

P. CARBONNE

Sur les singularités cycliques quotients

Publications des séminaires de mathématiques et informatique de Rennes, 1980, fascicule S3

« Colloque d'algèbre », , p. 187-200

http://www.numdam.org/item?id=PSMIR_1980__S3_187_0

© Département de mathématiques et informatique, université de Rennes, 1980, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la série « Publications mathématiques et informatiques de Rennes » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

SUR LES SINGULARITÉS CYCLIQUES QUOTIENTS

par P. CARBONNE

INTRODUCTION

Soient $n, q_1, \dots, q_p$ ($p \geq 1$) des entiers naturels tels que :

$$(n, q_1, \dots, q_p) = 1$$

$$0 < q_k < n \quad (\text{pour } k \text{ de } 1 \text{ à } p).$$

Soit ξ une racine primitive n -ième de 1. On définit une application Φ de $\mathbb{C}[X_0, \dots, X_p]$ dans lui-même en posant :

$$\begin{cases} \Phi(X_0) = \xi X_0 \\ \Phi(X_k) = \xi^{q_k} X_k \quad (\text{pour } k \text{ de } 1 \text{ à } p). \end{cases}$$

On note $A_{n, q_1, \dots, q_p}$ la sous-algèbre des invariants par Φ de $\mathbb{C}[X_0, \dots, X_p]$.

On démontre [1] que $A_{n, q_1, \dots, q_p}$ est engendré par les X^r pour r appartenant au semi-groupe d'entiers $\Sigma_{n, q_1, \dots, q_p}$ défini par :

$$\sum_{n, q_1, \dots, q_p} = \left\{ r = (i, j_1, \dots, j_p) \in \mathbb{N}^{p+1} \mid i + q_1 j_1 + \dots + q_p j_p \equiv 0(n) \right\}$$

La variété algébrique associée, dite quotient de $\mathbb{C}^{p+1}$ par le groupe cyclique à n éléments, est :

$$Y_{\Sigma_{n, q_1, \dots, q_p}} = \text{Spec } A_{n, q_1, \dots, q_p}$$

En abrégé nous noterons Y_{Σ}, Σ, A .

Y_{Σ} est une variété normale - car Σ est un semi-groupe saturé (voir [4]) - avec une singularité à l'origine.

Il se pose alors deux problèmes :

- (I) Déterminer l'algèbre A par générateurs et relations et donner ses propriétés algébriques.
- (II) Désingulariser [9] la singularité de Y_Σ et en particulier décrire la "variété exceptionnelle" (i.e. : l'image réciproque du point singulier par le morphisme de désingularisation).
- ① En dimension 2 (i.e. : $p = 1$) le premier problème est entièrement résolu. Les résultats sont donnés par Riemenschneider [1].

On développe la fraction :

$$\frac{n}{n-q} = a_2 - \frac{1}{a_3 - \frac{1}{a_{e-1}}}, \text{ où : } a_2, \dots, a_{e-1} \geq 2.$$

Alors $A_{n,q}$ est engendré par les monomes $x_0^{i_\epsilon} x_1^{j_\epsilon}$ où :

$$i_1 = n \quad i_2 = n-q \quad \dots \quad i_{\epsilon+1} = a_\epsilon i_\epsilon - i_{\epsilon-1} \quad (2 \leq \epsilon \leq e-1) \quad \dots \quad i_e = 0$$

$$j_1 = 0 \quad j_2 = 1 \quad \dots \quad j_{\epsilon+1} = a_\epsilon j_\epsilon - j_{\epsilon-1} \quad \dots \quad j_e = n$$

Le lecteur se reportera à [1] pour le système des relations.

En dimension ≥ 3 (i.e. : $p \geq 2$) J. Bertin et moi-même [3] avons trouvé générateurs et relations dans les deux cas particuliers suivants :

$$1) \quad q_1 = \dots = q_p \text{ (singularités de Ueno)}$$

$$2) \quad q_1 + \dots + q_p = n$$

Il ne semble pas possible d'écrire simplement un résultat général.

- ② En dimension 2 le résultat du deuxième problème se trouve aussi dans [1].

