PUBLICATIONS MATHÉMATIQUES ET INFORMATIQUES DE RENNES

GÉRARD SENSEVY

Un prototype d'ingénierie didactique : le Journal des Fractions

Publications de l'Institut de recherche mathématiques de Rennes, 1997-1998, fascicule 3
« Fascicule de didactique des mathématiques et de l'E.I.A.O. », , p. 45-51

<http://www.numdam.org/item?id=PSMIR_1997-1998___3_45_0>

© Département de mathématiques et informatique, université de Rennes, 1997-1998, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la série « Publications mathématiques et informatiques de Rennes » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (http://www.numdam.org/conditions). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM
Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
http://www.numdam.org/

Un prototype d'ingénierie didactique : le Journal des Fractions[3]

Gérard SENSEVY

Maître de conférences, IUFM de Bretagne

1. Les contraintes temporelles comme anti-épistémologiques

Du côté de l'élève

La contrainte du temps didactique produit, ainsi que l'ont montré Mercier et Chevallard (1987), de la déconcertation cognitive.

Les effets "déconcertants" du temps didactique pèsent sur les potentialités d'expertise de l'élève, éternel débutant.

En particulier, on peut dire qu'ils produisent un certain type d'*amnésie*. En effet, l'expert, par la manipulation répétée de la technique et par l'automatisation de celle-ci, effectue un travail de type mnésique. Une technique peut en effet être décrite comme une cristallisation de la mémoire. En produisant une technique, l'expert exhibe ainsi un concentré de mémoire.

Or la possibilité du travail de la technique est souvent refusée à l'élève, au sein du contrat didactique classique : ceci n'est donc pas sans incidence mnésique.

D'autre part, le travail épistémologique suppose souvent, chez le chercheur, un long côtoiement d'un même objet, côtoiement qui produit une grande familiarité non seulement avec l'objet lui-même, mais avec le milieu, l'arrière-fond sur lequel il se dessine.

Le défilé du temps didactique tend à interdire ainsi à la fois à l'élève l'expérience de l'expertise, dans l'impossibilité du travail de la technique, et l'expérience de la recherche et de l'étude, dans l'impossibilité du travail dans la durée. Je reviendrai sur ces points dans la partie 3.

Du côté de l'enseignant

Les contraintes temporelles agissent très fortement sur l'enseignant (Mercier, 1992). On peut ainsi les voir à l'oeuvre dans la gestion du micro-temps didactique, qui apparaît comme la pierre de touche d'un premier professionnalisme de l'enseigner.

On peut également les apprécier dans la gestion en "temps réel" de l'enseignant, où celui-ci doit faire montre d'un "sens du jeu" qui lui permettra de prendre certaines (bonnes) décisions.

On peut aussi s'intéresser plus particulièrement aux limitations que l'institution du temps didactique - micro-temps ou longue durée - apporte à la façon dont le maître reçoit et traite les productions des élèves.

Nécessité de l'arrêt

3- Cet article, reprenant les principaux thèmes de mon exposé au Séminaire de Didactique, est la version raccourcie d'une article à paraître dans la revue Interactions Didactiques (1997) : "Diffusion et conversion des connaissances dans la classe : quelques éléments de réflexion". Pour une description générale de la recherche évoquée ici, Cf Sensevy (1997).

Pour limiter l'effet des contraintes temporelles sur l'enseignement et l'apprentissage, il apparaît donc comme essentiel d'organiser l'arrêt (comme on parle de l'*arrêt* sur image).

Cet arrêt, c'est la construction d'une durée *propre* à l'élève, dans laquelle il peut d'une part pratiquer la réflexivité et l'étude, et d'autre part travailler la technique. Dans cet article, je tente de montrer comment le Journal des Fractions a pu constituer un lieu de l'étude.

Mais le bénéfice d'une durée propre, dans laquelle le défilement incessant du temps didactique est suspendu, n'est pas seulement nécessaire à l'épistémologie de l'élève : l'enseignant lui-même doit pouvoir tirer profit du retour organisé sur son travail.

Précisons ici le rôle spécifique de l'écrit dans la constitution d'une dimension épistémologique, dans un processus de *reprise*. Les caractéristiques même de l'écrit, en particulier la séquentialisation, et la fixation des significations en outils sémiotiques, peuvent jouer un rôle majeur dans ce processus. De plus, il est probable que l'écrit possède une particularité tout à fait intéressante, spécifiquement à l'enseignement/apprentissage : on peut faire l'hypothèse que sous certaines conditions l' écrit facilite la dévolution, et l'acceptation par l'élève de l'adidacticité, puisqu'il va se trouver amener à compter sur ses forces propres plutôt qu'à solliciter l'enseignant.

