financiers (dette D et fonds propres F), c'est-à-dire $\bar{i}(t) = [\text{cash-flow}/(D+F)]$;

— le coût de la dette $i_E(t)$ est égal aux charges d'intérêt annuelles après impôts rapportées au montant global de la dette : soit $i_L(t) = (1-m)\, u_i$ dans le cas d'un seul emprunt, ou $i_E(t) = (1-m)(\sum u_i\, D_i(t)/\sum D_i(t))$ dans le cas de plusieurs emprunts;

— le coût des fonds propres $i_F(t)$ est égal aux dividendes distribués rapportés à la valeur des actions sur le marché soit : $\bar{i}_F(t) = p(t)\, F(t)/W(t)$, $W(t)$ étant la capitalisation boursière à l'époque t.

De ce fait, le coût du capital $\bar{i}(t)$ est égal à la somme pondérée du coût des différentes sources de financement, soit :

$$\bar{i}(t) = \bar{i}_E(t)\left[\frac{D}{D+F}\right] + \bar{i}_F(t)\left[\frac{F}{D+F}\right]$$

et la stratégie financière est dite optimale lorsque le coût du capital $i(t)$ est minimal. Ceci étant, la théorie classique démontre qu'il existe un « levier » $[D/(D+F)]$ qui rend minimal le coût $\bar{i}(t)$.

La théorie néo-classique énoncée par Modigliani et Miller postule en revanche qu'en l'absence de fiscalité sur les bénéfices, le coût du capital est constant et indépendant de la structure financière de la firme; il n'existe donc pas de « levier optimal ». Compte tenu de la fiscalité, toute augmentation de l'endettement diminue le coût du capital; aussi la structure financière optimale correspond à l'endettement maximum.

Compte tenu des résultats que nous avons énoncés, il est relativement aisé de comprendre et de rectifier éventuellement ces conclusions.

Tout d'abord, à la différence des théories microéconomiques qui ont le mérite de faire apparaître le prix de cession interne du capital comme *une valeur marginale*, les théories du « management » financier se réfèrent à une valeur moyenne. Cette différence est particulièrement nette au niveau même des définitions. Le coût du capital apparaît en effet comme la rentabilité moyenne (au sens du cash-flow d'exploitation) de l'ensemble des moyens de financement (dettes + fonds propres). Nous avons montré quant à nous que le *prix du capital devrait être égal* à la *rentabilité marginale* (au sens du cash-flow net après impôts) de *l'ensemble des moyens financiers.*

Le coût de la dette est égal aux charges annuelles d'intérêt après impôts rapportées au montant global de la dette. Ici encore, il s'agit d'une valeur moyenne. Dans le cas d'un seul emprunt (c'est-à-dire, lorsque la valeur moyenne et la valeur marginale se confondent) le coût de la dette $\bar{i}_E(t)$ ne devrait pas être égal à $(1-m)\, u_i$ mais à $[(1-m)\, u_i]/[1+\psi\,(t+1)]$. Les théories du « management » financier comme les théories microéconomiques supposent que $\psi\,(t+1) = 0$: ce sont donc des *théories résolument statiques.*

Soit $C(A^{\circ})$ la coupe-arbre correspondante qui sépare les sommets en deux sous-ensembles Y°, $\overline{Y}^{\circ}$.

A l'étape 1 nous procédons comme suit :

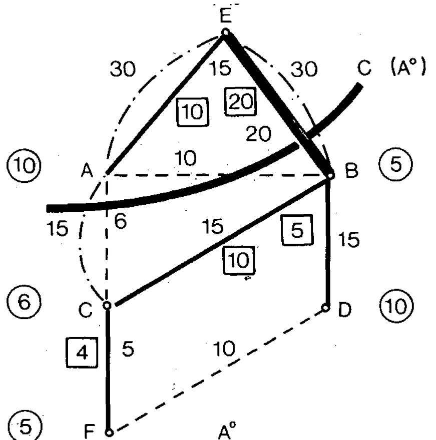
I. On considère les arbres $A^{1}_{(i,j)}$ obtenus en permutant un arc $(i,j) \notin A^{0}$ avec un arc $(l,j) \in A^{0}$ et vérifiant :

(α) $(i,j) \in (Y^{0}, \overline{Y}^{0})$.

(β) (i,j) n'est pas marqué ou améliore une fonction pondérant la défaillance et le coût d'investissement, à l'aide de poids P_1 et P_2 avec $P_1 \gg P_2$, soit

$$P_1\, \tilde{D}_{(l,j)} + P_2\, \tilde{K}_{(l,j)} > P_1\, D^{1}_{(i,j)} + P_2\, K^{1}_{(i,j)}.$$

Le symbole ~ indique le meilleur arbre rencontré dans le cheminement; au départ de la procédure c'est l'arbre initial.



