

Certificat de mathématiques générales

Nouvelles annales de mathématiques 4^e série, tome 11
(1911), p. 524-526

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1911_4_11__524_2>

© Nouvelles annales de mathématiques, 1911, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

CERTIFICAT DE MATHÉMATIQUES GÉNÉRALES.

Montpellier.

ÉPREUVE THÉORIQUE. — On donne la parabole dont le foyer est l'origine. Cette courbe reçoit un mouvement de translation, son axe restant ainsi parallèle à Oy; le foyer de la parabole décrivant la courbe représentée par l'équation

$$y = \frac{x^3}{3\rho^2} - \frac{x^2}{2\rho} + \frac{2}{\rho}.$$

On demande : 1° de déterminer l'enveloppe de ces paraboles mobiles; 2° étudier la forme de cette courbe enveloppe, montrer qu'elle a un point d'inflexion, et former l'équation de la tangente au point d'inflexion, 3° calculer l'aire comprise entre l'axe Ox et la partie de la courbe enveloppe située au-dessous de Ox.

ÉPREUVE PRATIQUE. — *Intégrer l'équation différentielle*

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} - 3x \frac{dy}{dx} + 4y = \frac{x}{2} + \frac{1}{2x}.$$

Déterminer les constantes d'intégration de façon que la courbe intégrale passe par le point $x = y = \frac{1}{3}$, et que la tangente en ce point soit parallèle à l'axe Ox.

(Juillet 1910.)

ÉPREUVE THÉORIQUE. — *On donne un cercle et un point A sur ce cercle. Former l'équation, en coordonnées cartésiennes et en coordonnées polaires, de la courbe C, lieu du point M, symétrique de A par rapport à une tangente quelconque au cercle donné :*

1° *Étudier la forme de cette courbe.*

2° *Calculer l'aire comprise à l'intérieur de la courbe C.*

3° *Sur la droite AM, on prend un point M' tel que le produit $AM \times AM'$ soit égal à un nombre fixe K^2 . Trouver le lieu C' du point M'.*

4° *Si l'on donne à K une valeur arbitraire variable, trouver les trajectoires orthogonales des courbes C'.*

ÉPREUVE PRATIQUE. — *Les deux surfaces*

$$3xz = 2y^2 \quad \text{et} \quad 3y = x^2$$

se coupent suivant l'axe Oz et une cubique.

Déterminer, en un point quelconque de cette cubique, le centre de courbure, le rayon de courbure, et le rayon de torsion.

(Novembre 1910.)

ÉPREUVE THÉORIQUE. — *En un point M de la parabole $y^2 = 2px$, on mène la normale MN, et une droite MP, qui forme avec la normale un triangle isocèle MNP, dont la base NP est sur OX; de sorte que les angles MNX' et MPX sont égaux :*

1° *Former l'équation de la droite MP, dans laquelle on remplacera l'abscisse x du point M par sa valeur $x = \frac{y^2}{2p}$, pour ne conserver qu'un seul paramètre variable y.*

2° *Lorsque y varie, déterminer l'enveloppe de la droite MP.*

Montrer que cette courbe enveloppe est tangente à la parabole aux deux points symétriques D, D' de coordonnées $x = \frac{\rho}{2}$, $y = \pm \rho$, et à l'axe des x au point C de coordonnées $x = -\rho$, $y = 0$.

3° Calculer la longueur des arcs symétriques de la courbe enveloppe, compris entre le point C, et les points D et D'.

4° Calculer l'aire limitée par ces arcs de courbe et la droite DD'.

ÉPREUVE PRATIQUE. -- Déterminer l'intégrale générale de l'équation différentielle

$$\frac{d^4 y}{dx^4} + 5 \frac{d^2 y}{dx^2} + 4y = 4x + 2.$$

Déterminer l'intégrale particulière qui s'annule, ainsi que sa dérivée, pour les deux valeurs $x = \pm \frac{\pi}{2}$.

(Juillet 1911.)