

JEAN-JACQUES LILTI

## Les apports de la coïntégration aux tests d'efficience

*Journal de la société statistique de Paris*, tome 135, n° 4 (1994),  
p. 47-63

[http://www.numdam.org/item?id=JSFS\\_1994\\_\\_135\\_4\\_47\\_0](http://www.numdam.org/item?id=JSFS_1994__135_4_47_0)

© Société de statistique de Paris, 1994, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Journal de la société statistique de Paris » (<http://publications-sfds.math.cnrs.fr/index.php/J-SFdS>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

# LES APPORTS DE LA COÏNTEGRATION AUX TESTS D'EFFICIENCE

Par Jean-Jacques LILTI  
*LARGOR, IAE de Rennes<sup>1</sup>*

## Résumé

Cet article exploite les récents développements économétriques de la coïntégration pour étudier l'efficience du marché français des actions. Les progrès de cette approche nouvelle permettent de réduire les incertitudes des conclusions obtenues traditionnellement dans les tests d'efficience. Dans un premier temps, nous rappelons les propriétés de la coïntégration et l'intérêt de cette approche pour analyser le fonctionnement des marchés. Dans une seconde étape, nous utilisons cette technique pour évaluer la variabilité du prix des actions et le degré de segmentation des marchés au comptant et à terme.

## Abstract

This paper discusses the recent econometric developments of cointegration and test the efficiency hypothesis on the french market. This new approach permits to reduce the uncertainties of the conclusions usually obtained. First, we recall the properties of cointegration and we show how useful it can be when applied to the study of stock market. Second, we explore the applications of cointegration techniques and examine stock prices variability and the long run stability of the relationship between futures and cask market prices ?

## Introduction

Plus de vingt ans après avoir été présenté, le concept d'efficience demeure l'un des sujets de recherche les plus activement traité dans la littérature financière. Malgré l'abondance des travaux réalisés, il convient de constater le caractère incertain des conclusions obtenues. Les récents progrès de la recherche statistique permettent de

---

1. I.G.R.-I.A.E. de Rennes, Université de Rennes 1 – 11, rue Jean Macé – B.P. 1997 – 35019 Rennes Cedex.

Je tiens à remercier Monsieur le Professeur Ch. A. VAILHEN pour ses commentaires et ses conseils. Les erreurs résiduelles me sont totalement imputables.

développer une approche fondée sur la notion de coïntégration, susceptible de réduire considérablement l'imprécision des résultats précédents. Depuis peu, l'incompatibilité de fait entre les modèles classiques de représentation des cours et les observations incite de nombreux auteurs<sup>1</sup> à s'interroger sur la validité actuelle de l'efficience. Les prix des actifs ne pourraient-ils pas s'éloigner durablement des valeurs fondamentales dans un marché efficient et un contexte d'anticipations rationnelles ?

Tous les niveaux de sophistication de la théorie économique admettent que certaines variables ne peuvent diverger que ponctuellement par l'action de phénomènes saisonniers ou conjoncturels. La persistance d'un écart provoque l'apparition de forces de rappel telles que les mécanismes de marché ou les interventions étatiques, et conduit à une nouvelle synchronisation des fluctuations. Les exemples sont multiples : les prix et les salaires, les prix de produits substituables, etc. Jusqu'au début des années 80, la plupart des études économétriques tentent d'évaluer et de formaliser ces relations en recourant aux procédures statistiques inférencielles qui supposent la stationnarité des processus suivis par les données. Malheureusement, le non respect de cette propriété par de très nombreuses variables économiques invalide partiellement nombre d'études effectuées. Une différenciation de ces variables ne résout pas les difficultés : occultant l'information contenue par la tendance à long terme, cette procédure génère une perte d'information. La théorie de la coïntégration introduite par Granger<sup>2</sup> et Engle-Granger (1987) fournit un cadre rigoureux pour déceler des tendances explosives. L'idée sous-jacente consiste à préciser la réalité et la nature des divergences entre deux séries théoriquement liées et à modéliser le comportement de ces variables. L'approche de la coïntégration est d'autant plus attractive qu'elle permet de travailler sur des séries non-stationnaires. Ces outils économétriques récents permettent dès lors d'envisager de nouvelles méthodologies pour les tests d'efficience et de bulles spéculatives, peu exploitées jusqu'à présent sur le marché français des actions.

Après une présentation du concept de coïntégration et de ses apports pour l'étude des marchés financiers, il convient de présenter les résultats obtenus par cette méthode sur le marché français des actions. A cet effet, deux études sont menées : l'une teste la variabilité des prix (i. e. l'existence potentielle de bulles spéculatives), la seconde analyse le degré de segmentation des marchés (marché comptant et à terme sur le CAC 40). Si la jeunesse de cette méthode dans les tests d'efficience impose des confirmations futures tant sur le plan empirique que théorique, sa robustesse réduit dès à présent l'imprécision des résultats issus des méthodes précédentes.

---

1. BOURGUINAT H. et ARTUS P. (1989).

ARTUS P. (1988).

MYERS S. C. (1988)).

LO A. et MACKINLEY C. (1988).

2. GRANGER C. W. J. (1986).

Pour une synthèse très complète de la coïntégration et des racines unitaires, on peut consulter :

DOLADO J. J., JENKINSON T. et SOSVILLA-RIVEROS S. (1990).

GRANGER C. W. J. et WEISS A. A. (1983).

## 1. Coïntégration et tests d'efficience

Le concept de coïntégration permet de bénéficier d'un cadre rigoureux pour réaliser une étude approfondie de l'efficience. Plus précisément, l'efficience des marchés assure en principe que valeur fondamentale d'un actif est égale à la valeur actualisée des cash-flow générés par la détention de cet actif. Sur un marché efficient, la variabilité des prix doit être limitée : selon P. Artus (1988), elle ne doit excéder la variabilité des revenus que la propriété des actifs permet d'obtenir<sup>1</sup>. La théorie des bulles spéculatives envisage la possibilité de fluctuations injustifiées des prix des actifs. Face à cette éventualité incompatible avec le principe d'efficience, la coïntégration constitue un outil de test parfaitement adapté (Diba et Grossman, 1988) qu'il importe de définir précisément. Auparavant il convient de rappeler les notions de stationnarité et de racine unitaire sur lesquelles se fonde la coïntégration.

