JOURNAL
DE
MATHÉMATIQUES
PURES ET APPLIQUÉES
FONDÉ EN 1836 ET PUBLIÉ JUSQU'EN 1874
PAR JOSEPH LIOUVILLE

ANATOLE DE CALIGNY

Expériences diverses sur les ondes en mer et dans les canaux, etc., applications diverses à l'étude des travaux maritimes, etc

Journal de mathématiques pures et appliquées 2^e série, tome 11 (1866), p. 225-265.
<http://www.numdam.org/item?id=JMPA_1866_2_11__225_0>

Gallica NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme Gallica de la Bibliothèque nationale de France
http://gallica.bnf.fr/

et catalogué par Mathdoc dans le cadre du pôle associé BnF/Mathdoc
http://www.numdam.org/journals/JMPA

EXPÉRIENCES DIVERSES

SUR LES

ONDES EN MER ET DANS LES CANAUX, ETC.,

APPLICATIONS DIVERSES A L'ÉTUDE DES TRAVAUX MARITIMES, ETC.

PAR M. ANATOLE DE CALIGNY.

I.

Expériences relatives à la théorie de la houle en mer.

En 1858, j'ai communiqué à la Société Philomathique des expériences d'où il résulte que les déplacements à la surface et au fond de l'eau d'un canal (les observations étant faites avant et après le passage des ondes, dites courantes, produites par le mouvement alternatif vertical d'un corps de certaines dimensions) cessent, à une très-grande distance de l'origine, d'être assez sensibles pour qu'on soit sûr de leur réalité. En 1843, j'avais présenté un Mémoire, publié dans les *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, où j'expliquais comment le mouvement de va-et-vient qui a engendré des ondes courantes, n'ayant pas toujours été rigoureusement vertical, il en était résulté des ondes secondaires de l'espèce dite *solitaires* ou *de translation*, qui se mêlaient aux premières, dont elles faisaient quelquefois courber les sommets en volute. Il en résultait qu'il tombait de l'eau dans les creux, et qu'une partie de la force vive était employée en percussions. On conçoit que ces déversements peuvent finir par *purger* en quelque sorte les ondes courantes de ces ondes secondaires, de sorte que le système peut, en définitive, n'avoir qu'un mouvement de translation réelle extrêmement faible.

Il s'agit maintenant de tirer parti de ces faits pour se former une idée de la houle en mer, quand il n'y a plus de vent depuis un certain

temps. Je ferai remarquer d'abord que dans les circonstances où j'ai pu faire des observations sur les vagues, tant en mer que sur des fleuves ou de grandes pièces d'eau, il n'y a jamais de progression à la surface sans un mouvement de recul alternatif très-prononcé, même contre la direction du vent, du moins quand les vagues observées sont assez loin du rivage. Cela se conçoit facilement, puisque les exhaussements occasionnés par le vent ne se font, en définitive, qu'au moyen de l'eau enlevée aux creux.

On admet généralement, je crois, d'après La Coudraye, que la force du vent est ordinairement peu de chose par rapport au poids des flots. Si l'on supposait que ceux-ci fussent encore d'une petite hauteur, telle, en un mot, qu'à l'époque considérée le transport horizontal réel qui peut être occasionné par le vent ne fût pas bien grand, et que ces flots ne pussent augmenter de hauteur qu'en vertu de la même force, la composante horizontale de cette dernière tendrait à engendrer des ondes dites *de translation,* c'est-à-dire probablement analogues à celles dont j'ai montré comment les ondes courantes d'un canal factice avaient pu être *purgées,* de manière à ne plus conserver de traces bien sensibles de transport réel.

Voici d'ailleurs un moyen très-simple d'étudier les effets du déversement dont il s'agit. Il suffit de prendre un soufflet de chambre ordinaire et de le faire agir alternativement en inclinant convenablement le tuyau de sortie de l'air sur le niveau de l'eau d'un réservoir. On voit ainsi creuser le niveau ; l'eau qui sort du creux s'accumule en avant, et la crête de l'onde se brise, la hauteur des ondes diminue très-rapidement en avant du tuyau dont le vent a engendré la première. De chaque côté de cette onde et en arrière, il se produit des courants faciles à observer au moyen des petits corps flottants qui se dirigent vers elle. Il n'est peut-être pas sans intérêt de remarquer que si l'on fait une expérience semblable dans une cuvette de grandeur convenable et de forme analogue à une calotte sphérique, on voit le mouvement d'ondulation s'accroître graduellement, de manière à donner quelque idée de l'accroissement graduel des vagues sous la force du vent qui les engendre. J'ai d'ailleurs souvent remarqué, comme bien d'autres l'ont fait sans doute, qu'un vent violent ne fait d'abord que rider la surface d'une pièce d'eau.

