NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

Concours général de 1877

Nouvelles annales de mathématiques 2^e série, tome 17 (1878), p. 106-110

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1878_2_17__106_1>

© Nouvelles annales de mathématiques, 1878, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (http://www.numdam.org/conditions). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
http://www.numdam.org/

CONCOURS GÉNÉRAL DE 1877.

Mathématiques spéciales.

Rechercher les surfaces S du second degré, sur lesquelles existe une droite D, telle que l'hyperboloïde de révolution H, qui a pour axe une génératrice rectiligne

quelconque, G, de la surface S, et du même système que D, et qui passe par la droite D, coupe orthogonalement la surface S en tous les points de cette droite.

Si l'on considère tous les hyperboloïdes H qui se rapportent à une même surface S, jouissant de la propriété énoncée :

1° Trouver le lieu des sommets A et celui des foyers F des hyperboloïdes H′ conjugués des hyperboloïdes H;

2° Par l'un des foyers F de l'hyperboloïde H′, on mène un plan P parallèle à la perpendiculaire commune aux deux droites G et D, et faisant, avec cette dernière, un angle supplémentaire de celui que fait, avec cette même droite, l'axe G de l'hyperboloïde H; trouver le lieu de la droite qui joint le point où le plan P coupe la droite D à l'un des points où ce plan coupe la courbe d'intersection de la surface S et de l'hyperboloïde H.

Mathématiques élémentaires.

Étant donnés deux plans P et P′ et un point A en dehors de ces deux plans, on considère toutes les sphères qui passent par le point A, et qui sont tangentes aux deux plans donnés :

1° Trouver le lieu de la droite qui joint le point A au centre de la sphère variable;

2° Trouver le lieu du point où cette sphère touche l'un des plans.

Philosophie.

Étant donnée une sphère de rayon R, trouver :

1° Le lieu du sommet d'un angle trièdre dont les trois arêtes sont tangentes à cette sphère, et dont les trois faces sont égales chacune à 60 degrés;

2° Le lieu du sommet d'un angle trièdre dont les plans

des trois faces sont tangents à la même sphère, et dont les trois angles dièdres sont égaux chacun à 120 degrés.

Rhétorique.

I. Par un point A, pris au dehors d'une circonférence donnée O, on mène à cette circonférence une tangente AB, terminée au point de contact B, et l'on demande quelle doit être la distance AO pour que, en faisant tourner la figure autour de cette droite, l'aire de la surface engendrée par AB soit la moitié de la surface engendrée par la circonférence O.

II. Cartes géographiques.

Seconde.

I. Un train *omnibus* va du point A au point C, en passant par le point B, où il s'arrête cinq minutes; quatorze minutes après avoir quitté B, il rencontre un train *express* qui marche en sens contraire, et dont la vitesse est double de la sienne. Cet *express* est parti du point C au moment où le train *omnibus* était à 25 kilomètres du point A. On sait, en outre, que le train *express* met deux heures pour franchir la distance CB, et que si, une fois arrivé en A, il repartait immédiatement de ce point, il arriverait en C trois quarts d'heure après le train *omnibus*.

On demande combien chaque train fait de kilomètres à l'heure, et quelles distances séparent A, B, C.

II. La perpendiculaire abaissée du sommet de l'angle droit d'un triangle rectangle sur l'hypoténuse partage ce triangle en deux triangles partiels : démontrer que le carré du rayon du cercle inscrit dans le triangle total est égal à la somme des carrés des rayons des cercles inscrits dans les triangles partiels.

Troisième.

I. Un négociant a acheté, en Bourgogne, 24 pièces de vin à 80 francs la pièce de 228 litres, et, dans le Midi, 3 muids de vin à 110 francs le muid de 700 litres. Il a payé, en outre, 820 francs pour le transport et l'emmagasinage, plus 61 fr. 60 c. par hectolitre pour les droits d'entrée et d'octroi. En mélangeant ces deux quantités de vin, et en ajoutant une certaine quantité d'eau, il a obtenu un mélange dont il a rempli 36 fûts de 228 litres. A quel prix doit-il vendre chacun de ces fûts pour gagner 1200 francs sur l'opération?

II. Soit ABC un triangle dans lequel l'angle A est droit, et l'angle B double de l'angle C. On construit en dehors du triangle ABC : 1° sur l'hypoténuse BC, le carré BCDE; 2° sur le côté AB, le triangle équilatéral ABF; 3° sur le côté AC, le triangle équilatéral ACG. On joint le point F au point G, et au point E l'extrémité du côté BE du carré BCDE.

On suppose l'hypoténuse BC égale à a, et l'on demande de calculer :

1° Les côtés AB, AC du triangle ABC;

2° Les distances du point F à la droite BE, et la distance du point G à la droite AF;

3° La surface du quadrilatère EFGD.

On appliquera les formules trouvées en supposant l'hypoténuse a égale à 5 mètres.

ENSEIGNEMENT SECONDAIRE SPÉCIAL.

Mathématiques appliquées et Géométrie descriptive.

I. Sur deux plans inclinés P, Q, faisant avec le plan horizontal, le premier un angle de 60 degrés, le second

un angle de 30 degrés, et dans un plan perpendiculaire à l'intersection des plans P et Q, on place deux petits poids égaux réunis par un fil qui s'enroule sur une petite poulie dont l'axe coïncide avec l'intersection des plans P et Q, et dont les dimensions sont telles que les deux portions du fil sont respectivement parallèles aux deux plans inclinés.

On demande :

1° Dans quel sens se produit le mouvement;

2° Quels sont les espaces parcourus par les poids, après trois secondes;

3° Quelles sont les vitesses acquises par ces mêmes poids, après trois secondes.

II. On donne, dans le plan vertical de projection, un hexagone régulier, dont un côté, égal à 4 centimètres, coïncide avec la ligne de terre; cet hexagone est l'une des bases d'un prisme oblique, dont les arêtes sont horizontales et forment un angle de 60 degrés avec la ligne de terre; la seconde base du prisme est dans un plan parallèle au plan vertical de projection situé à 12 centimètres en avant de ce plan. Sur la face supérieure du prisme repose une sphère qui a 4 centimètres de rayon, et qui touche le plan de la face supérieure du prisme au centre du parallélogramme formé par cette face.

On demande de représenter le système de ces deux corps solides, et de dessiner leurs ombres propres, l'ombre portée par la sphère sur le prisme, et les ombres portées par les deux corps sur les plans de projection.

On supposera le système éclairé par la lumière dite à 45 degrés.