### 1.1. Stationnarité et racine unitaire : la détermination de l'ordre d'intégration

Soit une variable  $X_t$  mesurée à des intervalles de temps égaux. La série ainsi définie est stationnaire si sa moyenne est constante et sa variance bornée : les deux moments sont donc invariants dans le temps. Plus précisément, le processus suivi est dit intégré d'ordre zéro soit  $I(0)$ . Le bruit blanc illustre parfaitement ce cas :

$$X_t = \varepsilon_t \quad \text{avec} \quad E(X_t) = 0 \quad \text{et} \quad V(X_t) = \sigma^2$$

De même, un processus  $AR(1)$  du type :

$$X_t = \alpha \cdot X_{t-1} + \varepsilon_t$$

avec  $-1 < \alpha < +1$  et  $\varepsilon_t$  un bruit blanc de moyenne nulle, est intégré d'ordre zéro.

Plus généralement, une série est intégrée d'ordre  $d$ , on la note  $I(d)$ , s'il est nécessaire de la différencier  $d$  fois pour la rendre stationnaire. Ainsi, la marche au hasard ( $X_t = X_{t-1} + \varepsilon_t$ ) est un processus  $I(1)$ . La série des différences premières est en effet un bruit blanc.

D'après les vastes analyses réalisées par Granger (1966), Box et Jenkins (1970) ou Nelson et Plosser (1982), de nombreuses séries macro-économiques s'avèrent des processus  $I(1)$ . Granger résume par quatre propriétés les différences essentielles entre des processus  $I(0)$  et  $I(1)$  :

- Un processus  $I(0)$  est caractérisé par :
  - une variance finie, invariante au temps ;
  - une mémoire de son passé limitée : les effets d'une innovation sont transitoires ;
  - des fluctuations autour de la moyenne ;
  - des autocorrélations qui déclinent rapidement avec les décalages.

---

1. D'autres modèles d'évaluation auraient pu être retenus. Le choix de celui-ci se justifie par son utilisation très fréquente dans les études d'efficience et de coïntégration. On peut voir par exemple les études de Campbell et Shiller (1987) et Artus (1988).

- Un processus  $I(1)$  est caractérisé par :
  - une variance dépendante du temps qui tend avec lui vers l'infini ;
  - des autocorrélations proches de 1 même pour des décalages élevés ;
  - une probabilité quasiment nulle que le processus retrouve une valeur passée.

La méthode la plus développée pour déterminer l'ordre d'intégration d'une série est fondée sur le test de racine unitaire présenté par Dickey et Fuller (1981) : celui-ci a essentiellement pour objet d'évaluer la stationnarité de la série étudiée. Il consiste à tester l'inégalité  $|\Gamma| < 1$  dans la régression suivante :

$$X_t = \alpha + \beta_t + \Gamma \cdot X_{t-1} + \varepsilon_t \quad (1)$$

L'hypothèse de racine unitaire ou de marche au hasard suppose  $\Gamma = 1$ . Dans la pratique, Dickey et Fuller introduisent une formulation sensiblement différente de (1) qui consiste à tester l'hypothèse nulle  $H_0 : \delta = 0$  (non stationnarité) versus  $H_1 : \delta < 0$  (stationnarité) dans l'équation (2) :

$$dX_t = \alpha + \beta \cdot t + \delta \cdot X_{t-1} + \sum_{i=1}^p \theta_i \cdot dX_{t-1} + \varepsilon_t \quad (2)$$

On constate que pour un processus  $AR(1)$ ,  $X_t = \Gamma \cdot X_{t-1} + u_t$  ( $u_t$  représentant un bruit blanc), l'hypothèse  $\Gamma = 1$  correspond à l'existence d'une racine unitaire qui se traduit par la nullité de  $\delta$  dans l'équation (2). La formulation moins restrictive de l'équation (2) correspond au test ADF (Augmented Dickey Fuller) et permet d'intégrer l'hypothèse que  $X_t$  suit un processus  $AR(p)$  et non plus seulement  $AR(1)$ . Dickey et Fuller utilisent des distributions de Monte-Carlo pour obtenir la distribution du  $t$  de  $\Gamma$  et  $\delta$ . La recherche de l'ordre d'intégration constitue la première étape statistique dans l'analyse de la coïntégration. Après cette présentation, la notion de coïntégration et ses apports dans l'étude de l'efficience peuvent être développées.

## 1.2. Séries temporelles et coïntégration

Soit  $X_t$  et  $Y_t$ , deux séries temporelles de processus  $I(1)$ . On admet généralement que toute combinaison linéaire de ces deux séries est également un processus  $I(1)$ . Cependant, s'il existe une constante  $A$  telle que :

$$Z_t = X_t - AY_t \quad (1)$$

soit un processus  $I(0)$ , alors  $X_t$  et  $Y_t$  sont dits coïntégrés ( $A$  est appelée paramètre de coïntégration et (1) équation de coïntégration). Selon Granger, «  $Z_t$  ayant des propriétés temporelles très différentes des deux autres variables  $X_t$  et  $Y_t$ , celles-ci doivent

être liées par une relation bien particulière »<sup>1</sup>. Ainsi, deux variables ( $X_t$  et  $Y_t$ ) sont coïntégrées si elles sont toutes deux non-stationnaires mais qu'il existe une combinaison linéaire des deux variables qui se révèle stationnaire (i.e.  $I(0)$ ).

Plus généralement, soit  $U_t$  un vecteur composé de  $N$  séries temporelles ; on convient de dire que  $U_t$  est coïntégré d'ordre  $(d,b)$ , noté  $U_t \text{ CI}(d,b)$  si :

- toutes les composantes de  $U_t$  sont intégrées d'ordre  $d$ ,
- il existe un vecteur  $\alpha$  tel que  $\alpha U_t$  est intégré d'ordre  $(d,b)$ , avec  $b > 0$ . Si  $b = d$  (cas limite), le processus  $\alpha U_t$  est stationnaire.