Mais si les effets précités du déversement sont faciles à concevoir, il n'en est plus ainsi des effets qui se présentent lorsque, sous l'action d'un vent assez prolongé, les ondes ne se brisent pas encore, quoiqu'elles soient entremêlées. Il semble rationnel de conclure de l'empiétement de ces ondes les unes sur les autres, que les creux, éléments de mouvement oscillatoire, étant plus ou moins occupés par suite de cet empiétement, cela peut servir à expliquer pourquoi les ondes n'augmentent pas plus de hauteur qu'elles ne le font sous l'action constante d'un vent parallèle à l'axe d'un canal tel que celui du parc de Versailles; d'autant plus que les effets de la réaction de l'extrémité du canal ne m'ont point paru dans ces circonstances se propager à une très-grande distance en amont pendant la durée du vent.

Après la cessation du vent, quand un canal est terminé par un plan vertical perpendiculaire à son axe, j'ai remarqué un effet intéressant qui distingue bien les effets de la réaction de ce plan de ceux de l'empiétement mutuel des ondes sous l'action d'un vent suffisamment prolongé. Une série d'ondes parallèles au plan vertical contre lequel se sont réfléchies les ondes revient en sens contraire de la direction qu'avait celui-ci; mais il est bien à remarquer que chaque onde s'étend comme une barre sur toute la largeur du canal, si cette surface de réflexion n'est pas courbe, quoique les ondes qui avaient été formées par le vent fussent entremêlées. Quand le plan vertical terminant le canal dans la direction du vent n'est pas perpendiculaire à l'axe de ce canal, la réflexion des ondes peut être observée à une assez grande distance, si l'angle de ce plan avec cet axe est suffisant. Lorsque ces ondes réfléchies arrivent dans une région abritée contre le vent par un promontoire, elles se propagent alors comme des barres régulières et parallèles dans cette région abritée.

Ce que j'ai dit sur les effets de l'empiétement des ondes soumises à l'action du vent m'a paru intéressant à signaler, mais ne peut être interprété qu'avec une extrême réserve, à cause de ce qu'on sait sur la manière dont certaines ondes élevées et déprimées peuvent se traverser sans se détruire, même quand elles marchent en sens contraire.

Quant au déversement du sommet des ondes, il me paraît utile de remarquer, abstraction faite même de ce que j'ai dit sur les effets des ondes secondaires de translation, comment le sommet des ondes donne

plus de prise au vent que le reste de leurs tranches. Il est clair qu'ils y donnent plus de prise que les creux. Mais, abstraction faite de ce qu'on voit au premier aperçu d'après l'abri mutuel que peuvent se prêter les vagues, on conçoit que la composante horizontale du vent agit pendant une durée d'autant plus longue sur les tranches d'une vague, que ces tranches sont plus élevées. Il est clair que la dernière qui sort à la base de la vague, ou la dernière, en un mot, qui se trouve découverte, ne peut recevoir l'action de cette composante que pendant un temps très-court à chaque période. On voit donc que le sommet des ondes formées par le vent renferme une cause essentielle de déversement, dont on conçoit, d'après ce qui a été dit plus haut, les effets sur la diminution du transport réel.

Cela s'accorde d'ailleurs avec ce que M. le commandant Cialdi (auteur d'un ouvrage sur les ondes dont la première édition a été présentée à l'Académie des Sciences en 1857, et dont la seconde édition, beaucoup plus étendue et contenant diverses notes dont je suis auteur, vient d'être présentée) a bien voulu me communiquer sur les effets des vagues en pleine mer. En effet, si j'ai bien compris ce que ce savant officier de marine m'a écrit en italien, il pense qu'en pleine mer l'onde proprement dite se brise rarement, que c'est seulement la partie supérieure, c'est-à-dire la crête, qui se brise souvent, ainsi que les petits flots qui recouvrent toute la superficie de l'onde. Quant à la masse en ondulation, elle ne se brise, selon lui, comme elle le fait au rivage, que dans des cas extraordinaires.

Ce que je viens de dire a seulement pour but une étude de transformations de mouvement. Quant à mes observations directes sur le mouvement de progression réelle à la surface des ondes réfléchies par un plan vertical après la cessation du vent, leur interprétation est assez délicate. On conçoit, en effet, que l'eau a dû s'accumuler dans la direction du vent, après la cessation duquel il y a nécessairement un mouvement réel de retour. Aussi je me propose de varier les études sur ce sujet pendant la durée du vent, au moyen de la simultanéité du mouvement des ondes dans sa direction, et des ondes réfléchies par un plan oblique à cette direction, sur lesquelles j'ai donné plus haut quelques indications. Abstraction faite d'ailleurs de la question du transport réel, il n'est peut-être pas sans intérêt de remarquer que le

courant apparent, pendant la durée d'un vent suffisamment prolongé, se comporte d'une manière analogue à un courant réel, quant au mode de divergence, lorsque le canal débouche dans une partie évasée, comme on peut l'observer au centre arrondi du canal du parc de Versailles quand la direction du vent est convenable.

