

IS. CHEVILLIER

Sur un théorème arithmologique d'Euler

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 14
(1855), p. 433-435

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1855_1_14__433_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1855, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

SUR UN THÉORÈME ARITHMOLOGIQUE D'EULER,

PAR M. IS. CHEVILLIER,

Professeur au lycée de Reims.

Euler, dans le n^o 35 de la seconde partie de ses *Éléments d'Algèbre*, attire l'attention du lecteur sur une propriété de la plus grande importance relativement à la nature des nombres. Si j'ai bien compris ce passage, la proposition dont il s'agit est la suivante :

Si l'on peut trouver un nombre entier x tel, que $mx - b$ divise $mc + ab$, la valeur correspondante de y

donnée par l'équation

$$my - a = \frac{mc + ab}{mx - b}$$

sera pareillement entière.

En cherchant à démontrer cette proposition, j'ai trouvé qu'on ne peut l'affirmer que si m est premier avec le diviseur $mx - b = f$.

En effet, l'équation ci-dessus donne en y remplaçant $mx - b$ par f ,

$$my = a + \frac{mc + ab}{f}.$$

Le second membre est entier par hypothèse, c'est-à-dire que l'expression $af + mc + ab$ est divisible par f . Elle est aussi divisible par m , car elle peut s'écrire

$$mc + a(f + b)$$

et

$$\frac{f + b}{m} = r$$

est supposé entier. Si donc m et f sont premiers entre eux, on peut affirmer que

$$y = \frac{mc + a(f + b)}{mf}$$

est entier; sinon cette valeur de y peut bien être fractionnaire.

Pour décider si ce défaut de généralité doit être imputé à la proposition elle-même ou à ma démonstration, j'ai eu recours à des exemples numériques.

Tout facteur premier commun à m et f devant diviser $mc + ab$, divisera nécessairement a ou b . Soient donc, par exemple

$$m = 6, \quad a = 2, \quad b = 3, \quad c = 9,$$

ou aura

$$6y - 2 = \frac{60}{6x - 3}.$$

J'omet à dessein les simplifications. Les seuls diviseurs de 60 compris dans la formule $6x - 3$ sont 3 et 15, et aucun d'eux n'est premier avec 6. En donnant à x les valeurs correspondantes 1 et 3, on trouve pour y , $3\frac{2}{3}$ et 1. On voit donc que m et f peuvent n'être pas premiers entre eux et que, si cette circonstance se présente, y pourra être entier ou fractionnaire.