La relation  $X_t = A Y_t$  peut être considérée comme une relation de long-terme ou d'équilibre et  $Z_t$  (appelé erreur d'équilibre) mesure ainsi le déséquilibre du système défini par  $X_t$  et  $Y_t$ . D'après Granger, ce terme n'implique aucune supposition sur le comportement des agents économiques mais vise simplement à décrire la tendance d'un système économique.

Par le théorème de représentation, Granger (1986) démontre que deux variables coïntégrées ( $CI(1,1)$ ) peuvent s'exprimer sous la forme d'un modèle à correction d'erreur (E.C.M.) du type Sargan (1964) ou Salmon (1982) :

$$X_t - X_{t-1} = a_1 Z_{t-1} + b(Y_{t-1} - Y_{t-2}) + \varepsilon_t$$

$$Y_t - Y_{t-1} = a_2 Z_{t-1} + b(X_{t-1} - X_{t-2}) + \varepsilon_t$$

où  $\varepsilon_t$  est un terme d'erreur stationnaire et  $|a_1| + |a_2| < 0$ .

Il faut noter que la réciproque est vraie : des variables représentées par ce modèle ECM sont coïntégrées. Selon Granger, le terme « correction d'erreur » semble quelque peu optimiste : le modèle ECM intègre simplement l'erreur d'équilibre précédente,  $Z_{t-1}$ , pour déterminer le sens de l'amplitude de variation  $X_t$  et  $Y_t$ . Dès lors, la série  $Z_t$  n'est pas quantitativement décroissante, mais seulement stationnaire.

Les conséquences de ce théorème sont essentielles dans l'étude de l'efficience et suggèrent trois remarques :

- Si  $X_t$  et  $Y_t$  sont des processus  $I(1)$  et coïntégrés  $CI(1,1)$ , une des séries permet de prévoir partiellement la seconde (la réciproque simultanée peut exister) : ainsi, il existe au moins une relation de causalité au sens de Granger (Granger causality) entre les deux variables.
- Les prix de deux actifs différents sur deux marchés efficients ne peuvent pas être coïntégrés. En effet, on admet généralement que le prix d'un actif sur un marché informationnellement efficient intègre toute l'information disponible ; le prix de  $X$  à l'instant  $t - 1$  ne doit donc pas permettre de prévoir les variations futures de  $Y$  (et en particulier la valeur de  $Y_t$ ) supposées imprévisibles. L'effi-

---

1. GRANGER C.W.J. (1986) propose d'illustrer ce propos par une analogie plus explicite : si les deux séries présentent chacune une composante saisonnière remarquable, toute combinaison linéaire possède une saisonnalité ; cependant si les saisonnalités sont de même forme, il peut exister une combinaison linéaire dépourvue de toute composante saisonnière.

science s'avère dans ce cas incompatible avec le concept de coïntégration. A contrario, selon Granger, Hakkio et Rush (1989) ou Schroeder et Goodwin (1991), si  $X_t$  et  $Y_t$  représentent le même actif (respectivement cash et future) et sont coïntégrés, les deux marchés supports s'avèrent efficients (Lai et Lai, 1991 ; Chowdhury, 1991).

Finalement, si les séries de deux marchés ne sont pas coïntégrées ( $CI(1,1)$ ), soit elles représentent des actifs différents (café et cacao par exemple) et auquel cas leurs marchés sont efficients, soit l'actif sous-jacent est identique pour les deux séries (indice CAC 40 et contrat à terme sur CAC 40) et l'un des deux marchés au moins se révèle inefficent.

- L'étude des relations entre les cours et les dividendes est plus délicate. Selon Diba et Grossman (1988) ou Campbell et Shiller (1987), la non-stationnarité du *spread* entre les cours et les dividendes permet de déceler l'existence de traces d'inefficience persistante sur le long terme. L'absence de coïntégration entre cours et dividendes semble ainsi acceptable pour tester l'efficience. En revanche, la réciproque est fautive : la coïntégration entre les cours et les dividendes ne permet aucune conclusion fiable sur l'efficience présumée des marchés. En effet, dans un contexte d'efficience, cours et dividendes doivent constituer une relation stationnaire selon le sens de la causalité entre les deux variables (*Granger Causality*), cette coïntégration peut impliquer une prévision possible des cours à partir des dividendes et du *spread* passé, incompatible avec l'efficience. Ainsi lorsque le *spread* est stationnaire et que les dividendes « causent au sens de Granger » le *spread*, l'interprétation des tests de coïntégration devient alors pour le moins ambiguë et des réserves doivent être formulées à l'égard de cette méthode. Cependant, selon Campbell et Shiller (1987), le sens de causalité obtenu entre les deux variables permet généralement de prévoir les dividendes à partir du *spread* et non les cours : le *spread* « cause au sens de Granger » les dividendes. Dans ce cas, la cohérence du test de coïntégration avec le concept d'efficience semble assurée.

Par le développement récent de ces résultats théoriques, les tests d'efficience semblent donc pouvoir bénéficier d'une approche nouvelle, rigoureuse et originale, en mesure d'atténuer l'imprécision des résultats habituels.

## 2. Applications de la coïntégration au marché des actions

Deux analyses de l'efficience par le concept de coïntégration sont menées successivement. En premier lieu, nous étudions le lien entre la variabilité des prix et l'efficience. Dans un marché efficace, il est généralement admis que le prix d'un actif provient de sa valeur fondamentale. Dès lors, l'existence de certaines relations doit être vérifiée entre le cours et la valeur actualisée des revenus futurs anticipés. Cette analyse consiste à réexaminer à la lumière d'outils économétriques récents la présence de traces d'inefficience et de bulles spéculatives sur le marché des actions. En second lieu, l'étude de l'efficience est menée à travers une analyse de segmentation

des marchés comptant et à terme : à cet effet, une analyse des relations entre les prix d'un actif (le CAC 40) sur différents marchés (comptant et à terme) est réalisée sur des données journalières de plus de 4 années pour détecter de possibles cloisonnements.