On développe la fraction :

$$\frac{n}{q} = b_1 - \frac{1}{b_2 - \frac{1}{b_3 - \frac{1}{b_4 - \dots - \frac{1}{b_r}}}} \quad (b_1, \dots, b_r \geq 2)$$

La variété lisse

$$\tilde{Y} = \bigcup_{i=0}^r \mathcal{U}_i$$

où $\mathcal{U}_i = \text{Spec } \mathbb{C}[u_i, v_i]$

avec :

$$\begin{cases} u_{i+1} = \frac{1}{u_i} \\ v_{i+1} = u_i^{b_i} v_i \end{cases} \quad \text{sur } \mathcal{U}_i \cap \mathcal{U}_{i+1}$$

permet de désingulariser $Y_{\Sigma, n, q}$

Le morphisme birationnel propre π de $\tilde{Y}$ sur Y_{Σ} est un isomorphisme de $\tilde{Y} - \tilde{\mathcal{E}}$ sur $Y_{\Sigma} - \{0\}$.

La variété exceptionnelle $\tilde{\mathcal{E}}$ a la structure suivante :

$$\tilde{\mathcal{E}} = \bigcup_{i=1}^r E_i,$$

avec :

$$E_i \cong \mathbb{P}_1 \quad \text{pour tout } i$$

$$E_i^2 = -b_i$$

$$E_i \cdot E_{i+1} = 1 \quad \text{pour } i \text{ de } 1 \text{ à } r-1$$

$$E_i \cdot E_j = 0 \quad \text{si } j \neq i+1, i \text{ et } i-1$$

Notre but est de faire le même travail en dimension ≥ 3 en soulignant les nombreuses différences avec le cas de la dimension 2. Nous ne donnerons pas de

formule générale mais une technique qui permet de faire tous les calculs sur tout exemple concret.

CONE POLYHEDRAL CONVEXE ET SINGULARITE CYCLIQUE QUOTIENT

On considère l'ensemble des points à coordonnées entières d'un cône polyhédral convexe rationnel. Plus précisément, avec les mêmes notations, on pose :

$$\sigma_{n,q_1, \dots, q_p} = \left\{ a = (\alpha, \beta_1, \dots, \beta_p) \in \mathbb{Z}^{p+1} \mid \alpha \geq 0, n\beta_1 - q_k \alpha \geq 0, \text{ pour } k = 1, \dots, p \right\}$$

On abrègera en σ .

Le dual de σ est défini par :

$$\sigma_{n,q_1, \dots, q_p}^v = \left\{ \xi = (x, y_1, \dots, y_p) \in \mathbb{Z}^{p+1} \mid \xi \cdot a \geq 0 \text{ pour tout } a \in \sigma_{n,q_1, \dots, q_p} \right\}$$

On abrègera aussi en σ^v .

Il est immédiat que :

$$\sigma_{n,q_1, \dots, q_p}^v = \left\{ (x, y_1, \dots, y_p) \in \mathbb{Z}^{p+1} \mid nx + q_1 y_1 + \dots + q_p y_p \geq 0, y_k \geq 0 \text{ pour } k \text{ de } 1 \text{ à } p \right\}$$

et que :

$$\sigma_{n,q_1, \dots, q_p}^v \text{ est isomorphe à } \Sigma_{n, n-q_1, \dots, n-q_p}$$

Au semi-groupe σ on associe l'algèbre :

$$A_{\sigma} = \mathbb{C}[X^{\xi}] \quad (\xi \in \sigma)$$

et la variété :

$$X_{\sigma} = \text{Spec } A_{\sigma}$$

Il est clair que les variétés $X_{\sigma_{n,q_1, \dots, q_p}}$ et $Y_{\Sigma_{n, n-q_1, \dots, n-q_p}}$ sont isomorphes.

La théorie des éventails développée dans [4] montre que la désingularisation de X_{σ} - et donc celle de Y_{Σ} - est liée à un "découpage" de σ .

En dimension 2 on peut travailler sur $\Sigma_{n,q}$ qui est isomorphe à $\sigma_{n,q}$.

En dimension ≥ 3 nous arriverons à "découper" σ en la remplaçant par un semi-groupe de congruences d'un type différent de Σ . De façon précise nous avons :

Proposition 1

Le semi-groupe $\sigma_{n,q_1, \dots, q_p}$ est isomorphe au semi-groupe

$$H_{n,q_1, \dots, q_p} = \left\{ (i_1, \dots, i_p, j) \in \mathbb{N}^{p+1} \mid i_k + q_k j \equiv 0(n) \text{ pour } k \text{ de } 1 \text{ à } p \right\}$$

Nous abrègerons en H et noterons H^* le semi-groupe H privé de l'origine.

