

MARC LEGRAND

**Initialisation dans la classe de mathématiques de la distinction  
entre différents types de rationalité**

*Publications de l'Institut de recherche mathématiques de Rennes*, 1989, fascicule S6  
« Vème école d'été de didactique des mathématiques et de l'informatique », , p. 36-38

[http://www.numdam.org/item?id=PSMIR\\_1989\\_\\_S6\\_36\\_0](http://www.numdam.org/item?id=PSMIR_1989__S6_36_0)

© Département de mathématiques et informatique, université de Rennes,  
1989, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la série « Publications mathématiques et informatiques de Rennes » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques  
<http://www.numdam.org/>

Vendredi 25 août 1989

Atelier: "Initialisation dans la classe de mathématiques de la distinction entre différents types de rationalité"

par Marc LEGRAND

Université J. Fourier, GRENOBLE

**L'objectif pédagogique de cette activité quand elle est proposée en classe:**

Dans le système du "débat scientifique en situation de cours" on exploite le "système canonique de formulation de conjectures et de débat de validation" de façon à ce que l'incertitude et les contradictions qui se développent conduisent l'élève à s'impliquer fortement en ayant le moins possible recours aux indicateurs scolaires de vérité qui lui évitent de se poser la question du sens.

Mais, comme nous l'avons signalé, ce système seul se heurte au problème suivant : ou bien les élèves en restent au niveau des nécessités qu'ils ressentent dans leur rationalité du quotidien et le jeu qui se joue en classe, si intéressant soit-il, n'est pas mathématique, ou bien c'est l'enseignant qui décide avec ses critères propres si le jeu est fini ou s'il faut le poursuivre, car l'élève ne possède pas naturellement, instinctivement les critères de vérité qui lui permettent de prendre ce type de décision en conformité avec la communauté mathématique.

L'activité Circuit est organisée en classe après une période volontairement confuse au niveau des critères de vérité, et qui doit normalement faire apparaître le besoin d'une mise au point sur ce sujet : l'utilisation d'un "système canonique de formulation de conjectures" permet dans cette première période de montrer à l'élève que face à un problème, lui-même et ses camarades ne sont pas dépourvus d'idées et de propositions intéressantes, mais qu'en cas de conflit prolongé entre pairs, personne n'a d'argument décisif pour trancher. Dans ce cas, la classe est plus ou moins condamnée soit à rester dans l'incertitude (les uns pensent que c'est oui et d'autres non, d'autres encore que c'est oui et non), ce qui n'est pas très satisfaisant eu égard aux déclarations de principe de l'enseignant qui en début d'année a annoncé qu'on allait essayer de travailler "comme des scientifiques" (l'épistémologie et la méthode scientifique ayant été définies de la façon suivante : "en sciences on ne sait pas répondre à tout, mais quand on pense que quelque chose est vrai, on le formule le plus clairement possible (les conjectures), on se fabrique des outils pour le vérifier (les preuves) et on soumet ce travail à la critique collective de la communauté scientifique. Dans les cas favorables ce travail d'analyse et de preuve permet à la communauté de se mettre d'accord non pas en se référant à l'autorité d'un chef ou par un vote démocratique, mais parce que les preuves proposées convainquent l'ensemble des membres de la communauté qu'il n'est pas possible que les choses soient autrement. Les grandes réalisations techniques modernes sont la preuve de l'efficacité de cette méthodologie, et bien souvent quand une catastrophe technologique arrive, on constate après coup que la procédure précédente n'a pas été totalement respectée".)

N'ayant pas de critères pour trancher entre eux, les élèves doivent donc se retourner vers le maître pour qu'il arbitre, ce qui est tout aussi insatisfaisant puisqu'une certaine responsabilité scientifique avait semblé être dévolue à la classe.

Le choix d'un circuit électrique comme support d'une activité logique, c'est-à-dire le choix d'un cadre semi-mathématique où réel et modèle semblent pouvoir s'identifier facilement, est fait pour permettre d'emblée que soient discutés des choix conventionnels de la logique mathématique en pleine confrontation avec les autres choix correspondant à la rationalité quotidienne.