- - - éléments du réseau initial.
—·— éléments (i,j) du catalogue de renforcement (tels que $k_{(i,j)} \neq 0$).
═ arcs saturés.

$\boxed{5}$ flot dans l'arc.
(3) demande du sommet i.
| 15 capacité de transit de l'arc.
▬ en traits pleins, ouvrages de A^{0}.

Figure 3.

$\tilde{D}_{(l,j)}$ est la défaillance correspondant à l'arbre A^{0} contenant (l,j) et $D_{1\,(i,j)}$ la défaillance pour l'arbre A^{1} contenant (i,j), $\tilde{K}_{(l,j)}$ et $K_{1\,(i,j)}$ les coûts correspondants.

II. Parmi les arbres satisfaisant les conditions α et β, l'arbre A^{1} choisi est celui qui minimise la fonction :

$$P_1 \min(\tilde{D}_{(l,j)} - D^{1}_{(i,j)}, 0) - P_2 \min(\tilde{K}_{(l,j)} - K^{1}_{(i,j)}, 0).$$

Dans l'ensemble ci-dessus, l'exploration à ce niveau conduit à l'arbre de cheminement suivant (*fig.* 4).

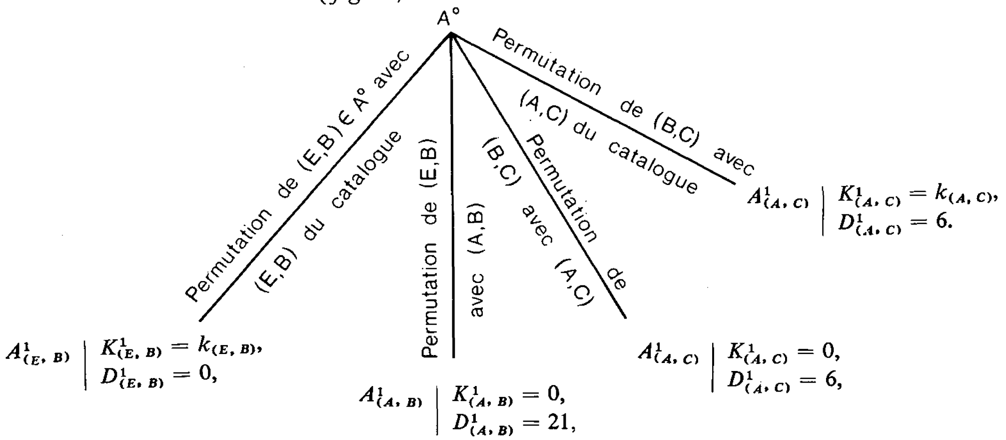


Figure 4.

— Si un des arbres A^1 trouvés est meilleur que A^0, soit s'il améliore la fonction économique, on pose $\tilde{A} = A^1$.

— Si $D^1_{(i,j)} = 0$, l'arbre $A^1_{(i,j)}$ trouvé constitue une solution réalisable et les investissements nécessaires, s'il en faut, pour parvenir à cette solution sont mis en mémoire.

Soit dans l'exemple ci-dessus : $A^1_{(E,B)}$, investissement nécessaire = (E, B).

— Puis l'exploration est reprise, soit à partir :

- du meilleur arbre trouvé $\tilde{A} = A^1$, s'il existe;
- du moins mauvais, parmi ceux répondant aux critères α et β à ce niveau de l'exploration.

L'exploration s'arrête soit quand la coupe est vide soit quand toutes les arêtes permutables sont déjà marquées.

Chaque permutation retenue pour passer d'un arbre quelconque A^n à un arbre A^{n+1} constitue une arête de l'arbre de cheminement, et chaque arête ayant un coût $\neq 0$ introduite est repérée. L'exploration sur cet arbre de cheminement se fait comme nous venons de le voir jusqu'à l'obtention d'une solution, ensuite nous reprenons l'exploration en partant du dernier arbre trouvé avant l'introduction du dernier ouvrage ayant un coût non nul.

Supposons par exemple que nous trouvions une première solution (arbre à défaillance nulle), en introduisant les ouvrages L_1 (1) et L_2 de coût non nul (*fig.* 5).

(1) Le catalogue de renforcement $\mathscr{L}$ est un ensemble d'ouvrages L_1, L_2, ..., chaque ouvrage est représenté par deux arcs (i, j) et (j, i) affectés d'un coût non nul.