

JOURNAL DE LA SOCIÉTÉ STATISTIQUE DE PARIS

D. WOLKOWITSCH

Ajustement d'une ligne polygonale

Journal de la société statistique de Paris, tome 89 (1948), p. 409-411

http://www.numdam.org/item?id=JSFS_1948__89__409_0

© Société de statistique de Paris, 1948, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Journal de la société statistique de Paris » (<http://publications-sfds.math.cnrs.fr/index.php/J-SFdS>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

Ajustement d'une ligne polygonale.

Le diagramme des points figuratifs est divisé en régions numérotées 1, 2, 3 ...n, séparées par des verticales A, B, C,...N. La verticale A sépare les régions 1 et 2, B les régions 2 et 3 etc...

Nous voulons déterminer une ligne polygonale dont les sommets se trouvent sur les verticales A, B..., dont les côtés seront désignés par D₁, D₂.... et telle que la somme des carrés des écarts verticaux soit minimum.

$$\Sigma_1 + \Sigma_2 + \dots = \text{minimum.}$$

Nous nous limiterons dans le présent travail à $n = 3$; le cas de trois régions conduisant au cas général par une généralisation simple.

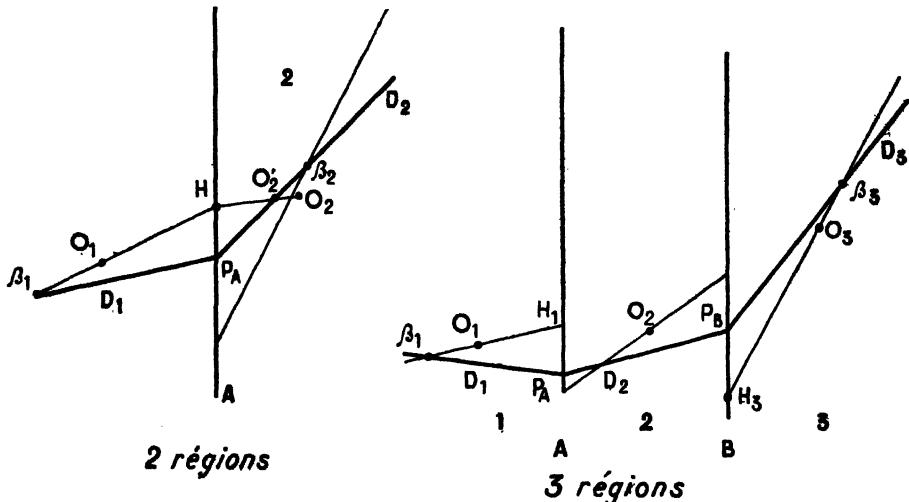
Soient e_1, e_2, e_3 les ellipses centrales d'inertie des systèmes S_1, S_2, S_3 des poids des expériences, considérés comme des masses ponctuelles appliquées aux points figuratifs correspondants, enfin O_1, O_2, O_3 les centres de gravité.

I. — *Région unique.* — La droite D_1 est le diamètre conjugué de la verticale dans l'ellipse e_1 ; nous écrirons, pour abréger, le d. c. v. dans e_1 .

La droite D_1 qui passe par un point P quelconque du plan et donne le minimum de la somme des carrés des écarts (de Σ_1), est le d. c. v. dans l'ellipse d'inertie relative au point P pour le système S_1 . Si nous appelons β_1 l'antipôle de la verticale du point P dans e_1 , la droite D'_1 n'est autre que $P\beta_1$.

II. — *Deux régions.* — Il s'agit de construire les deux côtés D_1 et D_2 qui se coupent sur A et rendent minimum la somme $\Sigma_1 + \Sigma_2$.

Le d. c. v. dans e_1 coupe la verticale A en un point H_1 . Partant du poids M_1



(somme des poids de la région 1), nous définissons un poids résultant μ_1 de gauche pour la verticale A , appliqué au point H_1 et dont la grandeur est $\mu_1 = M_1 \frac{\beta_1 O_1}{\beta_1 H_1}$. Il se trouve que la somme des carrés des écarts du système S_1 par rapport à une droite $\beta_1 P_A$ (P_A sommet de la ligne polygonale sur A) a pour expression

$$\Sigma_1 = \mu_1 (\overline{H_1 P_A}^2 + k^2)$$

k étant une constante quand P_A varie.

$\mu_1 \overline{H_1 P_A}^2$ est aussi bien le carré de l'écart du poids μ_1 , par rapport à D_2 qui passe par P_A , de sorte que D_2 qui rend minimum $\Sigma_2 + \mu_1 \overline{P_A H_1}^2$ sera le d.c.v. dans l'ellipse centrale du système $S'_2 = S_2 + \mu_1$.

D_2 connue nous donne P_A et D_1 s'en déduit puisque c'est la droite $P_A \beta_1$.

III. — *Trois régions.* — Utilisons la voie suivie au paragraphe II.

Nous définirons comme ci-dessus le poids résultant μ_1 à gauche pour la verticale A , et de la même façon le poids résultant μ_3 , à droite pour la verticale B ;

$\mu_3 = M_3 \frac{\beta_3 O_3}{\beta_3 H_3}$ (β_3 antipôle de B dans e_3) et nous pouvons dire immédiatement que *le côté D_2 est le d. c. v. dans l'ellipse centrale d'inertie du système $S_2 + \mu_1 + \mu_3$.*

D_2 détermine les sommets P_A et P_B , le côté D_1 est la droite $P_A \beta_1$, et le côté D_3 la droite $P_B \beta_3$.

IV. 2^e méthode. — Désignons par Θ'_2 l'ellipse centrale du système $S'_2 = S_2 + \mu_1$. O'_2 est le centre de gravité de ce système, β'_2 l'antipôle de B ; le d. c. v. dans Θ'_2 détermine sur B un point H'_2 .

Nous définissons un poids μ'_2 à gauche pour la verticale B analogue au poids μ_1 et dont le point d'application est H'_2 et la grandeur $(M_2 + \mu_1) \cdot \frac{\beta'_2 O'_2}{\beta'_2 H'_2} = \mu'_2$.

En répétant le raisonnement du paragraphe III, nous voyons que D_3 est le d. c. v. dans l'ellipse Θ'_3 du système $S'_3 = S_3 + \mu'_2$.

D_3 coupe B au point P_B ; le côté D_2 est la droite $P_B \beta'_2$; elle coupe A en P_A , le côté D_1 est la droite $P_A \beta_1$.

Remarque 1. — Pour le problème général nous aurions à cheminer de proche en proche en déterminant les points $\mu_1, \mu'_2, \mu'_3, \dots, \mu'_{n-1}$. Le dernier côté se trouvera déterminé et sa détermination entraîne celle des $n-1$ autres.

Remarque 2. — Il importe de souligner que les ellipses n'interviennent que pour concrétiser les relations géométriques entre certains éléments; en fait, leur construction est superflue. Il est seulement nécessaire de connaître leurs centres et les divers antipôles; ces points s'obtiennent au cours des calculs familiers à tous les statisticiens.

Octobre 1947.

D. WOLKOWITSCH.