JOURNAL DE LA SOCIÉTÉ STATISTIQUE DE PARIS

JSFS

Jeux

Journal de la société statistique de Paris, tome 139, n° 2 (1998), p. 151-152

<http://www.numdam.org/item?id=JSFS_1998__139_2_151_0>

© Société de statistique de Paris, 1998, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Journal de la société statistique de Paris » (http://publications-sfds.math.cnrs.fr/index.php/J-SFdS) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (http://www.numdam.org/conditions). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
http://www.numdam.org/

IV

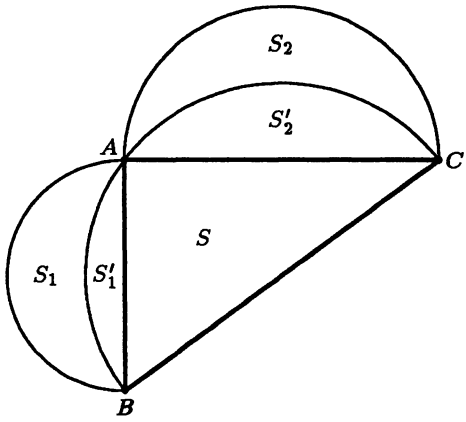
SSP JEUX

SOLUTIONS DES PROBLÈMES PRÉSENTÉS DANS LE N° 1 DE 1998 par EUREKA

Les deux lunes.

Considérons les triangles $A\,B\,C$ rectangle en A, ayant pour côtés respectifs : $AB = 3$ cm ; $BC = 5$ cm ; $CA = 4$ cm. Tracez le demi-cercle circonscrit à ce triangle. Puis tracez les 2 demi-cercles extérieurs de diamètres respectifs AB et AC. On demande ici de calculer, sans se fatiguer, la somme des aires des deux lunes ainsi formées.

SOLUTION



D'après Phytagore, nous avons :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

ou :

$$\pi \times \frac{BC^2}{8} = \pi \times \frac{AB^2}{8} + \pi \times \frac{AC^2}{8},$$

soit :

$$S'1 + S'2 + S = (S_1 + S'1) + (S_2 + S'2),$$

donc :

$$S = S_1 + S_2.$$

En conclusion :

$$S_1 + S_2 = \frac{AB \times AC}{2} = 6 \text{ cm}^2.$$

900° à l'ombre

Il fait très chaud. Nous sommes à l'ombre sous une tente qui a la forme d'un polygone convexe dont la somme des angles fait 900°. S'agit-il d'un pentagone, d'un hexagone ou d'un heptagone ?

SOLUTION

Soit n le nombre de côtés du polygone. On a :

$$(n-2) \times 180° = 900°,$$

donc $n = 7$. Il s'agit d'un heptagone.

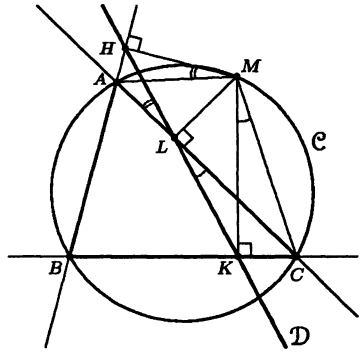
Wallace ou Simson.

Prenez un triangle ABC. Tracez son cercle circonscrit. Placez alors un point M quelconque sur ce cercle. Abaissez les trois perpendiculaires issues de M sur chacune des droites AB, BC et CA

Les trois pieds respectifs correspondant H, K et L sont alignés. Ils forment la droite de Simson, ainsi nommée d'après Robert Simson (1687-1768). C'est pourtant seulement en 1797 que William Wallace la découvrit... Comment fit-il ?

SOLUTION

Observons la figure ci-contre.



$LMAH$ est un quadrilatère inscrit dans un cercle de diamètre AM, donc

$$\widehat{ALH} = \widehat{AMH}.$$

De même, $LMKC$ est un quadrilatère inscrit dans un cercle de diamètre CM, donc

$$\widehat{KLC} = \widehat{KMC}.$$

Or $CMAB$ et $KMHB$ sont inscriptibles, donc on a :

$$\widehat{CMA} = 180° - \widehat{ABC} = 180° - \widehat{HBK} = \widehat{HMK},$$

soit encore :

$$\widehat{CMK} + \widehat{KMA} = \widehat{HMA} + \widehat{AMK} \text{ et } \widehat{HMA} = \widehat{CMK},$$

donc : $\widehat{ALH} = \widehat{KLC}$.

Ces angles ont la position d'alternes-internes autour de AC si et seulement si les points H, L et K sont alignés. Ils le sont donc, et forment ainsi LA DROITE DE SIMSON, découverte par WALLACE.