

Correspondance

Nouvelles annales de mathématiques 2^e série, tome 16
(1877), p. 185-187

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1877_2_16__185_0>

© Nouvelles annales de mathématiques, 1877, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

CORRESPONDANCE.

Extrait d'une Lettre de M. Bourguet. — Voici quelques questions à proposer aux lecteurs des *Nouvelles Annales* :

1° Prouver que

$$L \frac{n + \frac{1}{2}}{m - \frac{1}{2}} > \frac{1}{m} + \frac{1}{m+1} + \frac{1}{m+2} + \dots + \frac{1}{n} > L \frac{n+1}{m}$$

(L désigne logarithme népérien) $m \geq 1$.

2° Prouver que la série

$$a^{\frac{1}{m}} + a^{\frac{1}{m}} + \frac{1}{m+1} + a^{\frac{1}{m}} + \frac{1}{m+1} + \frac{1}{m+2} + \dots$$

est convergente pour $a < \frac{1}{e}$, et divergente pour $a \geq \frac{1}{e}$.

3° Prouver que la série

$$\frac{m}{n} + \frac{m(m+1)}{n(n+1)} + \frac{m(m+1)(m+2)}{n(n+1)(n+2)} + \dots$$

est convergente pour $n - m > 1$, et divergente pour $n - m \leq 1$.

4° Trouver les racines de l'équation

$$0 = \frac{1}{2} - \frac{x}{x+1} + \frac{x(x-1)}{(x+1)(x+2)} - \frac{x(x-1)(x-2)}{(x+1)(x+2)(x+3)} + \dots$$

Extrait d'une lettre de M. Poujade, professeur au Lycée d'Amiens. — Il faut encore ramener votre atten-

tion sur la question 970 et 1028 déjà résolue deux fois dans les *Nouvelles Annales*.

Il s'agit de : *Trouver le lieu des sommets des triangles circonscrits à une ellipse et tels que les hauteurs passent par les points de contact des côtés opposés.*

M. Bourguet (t. XIII, p. 576), après avoir signalé les erreurs de calcul d'une solution antérieure, a donné une méthode générale de mise en équation du problème, mais il s'est trompé lui-même dans l'application qu'il en a faite à l'ellipse rapportée à ses axes, et, au lieu du résultat final qu'il indique, il faut lire

$$\frac{a^2 x^2}{(S - U)^2} + \frac{b^2 y^2}{(S + V)^2} = \frac{1}{R^2},$$

en posant $R = x^2 + y^2 - a^2 - b^2$.

Puis supprimant, comme il l'indique, le facteur S dans les deux membres de l'équation rendue entière, on obtient, en effet, un lieu du huitième ordre, mais ce qui n'a pas été signalé jusqu'ici, c'est que ce lieu se décompose en deux autres de la façon suivante :

$$(4S + R^2)[4S^2 - 4RS(a^2 + b^2) + 3a^2b^2R^2] = 0$$

(S désigne la fonction $a^2 y^2 + b^2 x^2 - a^2 b^2$).

Le premier lieu est le quadrilatère imaginaire ayant les quatre foyers pour sommets, le second est l'ensemble de deux coniques rapportées à leurs centres et à leurs axes, l'une intérieure, l'autre extérieure à l'ellipse donnée.

M. Bourguet avait étudié la forme du lieu sur l'équation du dixième ordre, mais il m'a paru intéressant de vous signaler cette décomposition, qui rend la discussion inutile. Elle est évidemment applicable au cas de l'hyperbole et donne dans la parabole une parabole intérieure à la première, le lieu extérieur s'éloignant à l'infini.

Permettez-moi, en terminant, d'indiquer pour le cas

d'une conique à centre une mise en équation plus rapide que celles données jusqu'ici.

Soit $M(x, y)$ un point du lieu ; on sait déterminer les coordonnées α, β du point N de concours des normales à l'ellipse aux points où elle est touchée par les tangentes menées de M ; il suffit d'écrire que la droite MN est normale à l'ellipse pour obtenir l'équation du dixième degré mentionnée plus haut.

Nota. La question 1196, dont une solution se trouve dans le numéro de décembre dernier, a été résolue par M. Moreau, et, la question 1214, par M. Léopold Klug, à Pressburg (Hongrie).