2. A propos du Journal des Fractions[4]

Dans cette partie, je vais rapidement décrire les idées théoriques sur lesquelles le Journal est bâti, avant de présenter quelques productions d'élèves.

2.1 Aspects généraux

Aspect prototypique

Le Journal des Fractions se présente comme une institution-instrument prototype, dans le sens suivant :

- produit par des considérations de type théorique, il est fondamentalement destiné à être modifié, à la fois en fonction de l'évolution de la théorie et sur la base de ses insuffisances propres,

- ses rapports avec l'écologie générale des connaissances et des savoirs dans la classe n'ont pas été suffisamment pensés,

- il s'est greffé sur une transposition didactique classique, au plan des fractions, ce qui en limite la portée.

Le journal comme instrument

Le Journal des Fractions voudrait être un instrument (Koyré), c'est à dire un *objet phénoménotechnique*, dont les produits puissent fournir des éléments utilisables pour la théorisation.

Le journal comme dispositif d'apprentissage

Le Journal des Fractions constituait également un *dispositif d'apprentissage*, sans atteindre cependant à la complexité d'une ingénierie.

2.2 Le temps didactique et l'étude

Déconcertation cognitive et temps didactique (Chevallard, Mercier)

---

[4] Le Journal des Fractions a été expérimenté en même temps d'une autre ingénierie dans la classe, la Fabrique de Problèmes de Fractions (Cf Sensevy, 1996).

Soumis au défilement des objets de savoir, l'élève est, dans le contrat didactique classique, en état de déconcertation cognitive.

Le travail de l'élève est ainsi un travail en temps réel : l'élimination du différé, de l'étude et du travail dans la durée se fait sentir aussi bien dans le manque du travail de la technique, que dans le manque de réflexivité sur ce qui a été appris dans la classe.

Lorsqu'on veut réagir à cet écrasement de la durée personnelle de l'élève en promouvant des activités, celle-ci sont bien vite réduites par la pression temporelle de l'institution-classe.

Le postulat de base est alors le suivant :

pour perdurer, une "activité" doit faire avancer le temps didactique.

De l'élève achrone à l'élève chronogène

L'idée est donc de créer dans la classe une institution spécifique du retour sur le travail, et de la reprise, par l'élève lui-même, de ses connaissances, des rapports aux objets institutionnels. L'élève *chronogène* est donc celui qui produit (ou qui aide directement à produire) du temps didactique.

2.3 La mémoire didactique et l'étude

Nécessité d'une mémoire didactique (Centeno et Brousseau)

Dans le contrat didactique classique, le maître peut fonctionner sans mémoire didactique.

Si une part importante de la gestion des connaissances est laissée aux élèves, l'apprentissage ne peut se faire qu'à partir du moment où la continuité entre les divers moments de l'apprentissage, et la connexité entre les connaissances, ou entre les divers statuts d'une même connaissance est au moins temporairement assumée.

C'est dire qu'une certaine historicisation du processus d'enseignement est nécessaire : "ce qui permet d'avoir des connaissances qui peuvent être décrites comme des savoirs immuables, déterminés, est le fait que ces savoirs puissent être l'histoire et la pensée de quelqu'un" (Centeno, 1995, p.196).

De l'élève amnésique à celui qui sait se souvenir

L'idée est donc de créer dans la classe une institution ou une certaine forme de travail de la mémoire didactique est dévolue à l'élève.

2.4 Descriptif du Journal des Fractions

Le Journal a été utilisé dans une classe de CM2, au rythme d'environ une fois par mois.

Chaque élève a son Journal des Fractions.

- 1) En répondant à certaines questions du maître, les élèves explicitent dans le Journal des Fractions les rapports qu'ils ont à certains des objets d'enseignement dans ce domaine (Productions de première génération).

- 2) Le maître choisit certaines de ces explicitations (Sélection des Productions de Première Génération), qui contiennent en général une question pour ensuite les proposer à la classe entière.

Chaque élève est alors invité à travailler, toujours sur le Journal des Fractions, sur ces productions. (Il fabrique ainsi des Productions de Deuxième Génération).

- 3) Parmi ces productions de "deuxième génération" (productions à partir de productions d'élève) le maître en choisit certaines.

- 4) Ces productions sont soumises à un débat organisé qui réunit l'ensemble de la classe, et sont éventuellement résumées en Propositions.

Les critères du Journal

Critère fondamental :

Faire avancer la recherche mathématique de la classe. Est-ce que, avec ce que je montre, la classe pourra se poser des questions de mathématiques intéressantes?

Comment ?

En m'interrogeant moi-même à propos de questions mathématiques : auto-questionnement.

Critère d'écriture.

Il faut écrire des mathématiques, en utilisant correctement les symboles mathématiques que l'on connaît.

