ÉMILE LECLERT

Propriétés de la parabole

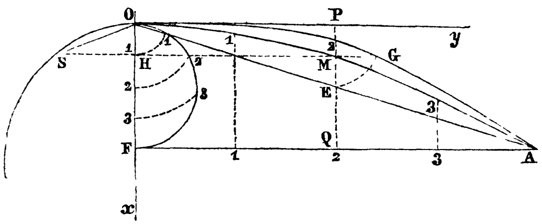
Nouvelles annales de mathématiques 2e série, tome 9 (1870), p. 337-339

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1870_2_9__337_0>

PROPRIÉTÉS DE LA PARABOLE;

PAR M. ÉMILE LECLERT.

Soient OMA *une parabole rapportée à son axe* Ox *et à son sommet* O; OS *un cercle tangent à la parabole en* O *et ayant son centre sur* Ox. *Si l'on projette sur le*



cercle, en S, *perpendiculairement à* Ox, *un point* M *quelconque de la parabole, la distance* MH *du point* M *à l'axe et la corde* OS *sont dans un rapport constant.*

En effet, si a désigne le double du paramètre de la parabole et d le diamètre du cercle, on a

$$\overline{\mathrm{MH}}^2 = a \times \mathrm{OH},$$

$$\overline{\mathrm{OS}}^2 = d \times \mathrm{OH};$$

d'où, en divisant membre à membre,

$$\frac{\mathrm{MH}}{\mathrm{OS}} = \sqrt{\frac{a}{d}},$$

rapport constant, quel que soit le point M.

Réciproquement, *étant donnés un cercle* OS *et l'un de ses diamètres* Ox, *si l'on projette un point* S *du cercle, en* M, *sur une droite* PQ *menée parallèlement à* Ox *à une distance* MH *quelconque, et si l'on déplace le point* S *de la droite* PQ *de telle sorte que le rapport de la corde* OS *à la distance* MH *demeure constant, le lieu des points* M *est une parabole.*

En effet, k désignant une constante, posons

$$\frac{\mathrm{MH}}{\mathrm{OS}} = k.$$

Par rapport au système d'axes rectangulaires Ox, Oy, les points S et M ont même abscisse $\mathrm{OH} = x$. Or, dans le cercle, d désignant son diamètre, on a

$$\overline{\mathrm{OS}}^2 = xd;$$

donc, pour tout point M du lieu, en appelant y son ordonnée MH, on aura

$$y^2 = k^2 dx,$$

équation d'une parabole.

L'intérêt de ces propositions réside dans les corollaires qu'elles fournissent. La propriété et la construction suivantes sont particulièrement dignes d'attention; il est d'ailleurs facile de les justifier séparément en particularisant à leur sujet les raisonnements qui précèdent.

1. *Soient* OGA *un arc de cercle,* OA *sa corde,* Ox *le diamètre mené par son extrémité* O. *Si, parallèlement à* Ox, *on mène une droite quelconque* PQ *qui coupe la corde en* E, *et si l'on projette, en* M, *sur* PQ, *un point* G *du cercle tel, que sa distance au point* O *soit égale à* OE : *le lieu des points* M *est la parabole qui, ayant son sommet en* O *et* Ox *pour axe, coupe l'arc de cercle en* A.

Ainsi est mise en évidence, pour la première fois, croyons-nous, une corrélation intéressante entre deux courbes qu'il est souvent utile de rapprocher l'une de l'autre.

2. *Construire une parabole, connaissant son sommet* O, *son axe* Ox *et un point* A. — Soit F le pied de la perpendiculaire abaissée de A sur Ox. Je partage les longueurs AF, OF en un même nombre de parties égales par les points marqués 1, 2, 3; avec OF comme diamètre, je décris une demi-circonférence sur laquelle je rabats, de O comme centre, les divisions de OF; les distances à AF des points 1, 2, 3, ainsi obtenus sur la circonférence, sont respectivement celles des points 1, 2, 3 de la parabole demandée, et il suffira de les relever, puis de les porter normalement à AF.

Par sa simplicité, cette construction se prêterait souvent, dans les arts, à des tracés de grandeur d'exécution, par exemple au tracé des poutres arquées (*barrots*) qui servent à la construction des ponts de navire.