II.

Expériences sur les vitesses des ondes de diverses espèces.

En 1858, j'eus occasion de faire des observations sur un canal factice en planches qui n'avait pas été construit dans ce but, n'ayant pour objet que d'abreuver la cavalerie de Versailles pendant une longue sécheresse; on puisait de l'eau dans la pièce d'eau des Suisses. Je fis mes observations sur un côté de ce canal qui avait 77 mètres de long. Je ne m'occuperai point ici de l'autre partie de ce canal, d'une longueur un peu moindre que celle-ci; je dirai seulement que ces deux parties se réunissaient en un point plus élevé que tout le reste du fond, et sur lequel l'eau était versée par une pompe. Je ne faisais mes observations qu'en temps calme, et lorsqu'il n'y avait plus d'autres mouvements dans le liquide que ceux que j'y produisais à l'extrémité la plus profonde de la partie du canal sur laquelle j'opérais au moyen d'une pierre de forme régulière, ayant $0^m,20$ de long, $0^m,20$ de haut et $0^m,10$ de large.

La section perpendiculaire à l'axe de ce canal était un trapèze qui n'était pas tout à fait constant; voici quelques-unes de ses largeurs au sommet : $0^m,46$; $0^m,425$; $0^m,435$; $0^m,43$; $0^m,425$; $0^m,435$; $0^m,435$; $0^m,445$; $0^m,45$; la largeur du fond variait de $0^m,23$ à $0^m,25$, et ce fond portait de chaque côté une baguette d'environ $0^m,02$ de haut, autant de large, échancrée latéralement sur l'angle saillant, de manière à offrir $0^m,01$ environ de largeur sur l'échancrure.

Ces détails, quoique sans importance, donnent une idée du degré d'irrégularité de ce canal. J'ajouterai que de quatre mètres en quatre mètres il y avait sur le fond, posée à plat, une petite planche occupant en ces points toute la largeur de ce fond et ayant $0^m,01$ de haut sur $0^m,05$ de large, c'est-à-dire dans le sens de l'axe du canal.

La hauteur du canal prise en divers points était de $0^m,26$ à $0^m,265$.

Mais les profondeurs d'eau sont l'essentiel. Pendant les principales expériences, elles étaient de $0^m,115$ à l'origine, puis de $0^m,11$; $0^m,11$; $0^m,11$; $0^m,1175$; $0^m,1125$; $0^m,12$; $0^m,11$; $0^m,11$; $0^m,1125$; $0^m,11$; $0^m,1025$; $0^m,095$; $0^m,085$; $0^m,925$; $0^m,0775$; $0^m,0725$; $0^m,055$; $0^m,0525$; $0^m,0525$; $0^m,0475$; $0^m,0425$; $0^m,015$. Cette dernière profondeur était prise à l'autre extrémité, du côté de la pompe. Je ne retrouve pas en ce moment la note sur les distances rigoureuses auxquelles ces profondeurs étaient prises. Je crois me rappeler que les distances n'étaient pas très-différentes les unes des autres. Au reste, elles sont assez nombreuses pour donner une idée de la forme générale du fond à peu près horizontal, sauf les très-petites variations indiquées, jusqu'à 42 mètres de l'origine, et se relevant ensuite en pente très-douce. La longueur des ondes, du moins vers l'origine de la partie dont le fond était à peu près horizontal, était sensiblement de $0^m,50$, la hauteur de chacune étant de $0^m,015$.

La pente douce du canal vers l'autre extrémité, c'est-à-dire vers celle où elle se relève, permettant aux ondes d'expirer sans gêner celles de l'origine, ce qui n'aurait pas eu lieu si à cette autre extrémité elles avaient rencontré un parement vertical, je produisais ordinairement 400 ondes, dont 90 par minute, au moyen du mouvement de va-et-vient vertical de la pièce décrite ci-dessus et à laquelle j'étais parvenu, avec un peu de patience, à donner un mouvement suffisamment régulier avec la main. De quatre mètres en quatre mètres, du moins à très-peu de différence près, j'avais disposé des points de repère, et j'avais mis sur l'axe du canal des petits flotteurs formés de brins d'herbe.

En 400 périodes, 4 mètres ont été parcourus à la surface de l'eau par le flotteur posé sur le premier point de repère. Voici maintenant les chemins parcourus par chaque flotteur pour chaque point de repère, c'est-à-dire le flotteur près de chaque point de repère étant posé sur l'axe du canal, sans que l'on ait noté pour cette nouvelle expérience le nombre des périodes facile à retrouver, d'après ce que je viens de dire sur l'espace parcouru dans la première expérience. Ce nombre était d'ailleurs le même pour chacun de ces déplacements : 3 mètres; $1^m,50$; $0^m,60$; $0^m,25$; $0^m,20$; $0^m,10$; $0^m,10$. Les deux suivants ne furent pas assez exactement notés, mais on retrouva ensuite $0^m,10$, puis $0^m,075$. Enfin, les déplacements observés beaucoup plus loin fi-

nirent par devenir trop peu sensibles pour qu'on fût certain de leur existence. Il est bien entendu que tous ces déplacements n'étaient observés qu'après que le liquide était revenu au repos, le tout par un temps calme.