2.5 Les effets attendus du Journal des Fractions

Plutôt qu'une analyse a priori stricto sensu, le Journal des Fractions était susceptible de produire un certains nombre d'effets. En particulier, résultant de l'ensemble de ce qui précède :

1° Partage de l'intention d'enseigner (Mercier)

2° Fenêtre sur les conceptions des élèves

3° Significations partagées par l'ensemble des élèves

4° Travail de la mémoire du système.

Constitution d'emblèmes. Gestes d'indication.

5° Chronogénéité

2.6 Productions d'élèves

Journal des Fractions. Discussion : exemples

1) Lorsqu'on inverse le Numérateur et le Dénominateur d'une Fraction, obtient-on le même nombre. Pourquoi? (Dimitri)

2) Je Divise 7 par 3, j'obtiens 2,3. Donc 2,3. x 3 = 7. Mais lorsque je multiplie à la calculette 3 par 2,3, je n'obtiens pas 7.Qui a juste? La calculette ou moi? (Geoffrey)

3) Je cherche comment passer en multipliant de 24 à 32 et de 32 à 24. Je trouve O,75 et 1,3.Mais je ne sais pas où il faut placer O,75 et 1,3. (Stéphanie)

4)Question de Nicolas : peut-on trouver une application linéaire et sa réciproque facilement avec des nombres décimaux ? Essayez de trouver un ou des exemples qui répondent à la question.

5) Pb de Jean-Marie (Nb premiers).

Comment faire pour trouver les opérateurs qui permettent de passer d'un nombre premier à un nombre premier (par exemple de 23 à 11 et réciproquement) ?

6) Une application linéaire et sa réciproque peuvent-elles avoir toutes deux une partie décimale illimitée (Maud)?

7) Soustraction de Audrey.

2/3 - 2 = ?

8)2 : 3/4 = 3/8

3/4 : 2 = 6/4

Qu'en pensez-vous ?

Je divise 7 par 3

"Je divise 7 par 3, j'obtiens 2,3. Donc 2,3. x 3 = 7. Mais lorsque je multiplie à la calculette 3 par 2,3. je n'obtiens pas 7. Qui a juste ? La calculette ou moi?" (Geoffrey, S1G)

"7 : 3 = 2,3. 3 x 2,333 = 6,999

Cela ne peut pas donner 7 puisque dans 2,3. il y a une infinité de 3 donc ça ne donnera jamais 7.

Ex 3 X 2 = 6 3 X 0,3. = 0,9.

6 + 0,9. = 6,9." (Sami, 2G)

"J'ai fait l'expérience : 7 : 3 = 2,333333 x 3 = 7

mais si on fait 7: 3 = 2,3. x 3 = 6,9.

Je pense que c'est le nombre de 3 qui fait 7" (Nicolas, 2G)

"Quand on fait 7:3 = 2,3. donc la calculette sait qu'il y a des 3 à l'infini.

Mais maintenant, si on appuie sur ON/C et que l'on fait 2,333333 on ne peut pas mettre tous les 3 que l'on veut et donc ça donne 6,999999" (Jean-Marie, 2G)

"7/ 3 = 2,3. On ne peut pas calculer quelque chose d'infini . 2,3. x 3 = 6,9.

Il faut faire une approximation: 0,3. x 3 = 0,9. mais on dit que ça fait 1.

ex : 10 : 3 = 3,3. 3.3. x 3 = 9,9. 9,9. ~ 10

La calculette et vous, vous avez tous les deux raisons, suffit d'approximer." (Hélène, 2G).

Emblématisation

"le travail le plus intéressant est celui où au tableau il y avait 29,7 sur 42, et il fallait trouver une approximation. Patrick avait trouvé 0,75. Voici un exemple du procédé :

29,7 / 42 ~ 30 / 40 = 3/4 = 0,75" (Sarah, 1G)

"Aussi, il y a la méthode de Patrick quand Brigitte a donné des longueurs, il fallait trouver l'ordre de grandeur et je ne le trouvais pas. Maintenant, quand il y a un ordre de grandeur à trouver, je pense à l'idée de Patrick, donc je trouve". (Cécile,1G)

"C'est la petite anecdote qui s'est passée en dessin : le maître nous donna la division 29,7 par 42 à faire mentalement (et approximativement). Et au lieu de faire la ressemblance avec 3/4, j'ai commencé à faire 30.40. Donc, on pourrait peut-être s'exercer à faire des exercices de ce type. On a une feuille blanche et le maître nous dicte : 22/48 - 13/77 - 0,29/0,38... Ainsi pourrait-on créer un bon exercice de calcul mental qu'on pourrait intégrer dans l'atelier mathématique." (Maud,1G)

2.7 Le journal des fractions : en matière de conclusion

Mémoire et cognition

L'inversion mémorielle

A la suite de Vygotsky (1978), on peut penser que le passage de la pensée enfantine à la pensée adolescente se marque non pas seulement par l'abstraction, mais surtout par la "logicalisation" de la mémoire : les rapports entre la mémoire et les autres fonctions psychiques supérieures, nous dit Vygotsky, sont inversés. Le travail didactique se doit de prendre en compte cette inversion, et organiser des réseaux mnésiques que l'élève aura pour tâche de s'approprier.