Remarque :

On peut aussi présenter les singularités cycliques quotient sous un aspect analytique (voir [7]).

PROPRIETES COMBINATOIRES

Pour simplifier les écritures nous nous placerons dans le cas de la dimension 3 (i.e. : $p = 2$). Les résultats se transposent aussitôt en dimension quelconque.

Soit $h = (i_1, i_2, j)$ appartenant à H . Les égalités :

$$i_\ell + q_\ell j = k_\ell n \quad (\ell = 1, 2)$$

définissent deux entiers naturels k_1 et k_2 .

Etant donné un triangle $T = [h_1, h_2, h_3] \subset H$, on note J, K_1, K_2 les lignes respectives formées par les $j_m, k_{1,m}, k_{2,m}$ pour $m = 1, 2, 3$. On définit alors l'entier :

$$\delta(T) = (K_1, K_2, J)$$

Le cône $C(T)$ associé à T est le cône fermé limité par Oh_1, Oh_2 et Oh_3 .

Proposition 2

Il existe un ensemble fini $\mathcal{C}$ de triangles inclus dans H tel que :

$$\begin{array}{l}
 (1) \quad \delta(T) = 1 \quad \text{pour tout } T \text{ appartenant à } \mathcal{C}. \\
 (2) \quad \bigcup_{T \in \mathcal{C}} C(T) = \mathbb{R}_+^3 \\
 (3) \quad \overline{C(T)} \cap \overline{C(T')} = \emptyset \quad \text{pour } T \text{ et } T' (T \neq T') \text{ appartenant à } \mathcal{C}.
 \end{array}$$

On obtient ce résultat à partir d'un lemme de découpage qui dit que si $T \subset H$ est tel que $\delta(T) = d > 1$, il existe h appartenant à $C(T) \cap H^*$ tel que les δ respectifs des triangles formés avec h et deux sommets de T sont $< d$. La preuve de ce lemme est élémentaire.

Par l'isomorphisme entre H et σ on en déduit alors un "découpage" de σ présentant les propriétés souhaitées [4].

Remarque 1

La démonstration indiquée pour H s'adapte facilement à Σ .

Remarque 2

Cette démonstration est aussi un procédé pratique effectif de calcul d'un "découpage" sur tout exemple donné.

Remarque 3

Le semi-groupe H admet un système minimal de générateurs unique que nous noterons $G(H)$. $G(H)$ est fini. Nous noterons $\mathcal{C}(H)$ l'ensemble des points de H^* qui sont sur la partie du bord de l'enveloppe convexe de H^* située - au sens large - dans le même demi-espace que 0 par rapport au plan passant par $(n, 0, 0)$, $(0, n, 0)$ et $(0, 0, n)$. Enfin nous notons $\mathcal{C}'(H)$ l'ensemble des sommets des triangles appartenant à $\mathcal{C}$.

Il est immédiat que :

$$\mathcal{C}(H) \subset G(H) \subset \mathcal{C}'(H)$$

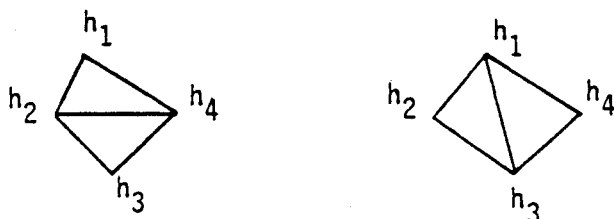
En dimension 2, H et Σ coïncident et le calcul explicite de $G(\Sigma)$ [1] montre qu'il y a un "découpage" minimum $\mathcal{C}$ pour lequel :

$$\mathcal{C}(H) = G(H) = \mathcal{C}'(H)$$

En dimension ≥ 3 ces propriétés ne sont plus toujours exactes. En particulier si $q_1 + q_2 \leq n$:

$$\mathcal{C}(H_n, q_1, q_2) \neq G(H_n, q_1, q_2)$$

De plus il peut ne plus y avoir unicité d'un "découpage" $\mathcal{C}$ minimal. En particulier on peut avoir deux "découpages" minimaux tels que le cône Oh_1, Oh_2, Oh_3, Oh_4 soit découpé ainsi :