### 2.1. Analyse et tests de la relation prix d'actif-valeur fondamentale

Selon le principe accepté par de nombreux auteurs<sup>1</sup>, le cours d'une action provient du modèle d'actualisation des dividendes. On a donc la relation :

$$P_t = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{E_t(D_{t+i})}{(1+r)^i}$$

avec :

- $P_t$  : le prix de l'action à l'instant  $t$ ,
- $E_t(D_{t+i})$  : l'espérance en  $t$  des dividendes versés en  $t+i$ ,
- $r$  : le taux d'actualisation.

Selon Campbell et Shiller (1987), si  $P_t$  et  $D_t$  sont générés par des processus  $I(1)$ , i.e. non-stationnarité des niveaux mais stationnarité des différences premières,  $Z_t$ , combinaison linéaire de  $P_t$  et  $D_t$ , doit être stationnaire. Ainsi, la validité du modèle implique la coïntégration de  $P_t$  et  $D_t$ . L'équation de coïntégration s'écrit alors<sup>2</sup> :

$$P_t = A + B \cdot D_t + \varepsilon_t$$

Après avoir déterminé l'ordre d'intégration des séries étudiées, la seconde étape du test de coïntégration consiste à vérifier si  $\varepsilon_t$  est un processus  $I(0)$ .

Cette série de tests est réalisée sur les valeurs du CAC 40. Cependant, travaillant avec des données annuelles (périodicité imposée par la fréquence de distribution des dividendes) et souhaitant constituer un échantillon de taille suffisante, de nombreuses actions du CAC 40 n'ont pu être intégrées par manque d'historique (fusion, nationalisation, dissolution). Ainsi, seule une douzaine de titres du CAC 40 présente des données facilement exploitables depuis 1969<sup>3</sup>. Chaque année, le cours  $P_t$  est constaté au 31/12/ $t$  puis corrigé selon les opérations effectuées (split, division du cours, etc.). Le dividende, associé à ce cours et relevé en  $t$ , correspond à celui de l'année  $t-1$ ,

1. On peut consulter entre autres :

LE ROY S. et PORTER R. (1981).  
SHILLER R. (1979).  
SHILLER R. (1981).  
SUMMERS L. (1986).

2. Il faut noter que deux méthodes permettent de déterminer  $B (= 1/r)$ . La première, que nous utilisons, (nommée régression de coïntégration par Engle et Granger) consiste simplement à régresser  $P_t$  sur  $D_t$ . La seconde est une régression de  $D(P_t)$  ou  $D(D_t)$ , les différences premières, sur les variations passées de  $P_t$  et  $D_t$ .

3. Arjomari, Bouygues, BSN, Carrefour, Casino, Cie Bancaire, Club Med, Crédit Commercial, Crédit Foncier, Hachette, Michelin, Perrier, Peugeot.



## LES APPORTS DE LA COÏNTEGRATION AUX TESTS D'EFFICIENCE

versé en  $t$ . En effet, comme le souligne Campbell et Shiller, la stricte application de la méthode exigerait que l'on associe  $D_t$  (dividende distribué au titre de l'année  $t$ , connu en  $t + 1$ ) à  $P_t$ . Cependant, cette démarche conduit à utiliser une information ex-post pour déterminer le rendement de l'actif sous-jacent.

Les cours de ces actions permettent alors de reconstruire un indice à partir de la structure du CAC 40. Une vingtaine de titres de l'indice étant ignorée, le poids des actions qui demeurent doit être réévalué pour tenir compte de cette recombinaison. Le tableau 1 présente le poids des titres retenus.

*Tableau 1. Poids initiaux et corrigés des actions retenues dans l'indice synthétique*

	Poids initial dans le CAC 40	Valeur dans le CAC 40	Poids dans l'indice synthétique
Arjomari	0,62 %	2 356	3,15 %
Cie Bancaire	1,31 %	4 978	6,66 %
Bouygues	0,97 %	3 686	4,93 %
BSN	5,47 %	20 786	27,81 %
Carrefour	2,68 %	10 184	13,62 %
Casino	0,53 %	2 014	2,69 %
Club Med	0,53 %	2 014	2,69 %
Crédit Foncier	1,24 %	4 712	6,30 %
Hachette	0,41 %	1 558	2,08 %
Michelin	1,21 %	4 598	6,15 %
Peugeot	3,29 %	12 502	16,73 %
Perrier	1,41 %	5 358	7,17 %

Ces résultats permettent de déterminer la valeur de l'indice synthétique et des dividendes versés de 1969 à 1992. Comme Campbell et Shiller (1987), nous intégrons la possibilité que les séries observées suivent une marche au hasard géométrique. Les tests portent donc également sur les logarithmes. Par ailleurs, l'étendue de la période d'observation justifie une différenciation entre valeurs nominales et réelles (l'indice des prix de l'INSEE est utilisé pour corriger les séries brutes). Finalement, on dispose de quatre séries d'observations : un indice boursier et des dividendes, chacun d'eux étant étudié en valeur brute, logarithmique, réelle et nominale. Les tests de racine unitaire sur ces deux séries permettent tout d'abord d'identifier l'ordre d'intégration.

Cette analyse est conduite avec, puis sans prise en compte d'un trend linéaire comme variable explicative. Cette dichotomie ne s'explique pas par l'éventuelle pertinence d'une telle composante mais par le fait que les lois de la statistique  $t$  dépendent de la valeur inconnue de la constante des régressions. Evans et Savin (1984) ont montré que cette dépendance pouvait être brisée si l'on intégrait ce trend dans la série des variables explicatives. Ainsi, selon Schwert (1987) « dans les applications empiriques, où la connaissance de la valeur de la constante est impossible, l'intégration d'un trend sur le temps est une décision prudente pour la réalisation des tests de racine unitaire ».