Quant aux mouvements de recul sur le fond, je les ai observés au moyen de grains de raisin qui, quoique assez sphériques, offraient cependant des causes de résistances passives qui ne permettaient pas de faire, par conséquent, des observations aussi précises sur ce recul que sur la progression à la surface. Mais enfin je suis parvenu, au moyen d'un nombre suffisant de périodes, à trouver vers l'origine un recul définitif de 4 mètres après le rétablissement du repos, toujours pendant un temps calme.

En définitive, puisque à une distance suffisante de l'origine du mouvement qui a engendré les ondes courantes on ne trouve plus que des déplacements insensibles, tant à la surface qu'au fond de l'eau, j'ai cru pouvoir en conclure, même sans qu'il ait été nécessaire de mesurer aussi rigoureusement les déplacements du fond que ceux de la surface, qu'à une certaine distance de l'origine il y a eu, pendant la durée de cette expérience, une compensation sensible entre les mouvements dont il s'agit; de sorte qu'après le passage des ondes courantes, il ne s'est pas trouvé de déplacement sensible dans la masse d'eau redevenue tranquille. Cela ne veut pas dire qu'après un temps beaucoup plus long il ne serait pas résulté un déplacement provenant du mouvement des ondes courantes sur une plage inclinée; mais je n'ai voulu parler, dans ce qui précède, que de ce que j'ai observé pendant la durée, d'ailleurs très-courte, de cette expérience, relativement à un point intéressant de la théorie.

J'ai eu, en effet, occasion d'observer sur des plages très-inclinées, je veux dire en pente très-douce, un mouvement de progression réelle, même sur le fond de l'eau, occasionné par les ondes résultant du vent et donnant des espèces de coups de bélier sur le fond qui se relève. Il n'est d'ailleurs pas nécessaire d'insister sur ce point, le mouvement de progression réelle des flots sur les plages inclinées étant suffisamment connu des marins.

Quant aux déplacements des petits flotteurs sur la partie du canal où le fond est à peu près horizontal, ils se font d'abord, d'après les

chiffres ci-dessus transcrits, selon une loi qui ne paraît pas différer beaucoup d'une progression géométrique décroissante. Ils diminuent ensuite moins rapidement; mais étant déjà beaucoup moindres, ils deviennent plus difficiles à observer rigoureusement. On conçoit d'ailleurs, surtout dans les parties qui se relèvent, que les petites planches transversales de 1 centimètre d'épaisseur peuvent avoir une influence quelconque sur les phénomènes de progression à la surface ou de recul au fond de l'eau. Je ne saurais trop répéter que ce canal factice n'avait pas été disposé dans le but de faire des expériences, ce qui n'empêche point de pouvoir tirer des conséquences bien positives des principaux résultats obtenus.

Ces effets de progression à la surface et de recul au fond de l'eau se présentant avec d'autant plus d'intensité qu'ils sont observés plus près de l'origine du mouvement alternatif qui a engendré les ondes, ne pourraient-ils pas servir à expliquer pourquoi dans les expériences des frères Weber, dont le canal était très-court, le grand axe des *orbites* des ondes courantes était horizontal au lieu d'être vertical, comme dans les expériences que j'ai communiquées à la Société Philomathique en 1842, et comme dans les observations faites en mer par feu M. Aimé, qui ne les avait d'ailleurs présentées qu'avec réserve à une époque où les miennes ne les avaient pas confirmées, quant aux effets de l'eau dans un canal factice?

Je n'aurais peut-être pas étudié avec autant de soin les phénomènes de progression et de recul dans le canal dont je viens de parler sans les observations qui ont été faites à l'occasion de mes Mémoires sur les ondes par M. le commandant Cialdi, dans la première édition de son ouvrage sur le mouvement ondulatoire de la mer, etc.

Dans la seconde édition de cet ouvrage, p. 594 à 597, M. Cialdi explique qu'il ne nie pas l'existence d'un mouvement de transport très-faible dans la houle en pleine mer après la cessation du vent. Je ne prétends pas autre chose, en admettant comme conséquence théorique, et sans pouvoir préciser aucun chiffre à ce sujet, qu'il y a un mouvement *quelconque* de progression réelle sans lequel je ne m'expliquerais pas complétement ce phénomène, mais sans affirmer par moi-même que les marins doivent en tenir compte et ne pouvant que m'en rapporter à ce qui a été écrit sur cette matière par M. de Tessan dans la

seconde édition du même ouvrage où M. Cialdi fait à ce sujet des observations qu'il ne m'a pas encore été possible de discuter assez complétement.