DESINGULARISATION

Pour $T : [h_0, h_1, h_2]$ appartenant à $\mathcal{C}$, on note $\theta_i (i = 0, 1, 2)$ l'image de h_i dans l'isomorphisme entre H et σ . On note alors θ la matrice dont les lignes sont $\theta_0, \theta_1, \theta_2$. Si deux triangles T et T' de $\mathcal{C}$ ont en commun le sommet h_0 on introduit la matrice :

$$\rho = {}^t \theta' \cdot -1 {}^t \theta$$

On vérifie sans mal que :

$$\rho = \begin{pmatrix} 1 & \rho_{01} & \rho_{02} \\ 0 & \rho_{11} & \rho_{12} \\ 0 & \rho_{11} & \rho_{22} \end{pmatrix} \quad \text{avec : } \rho_{ij} \in \mathbb{Z} \text{ et } \det \rho = 1$$

On définit une variété lisse $\tilde{Y}$ par :

$$\tilde{Y} = \bigcup_{T \in \mathcal{C}} \mathcal{U}_T$$

où :

$$\mathcal{U}_T = \text{Spec } \mathbb{C} \left[u_{h_0}^T, u_{h_1}^T, u_{h_2}^T \right]$$

avec si $T \cap T' \neq \emptyset$ les relations résumées par une notation exponentielle

$$u^{T'} = (u^T)^\rho$$

qui signifie :

$$u_{h_i}^{T'} = \prod_{j=0}^2 u_{h_j}^T \rho_{ij} \quad \text{pour } i = 0, 1, 2.$$

Théorème 1

Nous pouvons expliciter une application birationnelle propre de $\tilde{Y}$ sur Y_Σ qui est un isomorphisme d'un ouvert Ω dense dans $\tilde{Y}$ sur un ouvert Θ dense dans Y_Σ et ne contenant pas de point singulier de Y .

Ceci est une désingularisation explicite de Y_Σ [9].

$$\text{On pose : } \varphi = \begin{pmatrix} n & n-q_1 & n-q_2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

et :

$$b = {}^t(\varphi \theta^{-1})$$

On vérifie que la i -ème ligne b_i de b peut s'écrire comme la différence de deux éléments de Σ_{n,q_1,q_2} .

D'autre part si $T \cap T' \neq \emptyset$;

$$b' = \rho b.$$

Enfin les formules

$$v = (u^T)^{t\theta}$$

définissent sans ambiguïté un élément du corps des fonctions $K(\tilde{Y})$.

Pour $r = (i, j_1, j_2)$ appartenant à Σ nous avons k entier positif tel que :
 $i + q_1 j_1 + q_2 j_2 = kn$.

Les morphismes F et F' , inverses l'un de l'autre, de $K(Y)$ dans $K(Y_\Sigma)$ sont alors donnés par :

$$F = (F_T)_{T \in \mathcal{C}} \text{ et } F_T(u_{h_i}^T) = x^{b_i} \quad i = 0, 1, 2$$

$$F'(x^r) = v_0^{k-j_1-j_2} \begin{vmatrix} v_1^{j_1} & v_2^{j_2} \end{vmatrix}$$

L'isomorphisme de $K(\tilde{Y})$ et $K(Y_\Sigma)$ prouve que $\tilde{Y}$ et Y_Σ sont birationnellement équivalentes [10] ou [11].

D'après [4] et les propriétés du "découpage" (proposition 1) l'application correspondante π de $\tilde{Y}$ sur Y_Σ est propre.

Enfin en considérant soient les ouverts de $\tilde{Y}$ et Y_Σ où les coordonnées ne s'annulent pas [10], soit les domaines respectifs de régularité de π et de l'application π' correspondante de Y_Σ dans $\tilde{Y}$ [11], il est facile de trouver des ouverts Ω et G , denses dans $\tilde{Y}$ et Y_Σ respectivement, tels que π soit un isomorphisme de Ω sur G et que le point singulier de Y_Σ ne soit pas dans G .

On peut préciser ces résultats dans un cas particulier

Théorème 2

Dans le cas où :

$$(n, q_i) = 1 \quad \text{pour } i = 1, \dots, p$$

nous avons une application birationnelle propre π de $\tilde{Y}$ sur Y_Σ qui est un isomorphisme de $\tilde{Y} - \pi^{-1}(0)$ sur $Y_\Sigma - \{0\}$.