Les résultats sont résumés dans le tableau 2 ci-après<sup>1</sup> :

Les résultats montrent clairement la non stationnarité des niveaux pour les deux

Tableau 2. Détermination de l'ordre d'intégration des séries et de dividendes  
- Test Augmented Dickey Fuller

<b>Valeur des statistiques <math>t</math> de <math>\delta</math> dans l'équation :</b>				
$D(X_t) = \alpha + \beta \cdot t + \delta \cdot X_{t-1} + \sum_{i=1}^{i=4} \tau \cdot D(X_{t-i})$				
	Valeur réelle		Valeur nominale	
	<i>Log.</i>	<i>Brute</i>	<i>Log.</i>	<i>Brute</i>
Div.	- 2,2	- 0,1	- 2,21	- 1,01
D (div.)	- 3,82	- 6,79	- 3,81	- 4,91
Ind.	- 1,88	- 0,87	- 1,67	- 1,13
D (ind.)	- 5,29	- 5,09	- 5,24	- 5,31

- Au seuil de 5 %, la valeur critique de  $t$  est - 3,79 (Valeur de McKinnon).  
- D (div.) et D (ind.) représentent respectivement les différences premières des séries de dividendes et d'indices.

variables (dividendes et indice). Si l'hypothèse d'une marche au hasard arithmétique semble plus forte sur notre échantillon, on remarque que le profil des résultats est identique pour les séries nominales et réelles.

En revanche, les valeurs de  $t$  imposent un rejet de l'hypothèse de racine unitaire pour les séries différenciées : celles-ci suivent sans ambiguïté un processus stationnaire. Aux vues de nos résultats, on conclue donc à la non-stationnarité des niveaux et à la stationnarité des différences premières : les séries de dividendes et d'indices apparaissent donc comme générées par des processus  $I(1)$ .

1. Seuls les résultats des régressions avec trend sont présentés. Les régressions « sans intégration d'un trend » fournissent des résultats identiques.

## LES APPORTS DE LA COÏNTEGRATION AUX TESTS D'EFFICIENCE

Il est alors possible de tester l'hypothèse de cointégration d'ordre (1,1) i.e.  $(P_t, D_t) \approx CI(1, 1)$ . On vérifie donc si dans l'équation :

$$P_t = A + B \cdot D_t + \varepsilon_t$$

le résidu  $\varepsilon_t$  est stationnaire. On peut réitérer les tests de Dickey-Fuller (Augmented Dickey Fuller) réalisés précédemment. La série considérée ( $\varepsilon_t$ ) représentant la résultante de l'estimation de l'équation de cointégration, Engle et Granger conseillent une modification des valeurs critiques de Dickey-Fuller : celles de Engle et Granger (1987) ou de Engle et Yoo (1987) semblent préférables. Les résultats des tests figurent dans le tableau 3 ci-après :

**Tableau 3. Résultats des tests de cointégration des séries d'indices et de dividendes**  
- Test de stationnarité du résidu de l'équation de cointégration

<b>Valeur des statistiques <math>t</math> de <math>\delta</math> dans l'équation :</b>				
$D(\varepsilon_t) = \alpha + \delta \cdot \varepsilon_{t-1} + \sum_{i=1}^{t-p} \tau \cdot D(\varepsilon_{t-i})$				
	Valeur réelle		Valeur nominale	
	Log.	Brute	Log.	Brute
$p = 0$	- 2,00	- 3,41	- 2,03	- 2,86
$p = 1$	- 1,51	- 1,76	- 1,53	- 1,51
$p = 2$	- 1,03	- 1,24	- 1,06	- 1,13
$p = 3$	- 1,86	- 3,66	- 1,87	- 2,01
$p = 4$	- 1,90	- 2,38	- 1,91	- 2,05

- Au seuil de 5 %, la valeur critique de  $t$  est - 3,71 (Valeur de McKinnon) : l'hypothèse de stationnarité de  $\varepsilon_t$  (i.e cointégration de  $P_t$  et  $D_t$ ) est acceptée si  $t$  est supérieur à - 3,71.

Quel que soit le décalage  $p$  retenu dans l'équation, les valeurs de  $t$  suggèrent l'existence d'une racine unitaire : l'hypothèse de non-stationnarité de  $\varepsilon_t$  doit dès lors être acceptée. Ces résultats nous permettent de rejeter (pour notre échantillon) l'hypothèse de cointégration des séries d'indices et de dividendes. Ceci indique des déviations significatives entre les deux variables (un *spread* non-stationnaire) incompatibles avec les hypothèses initiales induites par le modèle de représentation des cours. Si les conséquences pour juger de l'efficacité dépendent de la validité attribuée au modèle sous-jacent, le principe d'actualisation des dividendes pour déterminer le prix d'un actif semble accepté par de nombreux auteurs<sup>1</sup>. Il est donc raisonnable

1. P. PARTUS (1988) dans un article de référence sur l'efficacité et le cloisonnement des marchés financiers en France, fonde son analyse sur la validité du modèle d'actualisation des dividendes. La validité de ce modèle est également présupposée dans Shiller (1979 et 1981), Leroy et Porter (1981) et Singleton (1986).

d'admettre non seulement le résultat direct de ce test (absence de coïntégration entre les cours et les dividendes) mais également son corollaire i.e. l'existence et la persistance de traces d'inefficience significatives sur la période 1969-1992.

La jeunesse de cette approche rend difficile toute comparaison avec d'autres tests empiriques. Nous ne connaissons pas en effet d'autres tests d'efficience du marché des actions par la coïntégration sur des données annuelles. Seul Fontaine<sup>1</sup>, dans une étude sur la prévision des marchés (données mensuelles), conclut par des tests de coïntégration, à l'impossibilité de recourir aux dividendes et aux cours passés pour anticiper les cours futurs en France. Enfin, notre étude aboutit à des conclusions similaires à celles de P. Artus (1988), construites à partir d'hypothèses identiques (modèle d'actualisation des dividendes) mais fondées sur des tests différents qui ne recourent pas au concept de coïntégration. En revanche, Campbell et Shiller (1987) conclut à la coïntégration des cours et des dividendes avec une relation de causalité qui permet de prévoir les dividendes à partir des cours et des dividendes passés. Par une méthode économétrique récente et puissante, la présence de bulles spéculatives constatée dans notre étude semble confirmer les résultats d'analyses précédentes.

