Revue française d'automatique, informatique, recherche opérationnelle. Recherche opérationnelle

W. Rey

Commentaire à propos de « Lissage de fractile par M. Cramer »

Revue française d'automatique, informatique, recherche opérationnelle. Recherche opérationnelle, tome 9, n° V3 (1975), p. 93-94

<http://www.numdam.org/item?id=RO_1975__9_3_93_0>

R.A.I.R.O.
(9e année, octobre 1975, V-3, p. 93 à 94)

Correspondance

COMMENTAIRE A PROPOS DE « LISSAGE DE FRACTILE PAR M. CRAMER »

Dans un article publié récemment [1], M. Cramer étudie les propriétés d'une méthode particulière d'estimation robuste d'un quantile de la distribution stochastique dont est issue une série chronologique. Nous voudrions à propos de cet article, par ailleurs excellent, relever deux points : d'une part, il existe des applications de la méthode ([2], [3]), d'autre part, certaines lacunes ou incorrections du développement analytique peuvent être amendées.

Dès 1969, la même méthode a été appliquée pour l'analyse continue de l'électrocardiogramme en vue d'obtenir une valeur typique par la médiane et une dispersion par la déviation médiane de la série constituée par certaines mensurations.

Dans un article plus récent [4], nous donnons un développement analytique menant à la solution très générale de l'équation considérée sans beaucoup de succès par M. Cramer. L'équation du milieu de la page 25 :

$$P(s) = [1 - F(s-\alpha)]\, P(s-\alpha) + F(s+\beta)\, P(s+\beta),$$

où F est une distribution cumulée connue et P une distribution de fréquences inconnues, admet la solution

$$P(s) \approx K\, Q^n (1-Q)^{m-n},$$

avec

$$\begin{aligned} Q &= \alpha/(\alpha+\beta), \\ m &= 2/[F(s+\beta) - F(s-\alpha)], \\ n &= m\, F(s), \\ K &= K_1\, \Gamma(m+1)/[\Gamma(n+1)\, \Gamma(m-n+1)] \end{aligned}$$

et

$$K_1 = \text{constante de normalisation.}$$

Cette solution est d'autant plus exacte que $F(s)$ peut être approximée par une forme linéaire dans tout intervalle $[s - \alpha, s + \beta]$ et strictement exacte si $\alpha = \beta = 1$ ou si $F(s)$ est uniforme. On obtient pour la variance de l'estimateur du quantile

$$\mathrm{Var}\left[F(y)\right] = \alpha\beta / \left[2(\alpha + \beta) F'(s^*)\right].$$

Ce résultat infirme celui de l'article commenté, mais sans doute doit-on imputer la différence à des coquilles typographiques.

BIBLIOGRAPHIE

[1] M. Cramer, *Lissage d'un fractile d'une distribution de probabilité variable*, R.A.I.R.O,. V-3, 1974, p. 21-31.

[2] W. Rey, J. Laird et P. Hugenholtz, *P-wave detection by digital computer*, Comp. Biomed. Res., 4, 1971, p. 509-522.

[3] W. Rey, *Adaptivity in cardiac monitoring. How to assess the measurement statistics*, Proc. Conf. on Signal Processing, N.T.G., Erlangen, 1973, p. 160-168.

[4] W. J. J. Rey, *Robust estimates of quantiles, location and scale in time series*, Philips Res. Repts, 29, 1974, p. 67-92.

W. Rey,
Laboratoire de Recherches M.B.L.E.
Bruxelles.