Il s'agit donc à travers cette activité de donner au débat de la classe un caractère scientifique en l'assujettissant aux règles très strictes du débat mathématique : quand une conjecture est suffisamment bien formulée pour être discutable en termes vrai-faux, un seul contre-exemple suffit à l'invalider ; un contre-exemple vague, trop facilement produit ou rejeté par tel ou tel élève, force alors la classe à préciser les hypothèses de modélisation (si le problème n'est pas déjà tout modélisé dans l'univers mathématique), à préciser le vocabulaire et approfondir les conventions, les définitions et les axiomes.

En d'autres termes, la force de loi attribuée au contre-exemple, législation contraire à celle de la rationalité quotidienne, que l'enseignant va "faire accepter" à la classe (en la proposant d'abord comme le moyen de rester en conformité avec les pratiques de la communauté scientifique), est un levier didactique nécessaire pour pouvoir se permettre de faire entrer régulièrement la classe dans des conflits scientifiques.

On peut effectivement à partir de là s'autoriser à susciter ces conflits,

- car la classe dispose d'atouts suffisants pour pouvoir en discuter la nature (est-ce un conflit lié à la mauvaise compréhension des concepts ou du problème, ce qui va souvent se manifester par la construction de faux contre-exemples, ou bien est-ce un conflit de rationalité qui se manifeste alors par la non-prise en compte des véritables contre-exemples),

- car les élèves qui s'assujettissent aux règles de la communauté scientifique ont alors le moyen de sortir par eux-mêmes du conflit (c'est-à-dire sans être obligés de passer systématiquement par l'arbitrage de l'enseignant).

Sur le plan cognitif ces conflits successifs devraient mettre en route le mécanisme didactique suivant : "Je pensais intimement que c'était vrai, on m'oppose un contre-exemple que je reconnais comme tel, c'est donc faux (par convention mathématique). Si cependant pour moi ce n'est faux que par convention, c'est-à-dire si je reste intimement persuadé que c'est quand même vrai, cela signifie qu'il y a quelque chose qui m'échappe dans les données du problème, ou encore qu'il y a quelque chose d'erroné, de trop naïf dans la signification que j'attribue aux concepts en présence, et il faut que je découvre quoi ?".

Pour l'élève cette expérience, positivement répétée, peut modifier en profondeur les raisons de son assujettissement : "Cette convention de la communauté mathématique, je peux maintenant m'y assujettir de deux façons : scientifique et didactique, car j'observe qu'elle est pour moi un outil didactique de dénaïvation scientifique".

**La façon dont j'ai conçu cet atelier : un problème de didactique de la didactique.**

Plusieurs fois j'ai présenté l'activité Circuit dans des séminaires en essayant de donner toutes les explications didactiques précédentes; dans des stages de formation d'enseignants j'ai même accompagné l'exposé par la monstration de cette activité dans une des classes des stagiaires. Les débats qui ont suivi m'ont presque toujours persuadé que les idées fondamentales qui présidaient à cette activité n'étaient pas reçues et que mes interlocuteurs avaient compris autre chose que ce que je croyais leur montrer.

J'ai analysé cet échec didactique de deux façons :

- 1) La présentation est mauvaise, l'activité est insuffisamment maîtrisée, etc. etc.....travaillons.....

- 2) J'ai aussi souvent assisté à des séminaires ou des ateliers de didactique où il se disait des choses que j'ai su (éventuellement après coup et par d'autres moyens) très importantes. Cela n'empêchait pas un dysfonctionnement profond de la communication par éloignement des points de vue : la plupart des participants soit se taisaient au moment du débat, soit s'embarquaient sur des discussions de forme ou sur un autre sujet, parce qu'ils n'étaient pas arrivés à percevoir la réalité du problème initial autour duquel s'organisait l'analyse ou l'ingénierie didactique, et par suite toutes les finesses de l'exposé étaient soit niées, soient interprétées dans des registres qui en changeaient profondément la signification.

La question didactique est alors : comment faire entrer les participants dans une problématique didactique que l'on considère comme fondée, mais dont on a plusieurs fois mesuré qu'elle était presque toujours rejetée ou ignorée par incompréhension de la réalité du problème d'enseignement sous-jacent ?