## 2.2. Test de la relation prix spot-prix à terme

La stationnarité du *spread* entre cours et dividendes permet d'analyser la nature du lien entre variabilité des prix et efficience. Cette dernière notion recouvre cependant d'autres aspects complémentaires dont la détermination doit permettre une meilleure compréhension des irrégularités du marché. A cet effet, le développement de compartiments sophistiqués (marché à terme, options) possède théoriquement certaines vertus : celle qui nous intéresse plus particulièrement concerne l'information véhiculée par les marchés à terme. Si les prix de ces produits permettent d'informer certains intervenants (les moins « initiés ») à un coût accessible, la qualité des anticipations et l'efficience du marché doivent en principe s'en trouver améliorées<sup>2</sup>. Dans cette démarche notre propos consiste à tester l'efficience par l'absence de cloisonnement en marché spot et à terme en recourant à une méthode non encore utilisée, à notre connaissance, pour ce type de tests sur le marché français<sup>3</sup>.

La littérature académique considère comme hypothèse de base que  $F_{t-1}$  constitue, en moyenne, un prédicteur non biaisé de  $S_t$ . Dès lors, selon les principes théoriques

1. FONTAINE P. (1990). Sans aborder directement l'étude de l'efficience, l'auteur constate l'absence de coïntégration entre l'indice retenu (indice de Morgan Stanley Capital International) et les dividendes convertis en séries mensuelles (générant ainsi des courbes à seuil).

2. La littérature est particulièrement abondante sur ce sujet : on peut consulter entre autres :  
 ARTUS P. (1988).  
 BRENNAN P. et ULVELING E. (1984).  
 TURNOVSKY S. (1979).  
 FIGLEWSKY S. (1981).

3. Des études américaines récentes utilisent cette démarche dans les tests d'efficience des marchés de matières premières : on peut consulter :  
 SCHROEDER T.C. et GOODWIN B.K. (1991).  
 LAI K.S. et LAI M. (1991) ; CROWDER W.J. et HAMED A. (1993).  
 CHOWDHURY A.R. (1991) ; KREHBIEL T. et ADKINS L.C. (1993).

## LES APPORTS DE LA COÏNTEGRATION AUX TESTS D'EFFICIENCE

énoncés précédemment, l'absence de coïntégration entre prix au comptant et prix à terme implique de possibles déviations entre les deux variables, d'amplitude non limitée, incompatibles avec l'hypothèse d'efficience car révélatrices de cloisement ou de « segmentation » (Artus, 1988) entre marché au comptant et à terme.

La coïntégration de  $P_t$  (spot) et  $F_t$  (future) s'avère ainsi une condition nécessaire dont l'existence doit être testée. L'échantillon retenu à cet effet est constitué des cours journaliers du CAC 40 et du contrat à terme correspondant, de novembre 1988 (date de création du contrat à terme sur CAC 40) à décembre 1992 (plus de 1 050 cours). Le test de coïntégration comporte les deux étapes habituelles : la recherche de l'ordre d'intégration des séries puis le test de l'hypothèse de coïntégration d'ordre (1,1) :

$$(S_t, F_t) \approx CI(1, 1)$$

Les résultats de ces différentes étapes figurent dans les tableaux 4 et 5.

**Tableau 4.** Tests d'existence d'une racine unitaire – Détermination de l'ordre d'intégration des séries journalières du CAC 40 (prix spot et future) : novembre 1988-décembre 1992.  
Tests Augmented Dickey Fuller

<b>Valeur des statistiques <math>t</math> de <math>\delta</math> dans l'équation :</b>					
		$D(X_t) = \alpha + \beta \cdot t + \delta \cdot X_{t-1} + \sum_{i=1}^{i=p} \tau \cdot D(X_{t-i})$			
		<i>S</i>	<i>D (S)</i>	<i>F</i>	<i>D (F)</i>
$p = 0$	<i>Brute</i>	- 2,22	- 27,78	- 2,32	- 27,55
	<i>Log.</i>	- 2,30	- 27,14	- 2,44	- 27,72
$p = 1$	<i>Brute</i>	- 2,22	- 18,75	- 2,31	- 19,65
	<i>Log.</i>	- 2,31	- 18,84	- 2,41	- 19,92
$p = 2$	<i>Brute</i>	- 2,30	- 16,11	- 2,28	- 15,75
	<i>Log.</i>	- 2,39	- 16,22	- 2,37	- 15,83
$p = 3$	<i>Brute</i>	- 2,23	- 13,46	- 2,30	- 13,41
	<i>Log.</i>	- 2,32	- 13,70	- 2,40	- 13,60
$p = 4$	<i>Brute</i>	- 2,33	- 12,69	- 2,35	- 13,07
	<i>Log.</i>	- 2,40	- 12,92	- 2,43	- 13,31
<p>– Au seuil de 5 %, la valeur critique de <math>t</math> est - 3,41 (Valeur de McKinnon).                      – <math>D(S)</math> et <math>D(F)</math> représentent respectivement les différences premières des séries de prix spot et future de l'indice CAC 40.</p>					

## LES APPORTS DE LA COÏNTEGRATION AUX TESTS D'EFFICIENCE

Les résultats de ce test sont sans surprise pour la série des prix spot. Ils correspondent aux conclusions des tests précédents. Seule la taille de l'échantillon diffère : les premières cotations du contrat à terme sur le CAC 40 ont débuté le 9 novembre 1988. Les mois de juillet, août, septembre et octobre 1988 sont donc supprimés. Sans ambiguïté, les résultats montrent la non-stationnarité des niveaux pour les deux variables considérées (prix spot et future), quel que soit le type de série (données brutes ou logarithmiques) et le décalage adopté dans la régression. L'hypothèse d'une racine unitaire ne peut être rejetée.

Les résultats du test sur les différences premières ( $D(S)$  et  $D(F)$ ) s'avèrent également très nets. Les valeurs du  $t$  de  $\delta$  imposent un rejet uniforme de l'hypothèse de racine unitaire. Le processus suivi par les séries différenciées est stationnaire. La non-stationnarité des niveaux et à la stationnarité des différences premières semblent ainsi établies : les séries de prix spot et future semblent générées par des processus  $I(1)$ .