Ceci provient de ce que $\mathcal{C}'$ ne contient pas de points ayant une coordonnée nulle à l'exception des trois points $(n, 0, 0)$, $(0, n, 0)$ et $(0, 0, n)$. On notera $\mathcal{C}''$ l'ensemble $\mathcal{C}'$ privé de ces trois points. La variété exceptionnelle $\mathcal{E} = \pi^{-1}(0)$ peut être décrite entièrement dans ce cas où $(n, q_i) = 1$, pour $i = 1$ à p .

Dans [7] K. Ueno donne ce théorème 2, dans le langage des variétés analytiques, dans deux cas particuliers en dimension 3 :

- 1) Dans le cas où : $q_1 = q_2$ (singularités de Ueno)
- 2) Dans le cas où : $q_2 = 1$, qui se ramène au précédent.

Dans [5] G. Gonzalez-Springberg redonne le résultat en dimension 2 ainsi qu'une autre désingularisation (toujours dans le cas de la dimension 2).

Dans [6] A. Fujiki et dans [8] F. Ehlers donnent chacun une autre désingularisation en dimension quelconque.

DESCRIPTION DE LA VARIÉTÉ EXCEPTIONNELLE

Nous sommes toujours dans le cas où : $(n, q_1) = (n, q_2) = 1$.

Les points de $\mathcal{C}''$ ont alors toutes leurs coordonnées > 0 .

A chaque point h de $\mathcal{C}$ est attachée une nappe E_h de $\mathcal{E}$. Dans le "découpage" $\mathcal{C}$, h est entouré par s triangles de $\mathcal{C}$ ($s \geq 3$).

Si $s = 3$, $E_h \cong \mathbb{P}_2$

Si $s = 4$, E_h est une surface de Hirzebruch dont le degré est donné par un déterminant lié à la configuration de $\mathcal{C}$.

Si $s > 4$, E_h n'est pas une surface minimale. Elle provient par une succession d'écclatements d'une surface de Hirzebruch. La connaissance de $\mathcal{C}$ permet d'explicitier, au moyen de s cartes des équations de E_h .

Par ailleurs nous avons la

Proposition 3

1) $E_h \cap E_{h'} \neq \emptyset$ équivaut à : h et h' appartiennent à un même triangle de $\mathcal{C}$, et alors :

$$E_h \cap E_{h'} \cong \mathbb{P}_1 \quad (h \neq h')$$

2) $E_h \cap E_{h'} \cap E_{h''} \neq \emptyset$ équivaut à : h, h', h'' sont les sommets d'un triangle de $\mathcal{C}$, et alors :

$E_h \cap E_{h'} \cap E_{h''}$ est réduite à un point (h, h' et h'' sont deux à deux distincts.)

3) Si $[h_0, h_1, h_2]$ et $[h_0, h_2, h_3]$ sont deux triangles de $\mathcal{C}$ accolés le long de (h_0, h_2) (h_0 et h_2 étant dans $\mathcal{C}$) alors :

$$E_{h_0} \cdot E_{h_2}^2 = - \delta([h_0, h_1, h_3]).$$

Les points 1 et 2 sont faciles à établir. Le point 3 est démontré par T. Oda [12].

FAISCEAU CONORMAL D'UNE NAPPE DE LA VARIÉTÉ EXCEPTIONNELLE

En dimension 2 le faisceau conormal de la nappe E_i dans la variété exceptionnelle $\mathcal{E}$ est :

$$\mathcal{N}^{\vee}_{E_i/\mathcal{E}} = \mathcal{O}(b_i) \quad \text{où } b_i = -E_i^2 \quad ([1]).$$

Ce faisceau est ample car $b_i > 0$ [10].

En dimension ≥ 3 ce faisceau n'est plus nécessairement ample.

Exemple :

On prend le cas : $n = 7$, $q_1 = 3$, $q_2 = 5$.

Alors $\mathcal{C}$ est formé de 9 triangles, $\mathcal{C}'$ comprend 7 points et donc $\mathcal{C}''$ en comprend 4. $\mathcal{E}$ est donc formée de 4 nappes. Deux d'entre elles sont des plans $\mathbb{P}_2$. Il y a une surface de Hirzebruch de degré 2 et une surface E qui est obtenue à partir d'une surface de Hirzebruch de degré 2 par deux éclatements ($s = 6$). Les équations de E et l'écriture explicite de ces éclatements nous permettent d'écrire le quotient du groupe de Picard de E par le sous groupe des diviseurs numériquement équivalents à 0 [10] sous la forme :

$$\text{Num } E = \mathbb{Z} \Gamma_0 + \mathbb{Z} \Delta_0 + \mathbb{Z} \Delta_1 + \mathbb{Z} \Delta_2$$

avec la table d'intersections :

