NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

E. HABICH

Construction de l'hyperbole et de la développée de la parabole

Nouvelles annales de mathématiques 2^e série, tome 6 (1867), p. 446-448

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1867_2_6__446_1>

© Nouvelles annales de mathématiques, 1867, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (http://www.numdam.org/conditions). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme Numérisation de documents anciens mathématiques
http://www.numdam.org/

CONSTRUCTION DE L'HYPERBOLE ET DE LA DÉVELOPPÉE DE LA PARABOLE;

PAR M. E. HABICH,
Directeur de l'École superieure polonaise.

Soient O le centre, Ox la direction de l'axe transverse, et OD l'asymptote de l'hyperbole.

Traçons une ordonnée quelconque NP : soient N le point où elle coupe l'asymptote OD, et P le point où elle coupe l'axe Ox. A partir du point P et dans le sens des x positifs, portons une longueur *constante* PE égale au *demi-axe imaginaire*, et du point E ainsi déterminé comme centre, avec PN pour rayon, décrivons un arc de

cercle; cet arc viendra couper l'ordonnée PN en un point M qui appartient à l'hyperbole.

On démontre cela en remarquant que l'ordonnée de l'hyperbole est moyenne proportionnelle entre les ordonnées correspondantes de deux droites parallèles à l'asymptote et passant par les deux sommets de la courbe.

Construction de la développée de la parabole.

Soit $ay^2 = x^3$ l'équation de la développée de la parabole ; en passant aux coordonnées polaires, on a

$$(1) \qquad r = \frac{a \sin^2 \theta}{\cos^3 \theta} = \frac{a}{\cos^3 \theta} - \frac{a}{\cos \theta}.$$

Du côté des x positifs, à partir de l'origine O, portons une longueur $OA = a$, et par le point A ainsi déterminé élevons une perpendiculaire AD à Ox.

Pour construire maintenant la courbe par points, on mènera par le point O une transversale quelconque; cette transversale viendra couper AD en un point E; par le point E on élèvera une perpendiculaire à la transversale OE; cette perpendiculaire rencontrera l'axe Ox en un point F.

Par le point P pris sur l'axe Ox à une distance constante a à partir de F et dans le sens des x négatifs, on élèvera une perpendiculaire à Ox; cette perpendiculaire viendra couper la transversale OE en un point M qui appartient à la courbe en question.

On reconnaît cela en remarquant que

$$OE = \frac{a}{\cos \theta}, \quad OF = \frac{a}{\cos^2 \theta} \quad \text{et} \quad r = OM = \frac{OF}{\cos \theta} - \frac{FP}{\cos \theta},$$

$$r = \frac{a}{\cos^3 \theta} - \frac{a}{\cos \theta}.$$

Cette courbe porte le nom de la parabole semi-cubique, ou de la parabole de Neil; elle constitue dans la classification des courbes du troisième degré par Newton (*) la 70e espèce de la classe des paraboles divergentes.

Remarque. — Si l'équation (1) se change en

$$r=\frac{a}{\cos^3\theta}-\frac{b}{\cos\theta},$$

on a deux autres espèces des courbes de la même classe, auxquelles s'applique la construction précédente.

Lorsque $b<a$, on a une courbe à point isolé à l'origine, de l'espèce 69.

Lorsque $b>a$, on a une courbe à nœuds, de l'espèce 68.