Les conclusions précédentes nous permettent de tester l'hypothèse de coïntégration d'ordre (1,1) :

$$H_1 : (S_t, F_t) \approx CI(1, 1)$$

Dans ce cas, le résidu  $\varepsilon_t$  de l'équation  $S_t = A + B \cdot F_t + \varepsilon_t$  doit être stationnaire. Si l'hypothèse nulle  $H_0$  est acceptée,  $\varepsilon_t$  suit une marche au hasard :  $S_t$  et  $F_t$  peuvent alors diverger sans limites, en contradiction totale avec les fondements de l'efficience.

Les résultats des tests de coïntégration figurent dans le tableau 5 ci-après :

*Tableau 5. Résultats des tests de coïntégration des séries d'indice et de dividendes  
– Tests de stationnarité du résidu de l'équation de coïntégration*

<b>Valeur des statistiques <math>t</math> de <math>\delta</math> dans l'équation :</b>					
$D(\varepsilon_t) = \alpha + \delta \cdot \varepsilon_{t-1} + \sum_{i=1}^{i=p} \tau \cdot D(\varepsilon_{t-i})$					
<b>Coïntégration</b>	$p = 0$	$p = 1$	$p = 2$	$p = 3$	$p = 4$
<b>S – F</b>	– 22,99	– 15,21	– 12,31	– 10,66	– 10,37
<b>Log (S) – Log (F)</b>	– 23,04	– 15,09	– 12,52	– 11,00	– 10,70
Au seuil de 5 %, la valeur critique de $t$ est – 3,34 (Valeur de McKinnon) : l'hypothèse de non-stationnarité de $\varepsilon_t$ (i.e. absence de $S_t$ et $F_t$ ) est acceptée si $t$ est supérieur à – 3,44.					

Les valeurs élevées du  $t$  de  $\delta$  obtenues dans l'analyse des résidus permettent d'affirmer que l'équation testée ne présente aucune racine unitaire pour le polynôme de retard. Le *spread* entre les deux variables s'avère donc stationnarité : il n'y a aucune déviation importante et persistante entre les prix spot et à terme du CAC 40

depuis sa création. Les écarts ne peuvent être que transitoires. Ce résultat s'avère totalement conforme à la théorie de l'efficience. On peut noter que les relations d'arbitrage ne garantissent pas toujours la cointégration entre la série spot et à terme : de nombreuses études américaines (Chowdhury, 1991 ; Lai et Lai, 1991 ; Bessler et Covey, 1991) montrent ainsi la **non-stationnarité du spread prix spot-prix à terme**. Selon le théorème de représentation de Granger, le *spread* en  $t - 1$  et les variations retardées du cours à terme sont susceptibles d'améliorer significativement les prévisions de  $S_t$ . Ces résultats permettent en effet de construire une représentation VAR (*Vector Autoregression*) du couple formé par  $D(S_t)$  et  $D(\varepsilon_t)$ . Cette représentation VAR peut s'écrire :

$$\begin{bmatrix} \Delta S_t \\ \Delta \varepsilon_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a(L) & b(L) \\ c(L) & d(L) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta S_{t-1} \\ \Delta \varepsilon_{t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mu_{1t} \\ \mu_{2t} \end{bmatrix}$$

où  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$  sont des polynômes,  $L$  l'opérateur de retard,  $C_1$  et  $C_2$  des constantes et  $\mu_t$  des chocs aléatoires. La qualité des prévisions des cours spot fondées sur la cointégration des variables  $S$  et  $F$  (cours spot et à terme) et de la représentation VAR peut constituer un prolongement cette étude.

L'unicité de ces résultats, l'impossibilité de les soumettre à comparaison par l'absence d'études similaires (en particulier de même périodicité) sur le marché français imposent une relative prudence dans les conclusions. Néanmoins, la cointégration entre  $S_t$  et  $F_t$  suggère que l'efficience de ces deux marchés représentatifs du même actif. Plus précisément, aucun cloisonnement, aucune déconnexion de ces deux prix susceptibles de générer des distorsions dans leurs structures ne peuvent être relevés. Le concept d'efficience montre ainsi une capacité satisfaisante à représenter les relations inter-marchés du CAC 40.

## Conclusion

La non-stationnarité constatée sur la plupart des séries économiques étudiées rend délicate l'exploitation des résultats de la statistique inférencielle. L'application des relations de cointégration aux tests d'efficience permet l'analyse empirique de modèles financiers dont les variables sont générées par des processus  $I(1)$ . Nous avons appliqué cette nouvelle approche économique sur deux modèles financiers. Les résultats obtenus à partir du modèle d'actualisation des dividendes sont nets. A moins de remettre en cause sa validité pour conceptualiser la notion d'efficience (hypothèse rejetée par P. Artus, 1988), sa violation est générale : le marché des actions semble ainsi trop volatil depuis 1969 pour que la formulation actuelle de l'hypothèse d'efficience soit vérifiée. En revanche, la réitération de cette démarche sur la nature des liens entre marché au comptant et marché à terme indique l'absence de toute trace d'inefficience. Bien qu'aucune segmentation ne soit démasquée sur le marché des actions par l'étude de l'efficacité, l'analyse de la variabilité révèle des dysfonctionnements incompatibles avec le concept d'efficience habituellement accepté. Ces

conclusions confirment les résultats des quelques études réalisées sur le marché français pour des périodicités différentes (Fontaine, 1990). Elles soulignent également une relative divergence avec les marchés américains (Campbell et Shiller, 1987, 1988). Finalement, l'angle choisi pour analyser le fonctionnement des marchés financiers semble conditionner les résultats. Si l'on admet la robustesse de la coïntégration, contestée par certains auteurs, on peut alors s'interroger sur l'actuel intérêt du concept testé. En effet, si l'efficience constatée d'un marché (coïntégration des prix spot et à terme) peut s'accompagner d'une (trop) forte variabilité des prix, la validité du concept, ou plutôt de sa formulation, ne semble pas assurée. Illustrée par l'ensemble des résultats précédents, la pensée de S. Meyer (1988) qui déclarait que « la théorie de l'efficience sous sa forme la plus simple doit être aujourd'hui tenue pour morte » suggère peut-être la recherche d'une formulation plus pertinente pour un concept si riche.



