

STEINER

Théorèmes sur les coniques

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 14
(1855), p. 141-142

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1855_1_14__141_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1855, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

THÉORÈMES SUR LES CONIQUES;

PAR M. STEINER.

(CRELLE, tome XLIV, page 275 ; 1854.)

1. *Théorème.* En inscrivant dans un quadrilatère complet deux coniques, les huit points de contact sont sur une même conique.

2. *Théorème.* Une conique étant inscrite dans un quadrilatère, si, par les quatre points de contact, on fait passer une seconde conique, elle coupera les côtés en quatre nouveaux points de contact d'une conique inscrite.

3. *Théorème.* Les huit points de contact de deux coniques inscrites dans un quadrilatère complet donnent soixante-dix groupes de quatre points; douze de ces groupes sont avec deux des quatre sommets opposés sur une même conique; ces douze coniques se partagent en six couples de coniques tels, que dans chaque couple les coniques ont un double contact.

Ce théorème subsiste aussi pour le quadrilatère complet.

4. *Théorème.* Dans un quadrilatère complet inscrit au cercle, le produit des deux perpendiculaires abaissées d'un point de la circonférence sur les côtés opposés est constant.

Note. On déduit facilement le théorème général suivant pour un polygone inscrit d'un nombre pair de côtés; le produit des perpendiculaires abaissées sur les côtés de rang pair est égal au produit des perpendiculaires abaissées sur les côtés de rang impair (*Géométrie supérieure*).

5. *Théorème.* Quatre coniques étant inscrites dans un triangle, ces coniques prises deux à deux ont encore en

commun, outre les côtés du triangle, une quatrième tangente T; il y a six de ces tangentes T et elles coupent chaque côté du triangle en six points en involution.

6. *Théorème.* Si quatre coniques ont en commun un foyer et une tangente A, elles ont encore en commun prises deux à deux six tangentes T telles, qu'elles coupent la tangente A en six points en involution.

7. *Théorème.* Si quatre paraboles ont le même foyer, prises deux à deux, elles ont une tangente commune T; si par un point p on abaisse des perpendiculaires sur ces six tangentes, on a un faisceau en involution.

8. *Théorème.* Une parabole P et un système de coniques confocales C sont donnés dans un même plan. Menons les quatre tangentes communes à la parabole P et à l'une quelconque des coniques du système C; soient a, b, c, d les quatre points de contact sur la parabole, f étant le foyer de la parabole, le produit $fa \cdot fb \cdot fc \cdot fd$ est constant.

Pour toute autre parabole qui a le même foyer f , le produit $fa \cdot fb \cdot fc \cdot fd$ reste constant.