Voici du moins un point de vue pratique relatif à la première édition de cet ouvrage de M. Cialdi où il admettait que si le transport réel dans les ondes courantes était très-peu important quand le vent n'était pas assez fort, il n'en était pas ainsi, à beaucoup près, quand la force du vent dépassait certaines limites. M. Cialdi convenait qu'alors une cause capable d'engendrer des ondes agissant encore, occasionnait des phénomènes de transport réel dont il donnait dès lors divers exemples. Ces derniers ne sont pas en désaccord avec ce que j'ai trouvé sur le mode d'influence des causes qui engendrent les ondes courantes, quand celles-ci ne sont pas encore trop éloignées de leur origine, ce qui s'applique sans doute à la cause qui continue à agir sur elles, tant qu'on ne peut pas les considérer comme étant, à proprement parler, abandonnées à elles-mêmes. Seulement il ne paraît pas que M. Cialdi eût alors réuni des observations relatives au mode de recul dont j'ai parlé ci-dessus, mais dont on ne comprenait pas encore bien les conséquences, sans doute parce que je n'avais pas suffisamment expliqué qu'il s'agissait d'un phénomène de la *formation des ondes courantes*.

La disposition du canal factice en bois dont je me suis servi pour les expériences dont je viens de parler m'a permis, comme je l'ai expliqué ci-dessus, de produire un nombre d'ondes courantes beaucoup plus considérable que ne semblait l'indiquer, au premier aperçu, la longueur de ce canal; car il est bien à remarquer que si le fond avait été horizontal partout, et si les deux extrémités avaient été des plans verticaux, les ondes se réfléchissant successivement à chaque extrémité et réagissant les unes sur les autres, au lieu de venir sur une plage inclinée, auraient bientôt produit le phénomène de *clapotage* dont j'ai rendu compte à la Société Philomathique depuis 1842, et dans le *Journal de Mathématiques pures et appliquées*, année 1848, t. XIII, 1re série.

Il résultait d'ailleurs de la disposition du premier canal factice dont je m'étais alors servi, un moyen très-simple d'étudier les vitesses d'une onde solitaire dans diverses circonstances, parce que je faisais promener cette onde de l'extrémité à l'autre du canal, où des plans verticaux

la réfléchissaient alternativement. J'avais donc un moyen de multiplier la longueur du canal, ce qui me permit de vérifier pour ces ondes solitaires les lois des vitesses qui avaient été trouvées sur des canaux de beaucoup plus grandes dimensions.

Je crois être le premier qui ait publié ce moyen de multiplier ainsi un espace limité dans lequel on peut observer directement la vitesse des ondes. C'est seulement en 1844 que M. Russell a publié dans l'*Association Britannique* un Mémoire où il emploie ce moyen de mesurer la vitesse d'une onde solitaire en multipliant ainsi le chemin parcouru, malgré les limites restreintes de la longueur d'un canal fermé à ses extrémités. Si j'apprenais qu'on eût publié cette idée avant moi, je m'empresserais de le reconnaître; mais elle a acquis désormais une véritable importance historique à cause des applications si connues d'une idée semblable à la mesure de la vitesse de la lumière. Déjà, dans une Note du 23 juillet 1842, publiée par le journal *l'Institut*, j'avais dit quelques mots sur la vitesse de l'onde solitaire se promenant d'un extrémité à l'autre d'un canal terminé par des plans verticaux. Je reproduirai d'ailleurs plus loin, comme pièce historique, une Note du 25 mars 1843 qui renferme des détails, complément utile de ce Mémoire et de celui de 1848, qui a été publié dans ce journal.

Un bateau de 6 mètres de long et dont la plus grande largeur était de $1^{m},50$ ayant été disposé perpendiculairement à l'axe d'un canal dont la largeur au fond était de $9^{m},80$, la largeur à la ligne d'eau de $12^{m},20$, la profondeur de l'eau étant de 1 mètre, sauf quelques légères déformations, je donnais un mouvement régulier d'oscillation à ce bateau en m'appuyant alternativement de chaque côté afin de produire des ondes. Le canal avait une longueur de $81^{m},60$ jusqu'à un pont qui bornait la vue à l'autre extrémité.

Il n'est pas nécessaire, pour produire des ondes *courantes* s'étendant, comme une barre sensiblement rectiligne, d'une rive à l'autre de ce canal et perpendiculairement à son axe, que la longueur du bateau soit elle-même perpendiculaire à cet axe. Il est même quelquefois plus commode d'attacher le bateau par une chaîne à une extrémité du canal, sa longueur étant sur l'axe de ce dernier, parce qu'après avoir produit les ondes en s'appuyant alternativement de chaque côté du bateau, il

était plus facile de se précipiter sur le rivage pour suivre à la course les ondes qu'il s'agissait d'étudier.