RÉFÉRENCES CITÉES

- ARTUS P. (1988) "Efficiency and cloisonnement du marché des changes et des marchés financiers en France 1970-1986", *Cahiers Économiques et Monétaires*, n° 31, 49-116.
- BESSLER D. A. et COVEY T. (1991) "Cointegration : some Results on U.S. Cattle Prices", *Future Markets*, n° 4, 461-474.
- BOURGUINAT H. et ARTUS P. (1989) *Théorie économique et crise des marchés financiers*, Économica.
- BOX G.E.P. et JENKINS C.M. (1970) *Time Series Analysis Forecasting and Control*, San Francisco, Holden Day.
- BRENNAN P. et ULVELING E. (1984) "Considering an Informational Role for a Future Market", *Review of Economic Studies*, 33-52.
- CAMPBELL J.Y. et SHILLER R.J. (1987) "Cointegration and Tests of Present Value Models", *J. Political Economy*, n° 5, 1063-1088.
- CHOWDHURY A.R. (1991) "Futures Market Efficiency : Evidence from Cointegration Tests", *J. Future Markets*, n° 5, 577-589.
- CROWDER W.J. et HAMED A. (1993) "A Cointegration Test for Oil Futures Market Efficiency", *J. Future Markets*, n° 5, 933-943.
- DIBA B.T. GROSSMAN H.I. (1988) "Rational Inflationary Bubbles", *J. Monetary Economics*, 35-64.
- DICKEY D. et FULLER W. (1981) "Likelihood Ratio Statistics for Autoregressive Time Series with a Unit Root", *Econometrica*, 1057-1072.
- DOLADO J.J., JENKINSON T. et SOSVILLA-RIVERO S. (1990) "Cointegration and Unit Roots", *J. Economic Surveys*, n° 3, 249-273.
- ENGLE et GRANGER C.W.J. (1987) "Cointegration and Error Correction : Representation, Estimation and Testing", *Econometrica*, 251-276.
- ENGLER F. et YOO B.S. (1987) "Forecasting and Testing in a Co-integrated Systems", *Econometrics*, 143-159.
- EVANS G.B. et SAVIN N.E. (1984) "Testing for Unit Roots : 2", *Econometrica*, 1241-1269.
- FIGLEWSKY S. (1981) "Futures Trading and Volatility in the GNMA Markets", *J. Finance*, 445-456.
- FONTAINE P. (1990) "Peut-on prédire l'évolution des marchés d'actions à partir des cours et des dividendes passés ?", *J. de la Société de Statistique de Paris*, n° 1, 17-36.
- FORTENBERY T.R. et ZAPATA H.O. (1993) "An Examination of Cointegration Relations between Futures and Local Grain Markets", *J. Future Markets*, n° 8, 921-932.
- GHOSH A. (1993) "Cointegration and Error Correction Models : Intertemporal Causality between Index and Futures Prices", *J. Future Markets*, n° 2, 193-198.
- GRANGER C.W.J. et WEISS A.A. (1983) "Times Series Analysis of Error Correction Models", in Karlin-Amemiya-Goodman (eds), *Studies in Econometric Time Series and Multivariate Statistics*, New-York, Academic Press.
- GRANGER C.W.J. (1986) "Developments in the Study of Cointegrated Economic Variables", *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, n° 3, 213-228.
- GRANGER C.W.J. (1966) "The Typical Spectral Shape of an Economic Variable", *Econometrica*, 150-166.

- HAKKIO C.S. et RUSH M. (1989) "Market Efficiency and Cointegration : an Application to the Sterling and Deutschmark Exchange Markets", *J. International Money and Finance*, 75-88.
- KREHBIEL T. et ADKINS L.C. (1993) "Cointegration Tests of the Unbiased Expectations Hypothesis in Metals Markets", *J. Future Markets*, n° 7, 753-764.
- LAI K.S. et LAI M. (1991) "A Cointegration Test for Market Efficiency", *J. Future Markets*, n° 5, 567-575.
- LE ROY S. et PORTER R. (1981) "The Present Value Relation : Test Based on Implied Variance Bounds", *Econometrica*, 555-574.
- LIEN D. et LUO X. (1993) "Estimating Multiperiod Hedge Ratios in Cointegrated Markets", *J. Future Markets*, n° 8, 909-920.
- LO A. et MACKINLEY C. (1988) "Stock Market Prices Do Not Follow Random Walks : Evidence from a Simple Specification Test", *R. Financial Studies*, 41-66.
- MANDELBROT B. (1962) "Sur certains prix spéculatifs : faits empiriques et modèle basé sur les processus stables additifs non gaussiens de Paul Lévy", *Compte Rendus à l'Académie des Sciences*, 3968-3970.
- MYERS S.C. (1988) "Colloque de la London School of Economics", *Financial Times*, 5 avril.
- NELSON C.R. et PLOSER C.I. (1982) "Trends and Random Walk in Macro-Economic Time Series", *J. Monetary Economics*, 139-162.
- SALMON M. (1982) "Error Correction Mechanisms", *Economic Journal*, 615-629.
- SARGAN J.D. (1964) "Wages and Prices in the United Kingdom : a Study in Methodology", in *Econometric Analysis for National Economic Planning*, Hart-Mills-Whittaker Eds, Londres.
- SCHROEDER T.C. et GOODWIN B.K. (1991) "Price Discovery and Cointegration for Live Hogs", *J. Future Markets*, n° 6, 685-696.
- SCHWERT G.W. (1987) "Effects of Model Specification on Tests for Unit Roots Economic Data", *J. Monetary Economics*, 73-103.
- SHILLER R. (1979) "The Volatility of Long-term Interest Rates and Expectations Models of the Term Structure", *J. Political Economy*, 1190-1218.
- SUMMERS L. (1986) "Does the Stock Market Rationnaly Reflect Fundamental Values ?", *J. Finance*, 591-600.
- TURNOVSKY S. (1979) "Futures Markets, Private Storage and Price Stabilization", *J. Public Economics*, 301-327.
- WAHAB M. et LASHGARI M. (1993) "Price Dynamics and Error Correction in Stock Index and Stock Index Futures Markets : a Cointegration Approach", *J. Future Markets*, n° 7, 711-742.