

JOSEPH SACCHI
ANGELO GENOCCHI
Solution de la question 282

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 13
(1854), p. 316-317

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1854_1_13__316_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1854, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

SOLUTION DE LA QUESTION 282

(voir t. XII, p. 443);

PAR MM. JOSEPH SACCHI, de Pavie, et ANGELO GENOCCHI.

Soient a_r, b_r les coordonnées rectanglées du $r^{\text{ième}}$ sommet du polygone de n côtés inscrit dans la parabole représentée par $y^2 = px$; A_r l'aire du triangle ayant ses sommets aux points de coordonnées $a_1, b_1; a_r, b_r; a_{r+1}, b_{r+1}$; l'aire du polygone sera $\sum_2^{n-1} A_r$. L'aire d'un triangle en fonction des coordonnées de ses sommets donne

$$(1) \quad 2A_r = (b_r - b_1)(a_{r+1} - a_1) - (b_{r+1} - b_1)(a_r - a_1);$$

et comme les sommets du polygone sont sur la parabole, on aura

$$b_r^2 = pa_r, \quad b_{r+1}^2 = pa_{r+1}.$$

En substituant ces valeurs de a_r, a_{r+1} dans l'équation (1), on a

$$2pA_r = (b_r - b_1)(b_{r+1} - b_1)(b_{r+1} - b_r),$$

et l'aire du polygone sera

$$(2) \quad \frac{1}{2p} \sum_2^{n-1} (b_r - b_1)(b_{r+1} - b_1)(b_{r+1} - b_r).$$

Si $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_r, \dots, \alpha_n$ sont les projections des sommets du polygone sur une perpendiculaire à l'axe de la

parabole, l'équation (2) donne

$$\frac{1}{2p} \sum_2^{n-1} \alpha_1 \alpha_r \cdot \alpha_1 \alpha_{r+1} \cdot \alpha_r \alpha_{r+1} \cdot \dots \quad \text{C. Q. F. D.}$$

Note. M. Gilbert, de Louvain, donne la même démonstration, sauf la notation, et ajoute cette observation : De tous les polygones d'un même nombre de côtés inscrits dans le même arc de parabole, celui-là a l'aire maximum pour lequel $\alpha_1 \alpha_2 = \alpha_2 \alpha_3 = \alpha_3 \alpha_4 = \dots$

M. Gérard, de Toulouse, donne aussi une solution qui ne diffère pas de celle de M. Gilbert.