**Un élément de réponse.**

Bien que le comportement des étudiants de DEUG A me montrait clairement que la plupart d'entre eux n'avaient pas résolu le problème de distinction des rationalités, pendant des années je n'ai pas osé faire une activité aussi naïve que Circuit avec eux : "Pensez-vous ! eux qui avaient réussi le bac C, allaient-ils ressentir un conflit de rationalités sur une situation de logique tellement simple qu'on la présentait telle quelle en classe de quatrième, et sous une autre forme un peu plus naïve en sixième !".

Contrairement à toutes mes appréhensions, les étudiants n'ont jamais souri, pas plus que les élèves de Math Spé, quand je leur ai fait vivre l'activité Circuit; ils ont accepté de jouer le jeu parce que le conflit de rationalité que l'activité faisait apparaître, ils l'avaient maintes et maintes fois ressenti sans jamais l'identifier, si bien qu'ils n'étaient pas mieux armés que les élèves de quatrième pour le dépasser.

Finalement, puisque les seuls qui "résistaient" à comprendre le sens de cette activité étaient les professeurs à qui je transmettais seulement un discours didactique, j'ai pensé qu'il fallait tenter de leur faire vivre à eux aussi cette activité.

Par précaution je l'ai fait d'abord avec un stage pluridisciplinaire, car je ne voyais pas comment jouer ce jeu avec des professeurs de sciences.

Ce qui s'est produit, c'est que les professeurs de français, de philo, d'EPS, de langues et de musique se sont totalement investis et ont identifié là une des origines de leur divorce avec les mathématiques (ce que je prévoyais).

Ce que je n'avais pas prévu par contre, c'est que les professeurs de sciences présents, y compris ceux de mathématiques (dont je me demandais comment j'allais pouvoir neutraliser l'action pour qu'ils ne livrent pas tout de suite la "bonne réponse" qui tuerait le sens de l'activité) se sont laissés prendre eux aussi au conflit des deux rationalités (alors que quand je leur en parlais dans un discours didactique, ils souriaient et considéraient qu'il s'agissait d'un faux problème ou en tout cas d'un problème d'élèves).

Le fait que dans la gestion du débat, l'animateur s'interdise tout jugement de valeur tendant à donner plus de poids à tel ou tel type d'argumentation, arrivait à déstabiliser le système de conviction de ces scientifiques qui au départ avaient instinctivement traité le problème dans la rationalité du mathématicien, mais qui étaient de plus en plus sensibles aux raisonnements allogènes qui se développaient dans le débat. Ils prenaient intimement conscience des contradictions réelles dans lesquelles se débattaient leurs élèves lorsqu'ils ne se situaient pas spontanément dans la rationalité scientifique, mais cherchaient néanmoins à réfléchir.

Ainsi n'ayant pas eu la capacité comme d'autres de créer une théorie pour montrer ce que je voulais faire voir (j'ai l'impression, cependant, que la théorisation proposée par Y. Chevallard (1989) vient à point nommé pour cela), j'en étais donc réduit à tenter de faire vivre ce que je voulais montrer.

Ce n'est certainement pas le bon moyen, encore moins la panacée pour surmonter les problèmes de didactique de la didactique, mais c'est un moyen qui a néanmoins son efficacité et sa rigueur scientifique dans la mesure où il permet d'éprouver la robustesse de certaines hypothèses.

Comme le disait A. Mercier à la fin de l'atelier, "c'est vrai que cette activité Circuit "marche bien", mais il faut maintenant commencer le véritable travail didactique : analyser ce qui marche et pourquoi !"

Je suis tout à fait d'accord avec ce rappel à l'ordre et je pense que cela aurait pu faire l'objet d'un véritable TD de didactique .

La question que je pose, non pas pour me disculper, mais parce que je crois qu'elle a du sens : "peut-on faire sérieusement ce type de TD s'il n'a pas été précédé par l'atelier ?"

A la lumière de ce qui s'est produit dans d'autres TD auxquels j'ai participé, je pense que c'est une "bonne question" qui dépasse largement le cadre de ce sujet précis et qui devra trouver des éléments de réponse à la prochaine école d'été !