Je faisais surtout mes observations sur la moitié de la longueur de la partie du canal où la vue était arrêtée par un pont, c'est-à-dire sur $40^{m},80$ à partir de ce pont, et je comptais les intumescences sur cette dernière longueur. Après bien des tentatives pour lesquelles j'ai fini par me faire aider, on en a trouvé dix-sept en nombre rond sur la partie dont il s'agit; de sorte que chacune des ondes avait une longueur d'environ deux fois et demie la profondeur de l'eau. Leur vitesse paraissait sensiblement uniforme; elle était beaucoup plus grande que celle des ondes qui les suivaient un certain temps après que les balancements du bateau étaient arrêtés. Ces dernières ondes, beaucoup plus petites, peuvent être suivies au pas ordinaire, la vitesse des premières étant à peu près double.

Ce que je viens de dire a seulement pour but de fixer les idées sur ce que le rapport de la longueur des grandes ondes à la profondeur du canal était bien moindre que dans le canal factice en planches, dont la section était un trapèze un peu variable sur les détails duquel il est inutile de s'étendre ici pour l'objet de cette Note, ce que j'en ai dit ci-dessus étant suffisant. Je remarquerai que la longueur de chacune des ondes courantes étant assez sensiblement de $0^{m},50$, du moins vers l'origine de la première partie du canal, je veux dire de celle qui avait 42 mètres de long, et où la profondeur d'eau variait de $0^{m},11$ à $0^{m},12$, sauf les petites irrégularités que j'ai signalées ci-dessus.

Or, dans le grand canal, la longueur de chaque onde courante était d'environ deux fois et demie seulement la profondeur de l'eau qui y était de 1 mètre. Il y a donc lieu de croire que le mouvement se propageait relativement d'une manière moins sensible jusqu'au fond de l'eau dans le grand canal que dans le petit, où j'avais pu observer pour la hauteur d'eau précitée et pour une hauteur d'eau à peu près double, que les ondes courantes avaient sensiblement la même vitesse qu'une onde solitaire de même hauteur, bien entendu pour chaque profondeur d'eau.

J'étais parvenu, à force de patience, à donner sensiblement la même hauteur aux ondes courantes qu'à une onde solitaire que je produisais après leur passage. Or, j'avais disposé à des distances sensiblement égales,

de quatre mètres en quatre mètres, un nombre de points de repères suffisant pour remarquer d'une manière bien positive que l'onde solitaire restait sensiblement à une même distance des ondes courantes qui avaient été produites par un mouvement de va-et-vient vertical.

Il était essentiel de faire cette observation et de la répéter avec patience, en notant simultanément les points de repère où arrivaient en même temps l'onde solitaire et les ondes courantes. En effet, quand on s'empresse de produire une onde solitaire trop près des ondes courantes, sans y mettre assez de patience, l'onde solitaire pouvant être plus forte qu'on ne le veut et sa vitesse dépendant, comme on sait, de sa hauteur, on peut être porté à croire, si elle atteint les ondes courantes, qu'elle va plus vite que ces dernières dans des circonstances où il n'en est plus ainsi à hauteur égale.

Dans le grand canal, je n'ai eu jusqu'à présent à ma disposition aucun moyen de produire une onde *solitaire* de hauteur comparable à celle des grandes ondes courantes dont j'ai parlé. Je n'ai donc pu que calculer la vitesse qu'aurait eue cette onde solitaire, si j'avais pu la produire, afin de la comparer à celle des ondes courantes.

Il est moins facile qu'on ne le croit, surtout pour un seul observateur, de mesurer cette dernière vitesse. On sait d'ailleurs combien il est difficile de ne pas confondre, dans une série d'ondes courantes, une onde avec celle qui la précède ou qui la suit. J'ai d'abord essayé, en me tenant à une extrémité du canal, après avoir imprimé des mouvements de balancement au bateau, d'observer à une grande distance, en temps calme, l'instant où les images des objets environnants indiquaient l'arrivée de l'ondulation. Il en résulta d'abord que je ne crus devoir noter aucune différence assez sensible entre la vitesse des ondes courantes et celle d'une onde solitaire qui aurait eu la même hauteur. Mais il y a dans ce mode d'observation une chance d'erreur provenant notamment de ce qu'il est difficile de ne pas imprimer involontairement au bateau quelques mouvements préliminaires; de sorte que la vitesse des ondes peut sembler plus grande qu'elle ne l'est réellement.

Le moyen de mesurer cette vitesse, qui m'a semblé provisoirement le plus pratique, est de les suivre à la course. On conçoit que cela exige un certain apprentissage, même pour des vitesses aussi modérées; il faut, autant que possible, une suite de sauts cadencés que l'on parvient,

à force de patience, à coordonner au mouvement des images des corps environnants.