	Γ_0	Δ_0	Δ_1	Δ_2
Γ_0	-2	1	0	0
Δ_0	1	0	0	0
Δ_1	0	0	-2	1
Δ_2	0	0	1	-1

D'après [10] un diviseur ample doit vérifier :

$$D^2 > 0 ; D \cdot \Gamma_0 > 0 ; D \cdot \Delta_i > 0 \quad (\text{pour } i = 0, 1, 2).$$

Le faisceau conormal $\mathcal{N}_{E/\mathcal{E}}^\vee$ de E dans $\mathcal{E}$ est $\mathcal{L}(D)$ avec :

$$D = 3 \Gamma_0 + 5 \Delta_0 - \Delta_1 - 3 \Delta_2.$$

Il n'est donc pas ample, pas plus que le faisceau normal $\mathcal{N}_{E/\mathcal{E}}$ qui correspond au diviseur $-D$.

REMARQUES

1) Dans [1] Riemenschneider étudie les déformations des singularités cycliques quotients de dimension 2. En dimension ≥ 3 le problème disparaît car ces singularités sont rigides [13].

2) L'anneau $A_{n,q_1, \dots, q_n}$ est un anneau de Cohen-Macaulay. Pour ce résultat dû à M. Hochster on pourra se reporter à l'exposé de M. Merle dans [14].

Au contraire $A_{n,q_1, \dots, q_p}$ n'est presque jamais une intersection complète. Voir [1], [2], [15].

BIBLIOGRAPHIE

- [1] O. RIEMENSCHNEIDER
Deformationen von Quotientensingularitäten nach Zyklischen Gruppen. Math. Ann. 209 p. 211-248. 1974
- [2] E. BRIESKORN
Rationale Singularitäten komplexer Flächen. Invent. Math. 4, p. 336-358. 1968
- [3] J. BERTIN et P. CARBONNE
Quelques calculs sur les équations des singularités cycliques quotients (non publié)
- [4] G. KEMPF, F. KNUDSEN, D. MUMFORD, B. SAINT-DONAT
Toroïdal Embeddings I. Lectures Notes in Math. 339. 1973
- [5] G. GONZALEZ-SPRINGBERG
Eventail en dimension 2 et transformé de Nash
[5.1] Note aux C.R.A.S. série A. 284. 3 janv. 77. p. 69-71
[5.2] Publication du centre de mathématiques de l'E.N.S. (1977)
- [6] A. FUJIKI
On resolutions of cyclic quotient singularities. Publication RIMS Kyoto Univ. 10. p. 293-328. 1974
- [7] K. UENO
On fibre spaces of normally polarized abelian varieties of dimension 2. Singular fibres of the first kind.
(I) J. of Fac. of Sc. of Tokyo Univ. Vol. 18. n° 1. p. 37-95. 1971
(II) J. of Fac. of Sc. of Tokyo Univ. Vol. 19. n° 2. p. 163-199. 1972
- [8] F. EHLERS
Eine klasse komplexer Mannigfaltigkeiten und die Auflösung einiger isolierter Singularitäten. Math. Ann. 218. p. 127-156. 1975

- [9] J. LIMPAN
Introduction to resolution of singularities. Proc. of Symp. in Pure Math.
Vol. 29. p. 287-230. 1975

- [10] R. HARTSHORNE
Algebraic geometry. G.T.M. n° 52. Springer Verlag. 1977

- [11] I.R. SHAFAREVICH
Basic algebraic geometry G.M.W. n° 213 Springer Verlag. 1974

- [12] T. ODA
Torus embeddings and applications. Tata Institute. Bombay. 1978

- [13] M. SCHLESSINGER
Rigidity of quotient singularities. Invent. Math. 14. p. 17-26. 1971

- [14] DEMAZURE-PINKHAM-TEISSIER
Séminaire sur les singularités des surfaces. Ecole Polytechnique. Paris
1976-1977.

- [15] K. WATANABE
Invariant subrings which are complete intersections. Nagoya Math. J. Vol. 77
p. 89-98. 1980

U.E.R. de Mathématiques
 Université de Toulouse-Le Mirail
 109 bis, rue Vauquelin
 31058 TOULOUSE CEDEX