La situation fondamentale comme outil mnésique

Dans cette appropriation, les situations fondamentales, au sens de Brousseau, pourront jouer un rôle central. Organiser logiquement sa mémoire, pour une élève de l'école élémentaire, ce peut être, en mathématique, construire une disposition qui lui fasse retrouver les significations issues de situations fondamentales pour inscrire les problèmes qu'il rencontre dans des milieux adéquats.

La cognition didactique

Une réflexion cognitive doit inciter à rompre avec un certain idéalisme latent dans la pensée didactique : l'élève construit des schèmes (des dispositions) par la constitution en postulats des invariants de l'expérience. Dans cette perspective, il développe des habitus, non pas dans leur seul aspect de conditionnement. Ces habitus, en tant qu'histoire didactique faite corps, sont aussi des constructions cognitives élaborées. Ainsi, il faut comprendre, me semble-t-il, que, sous une certaine description, le contrat didactique n'est pas seulement le *cadre* de la cognition : il *est* la cognition.

Journal et Situations fondamentales

Une situation fondamentale, au sens de Brousseau, ne peut rester, au fur et à mesure du défilement du temps, seulement *cause* de connaissance. Elle suppose un travail de la mémoire didactique, dont celui expérimenté ici peut constituer un exemple ou un prototype, travail qui conserve à la situation fondamentale son pouvoir fertilisateur et rende possible les conversions de statut des connaissances.

Une difficulté

Le Journal peut être considéré comme une tentative d'individualisation du travail, au sens décrit par Centeno (1995). Un tel dispositif pourrait permettre, en particulier, de construire une réponse à la question posée par Centeno (Ibid.) : comment le professeur peut-il faire face à la multiplication des parcours individuels ? Des éléments de réponse résideraient alors dans la collectivisation de certains éléments de ces parcours.

On voit comment, par ailleurs, au-delà des mots d'ordre institutionnels, l'individualisation de l'enseignement, qui pose l'élève comme *origine* du processus, ne saurait se confondre avec un repliement dans l'idiosyncrasie de chaque élève, repliement qui compromettrait la nécessaire coopérativité de l'apprentissage.

Contrat didactique : l'indifférence aux différences

Il apparaît qu'un tel dispositif, reposant sur l'acceptation et la promotion des questions posées (aussi) par des élèves faibles, qui ont beaucoup moins souvent la parole dans la classe (Sirota, 1989, Broccolichi, 1994), pourrait constituer un début de réponse au problème socio-didactique selon moi majeur : quels sont les techniques dont les professeurs disposent pour ne pas accroître encore davantage la *disqualification des plus faibles* ?

Anthropologiquement : l'arrêt sur image

Sur un plan plus général, enfin, le travail présenté ici met en évidence une nécessité : celle de "déprésentifier" l'apprentissage, d'y introduire du différé, et de la reprise, à la fois pour le professeur et pour les élèves.

Références

Broccolichi, S. (1994). Organisation de l'école, pratiques usuelles et productions d'inégalités, Ecole des hautes études en Sciences sociales.

Brousseau, N & G (1987). Rationnels et décimaux dans la scolarité obligatoire, Bordeaux, Publications de l'IREM

Brousseau, G. & Centeno, J. (1991). Rôle de la mémoire didactique de l'enseignant. Recherches en didactique des mathématiques, 11,2-3, pp 167-210, Ed La Pensée sauvage, Grenoble.

Centeno, J. (1995) La mémoire didactique de l'enseignant. Thèse posthume inachevée. Bordeaux, Ladist.

Chevallard,Y. & Mercier, A. (1987). Sur la formation historique du temps didactique. Marseille, Publications de l'IREM.

Mercier, A. (1992). L'élève et les contraintes temporelles de l'enseignement, un cas en calcul algébrique. Bordeaux, Thèse de Didactique des Mathématiques.

Sensevy, G. (1996). La Fabrication de Problèmes de Fractions par des élèves à la fin de l'école élémentaire. Educational Studies in Mathematics, Vol 30, N° 3, 261-288.

Sensevy, G. (1997). Institutions didactiques. Etude et Autonomie à l'école élémentaire. Paris, PUF. (A paraître)

Sirota, R. (1986). L'école primaire au quotidien, Paris, PUF.

Vygotsky, L.S. (1978) Mind in society, Cambridge, Harvard University Press