J'ai au moins pu constater que ces ondes courantes allaient bien moins vite qu'une onde solitaire qui aurait eu la même hauteur. Mais leur longueur était bien moindre que celle qu'aurait eue sans doute cette onde solitaire, d'après ce que j'avais observé sur des canaux factices. Il est probable que la longueur trouvée pour l'onde courante était bien la véritable; car la somme des longueurs d'une onde déprimée et d'une onde élevée différait assez peu du double de la plus grande largeur du bateau dont les balancements les ont engendrées. Il est rationnel de penser que le mouvement s'étend à une profondeur moindre que pour l'onde solitaire; ces observations viennent d'ailleurs à l'appui des prévisions d'après lesquelles les géomètres ont annoncé que la vitesse des ondes est fonction de la profondeur à laquelle leur mouvement peut atteindre.

Le long du grand canal s'élève, parallèlement à son axe, un mur vertical, garni d'un treillage régulier formé de lattes en bois composant des carrés dont les côtés sont tous horizontaux ou verticaux. Quand les ondes, observées à une certaine distance de l'origine, passent devant un point donné, les lattes verticales, si l'on regarde leurs images dans l'eau, semblent agitées comme une corde en ondulation. Lorsqu'on regarde du côté de la direction apparente des vagues, il semble que l'ondulation de cette corde s'élève du fond de l'eau. Quand on regarde de l'autre, elle paraît, au contraire, descendre. Enfin, si l'on regarde perpendiculairement à l'axe du canal, ces ondulations apparentes ne montent ni ne descendent; le mouvement apparent de corde ondulée des lattes horizontales dans l'eau est bien dans le même sens que le mouvement apparent des ondes courantes. Cela est très-commode pour observer rigoureusement le changement de sens de celles-ci, car on voit changer en même temps le sens du mouvement apparent de ces espèces de cordes ondulées. Quant au sommet du mur de hauteur constante dont l'image est bien tranchée sur l'eau tranquille, il est très-commode de s'en servir pour contrôler les observations sur les ondes courantes qui, lorsqu'elles sont assez fortes, donnent aux limites de cette image des formes comparables à celles d'une espèce de scie à dents courbes; c'est en suivant de l'œil ces formes très-faciles à observer,

qu'on parvient avec moins de difficulté à suivre ces ondes à la course.

Je dois faire observer que, plus mes expériences se multiplient, plus je pense qu'il faut avoir de réserve en généralisant les comparaisons des vitesses d'une onde *solitaire* à celles des ondes courantes dans un même canal; cela dépend évidemment, jusqu'à un certain point, de la manière dont elles ont été engendrées.

Ainsi, comme je l'ai déjà remarqué, les ondes du canal factice en bois où l'eau n'avait que de petites profondeurs, et où les mouvements qui engendraient les ondes s'étendaient alternativement, sinon sur toute la hauteur de l'eau, du moins sur une partie considérable de cette hauteur, étaient relativement plus longues par rapport à la profondeur de l'eau que celles du grand canal. Elles étaient même relativement plus longues, je veux dire par rapport à la profondeur de l'eau dans le dernier canal factice en bois, que dans le premier canal factice en bois doublé de zinc dont je me suis servi notamment en 1842 et 1843, chez M. Bourdon, sur la demande de M. le général Poncelet. Je l'attribue à ce que, non-seulement le mouvement alternatif qui engendrait les ondes courantes ne pénétrait pas relativement si près du fond, mais à ce que la section du corps qui engendrait les ondes occupait une moindre fraction de la largeur du canal.

Dans ces premières observations, j'avais cru remarquer qu'à hauteur égale l'onde solitaire allait plus vite que les ondes courantes, celles-ci étant atteintes par l'onde solitaire que je lançais après elles. J'ai conçu depuis quelques doutes sur l'exactitude de ce résultat, d'après ce que j'ai dit plus haut sur la comparaison entre les vitesses de l'onde solitaire et des ondes courantes dans le canal factice en bois.

On conçoit, en effet, la possibilité d'une erreur dans la hauteur d'une onde solitaire ainsi lancée, quand le canal n'est pas assez long pour qu'on puisse suivre longtemps de l'œil les deux espèces d'ondes pendant une marche simultanée. Mais je suis porté à croire aujourd'hui que cela dépendait, comme je l'ai dit ci-dessus, de quelques différences dans la manière dont les ondes courantes avaient été engendrées.

Je me suis d'ailleurs souvenu que les ondes dites de translation, que l'on engendre quelquefois malgré soi, en cherchant à produire seulement des ondes courantes, allaient en général plus vite que celles-ci;

car lorsqu'on les apercevait, elles arrivaient les premières à un ressaut plongé dont je me suis servi dans quelques circonstances. Je parlerai plus loin de ce ressaut, en expliquant pourquoi je l'ai quelquefois posé entre le fond et la surface de l'eau.

III.

