

DÉSIRÉ ANDRÉ

## **Note sur les bissectrices des angles d'un triangle**

*Nouvelles annales de mathématiques 2<sup>e</sup> série*, tome 13  
(1874), p. 10-12

[http://www.numdam.org/item?id=NAM\\_1874\\_2\\_13\\_\\_10\\_1](http://www.numdam.org/item?id=NAM_1874_2_13__10_1)

© Nouvelles annales de mathématiques, 1874, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques  
<http://www.numdam.org/>

---

## NOTE SUR LES BISSECTRICES DES ANGLES D'UN TRIANGLE ;

PAR M. DÉSIRÉ ANDRÉ,

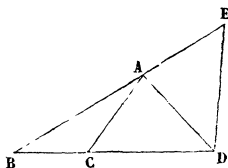
Agrégé de l'Université, professeur à Sainte-Barbe.

---

1. Les théorèmes sur la bissectrice d'un angle intérieur d'un triangle et les théorèmes sur la bissectrice d'un angle extérieur se correspondent deux à deux. Nous allons donner un procédé général permettant, lorsqu'on connaît l'un quelconque de ces théorèmes, d'établir immédiatement le théorème corrélatif.

2. Supposons connu ce théorème :

*La bissectrice intérieure d'un angle d'un triangle partage le côté opposé en segments proportionnels aux côtés adjacents.*



Pour en déduire le théorème corrélatif, considérons un triangle quelconque ABC, et la bissectrice AD de l'angle extérieur A. Prenons, sur BA prolongé, une lon-

gueur **AE** égale à **AC**, et joignons **DE**. Les deux triangles **ACD**, **AED** ont un angle égal compris entre deux côtés égaux chacun à chacun; donc ils sont égaux. Par suite, **DA** est la bissectrice de l'angle intérieur **D** du triangle **BDE**, et le théorème que nous venons d'admettre nous donne la proportion

$$\frac{AB}{DB} = \frac{AE}{DE}.$$

Remplaçons, dans cette égalité, **AE** et **DE** par les longueurs **AC** et **CD**, qui leur sont respectivement égales, nous trouvons

$$\frac{AB}{DB} = \frac{AC}{CD},$$

ou bien

$$\frac{DB}{AB} = \frac{CD}{AC},$$

ce qui nous donne le théorème corrélatif que voici :

*La bissectrice de l'angle extérieur d'un triangle détermine sur le côté opposé deux segments proportionnels aux côtés adjacents.*

3. Supposons connu maintenant le théorème suivant :

*Le carré de la bissectrice d'un angle intérieur est égal au rectangle des deux côtés de cet angle, moins le rectangle des deux segments du côté opposé.*

Considérons la figure précédente, et appliquons ce théorème à la bissectrice **DA** de l'angle intérieur **D** du triangle **BDE**; nous avons

$$\overline{DA}^2 = DB \times DE - AB \times AE.$$

Dans cette égalité, remplaçons encore **DE** par **DC** et **AE** par **AC**, il vient

$$\overline{DA}^2 = DB \times DC - AB \times AC;$$

et, si nous nous rappelons que DA est la bissectrice de l'angle extérieur A du triangle ABC, nous pouvons énoncer le théorème corrélatif suivant :

*Le carré de la bissectrice d'un angle extérieur est égal au rectangle des deux segments déterminés sur le côté opposé, moins le rectangle des deux côtés de l'angle.*

4. Au lieu de partir des théorèmes sur la bissectrice d'un angle intérieur, nous aurions évidemment pu, à l'aide du même procédé, suivre la marche inverse : le procédé est général.