Observations sur les courbes suivies par les molécules de l'eau dans des ondes de diverses espèces.

Il n'est pas exact, quand il s'agit des vagues de la mer, du moins pendant la durée du vent sur les côtes, de dire que les courbes suivies par les molécules à la surface soient assez sensiblement fermées comme dans un canal où les ondes courantes ne sont occasionnées que par un mouvement de va-et-vient vertical et régulier. J'ai profité des occasions qui se sont présentées pour étudier de nouveau la question sur les rivages des côtes de Normandie. Déjà en 1851, dans une traversée en bateau à vapeur de Caen au Havre, je n'étais pas précisément en pleine mer, puisqu'on ne perdit pas de vue les côtes; mais, à cette distance, la marche du bateau étant perpendiculaire à la direction apparente des flots, les observations offraient à certains égards plus d'intérêt qu'au rivage même. Or, je remarquai bien distinctement, comme je l'avais déjà fait en 1848 à 2 kilomètres environ en aval de Mantes, sur une partie de la Seine très-bien disposée pour faire ces observations, que le mouvement de l'écume était bien un mouvement de va-et-vient à la surface des flots, ce qui semblait favorable à l'hypothèse du mouvement dit *orbitaire* dans les régions supérieures.

En 1861, j'ai fait sur ce sujet des observations beaucoup plus nombreuses à Fécamp. Lorsque, d'une certaine hauteur, j'examinais dans le lointain le mouvement général de la mer, l'écume des flots disparaissait après avoir parcouru un trajet qui, évidemment, dépendait de la force du vent. Ce phénomène est très-utile, comme on va voir, pour ce genre d'observations. Quelque fort que soit le vent, lorsque la distance n'est pas assez grande pour empêcher de bien distinguer ce qui se passe dans le champ d'une lunette, on voit l'écume, à l'époque où elle disparaît à l'œil nu, recouvrir la surface des flots, en cessant de

donner prise au vent plus que l'eau elle-même, dont elle offre l'avantage de changer la couleur.

Il est alors très-facile de voir le mouvement de va-et-vient qui se fait à la surface de l'eau, malgré le vent et malgré le mouvement de progression quelconque, pouvant provenir notamment d'une espèce de coup de bélier des flots contre le plan incliné du rivage, phénomène sur lequel je reviendrai plus loin. Il résulte de ces observations, d'ailleurs faciles à varier, que, du moins à l'approche des rivages, il est absolument impossible d'admettre exclusivement l'ancienne théorie dite du siphonnement des flots. Elle est incompatible avec le mouvement de recul de l'écume à la surface de l'eau, même quand cette écume fait ainsi partie intégrante de cette surface. Je dois dire que, dans mes nombreuses observations à Fécamp, ce mouvement de recul n'a jamais été aussi fort à beaucoup près que le mouvement de progression vers le rivage. De sorte qu'à la surface de l'eau les trajectoires, au lieu d'être des courbes fermées, ont bien plutôt de l'analogie avec l'axe d'une corde formant ce que Hachette désigne, dans son *Traité des machines*, sous le nom de *nœud de l'artificier*. C'est, au reste, en pleine mer, et surtout aux époques où, sans qu'il y ait un vent bien sensible (ce que je n'ai eu occasion d'observer qu'une seule fois du rivage), la mer est agitée seulement par suite de la propagation de mouvements très-lointains, que la question doit être approfondie. Je crois intéressant de signaler ce sujet d'observations dans les voyages de long cours.

Il paraît résulter d'expériences de M. Russell que, dans certaines circonstances, le mouvement orbitaire existe jusqu'aux limites inférieures du mouvement de l'eau. On ne doit donc accueillir qu'avec réserve, pour la pleine mer, les observations qui se réunissent aux anciennes pour établir un mouvement de va-et-vient sur le fond des rades ou, en général, des nappes d'eau qui ne sont pas trop profondes, quoiqu'un mouvement orbitaire puisse exister dans les régions supérieures, comme je l'ai observé dans un canal factice en 1842, et qu'il puisse exister aussi dans les régions supérieures des mouvements analogues à ceux que j'ai observés à Fécamp.

Quant aux ondes solitaires, je crois intéressant d'ajouter à ce que j'ai dit dans mon Mémoire de 1848 quelques détails sur une de mes

communications, extraits du procès-verbal de la séance de la Société Philomathique de Paris du 10 décembre 1842 :

« ... Il n'est pas exact de dire, comme on le trouve dans les auteurs qui ont traité de cette matière, que l'onde dite *solitaire* ait rigoureusement, dans tous les cas, un mouvement de transport continu sans oscillation rétrograde, bien que cela soit généralement exact. Le phénomène de *contre-courant inférieur*, objet de cette Note, paraît dépendre de plusieurs causes, et notamment du rapport de l'élévation de l'eau dans le canal. Ainsi, quand cette profondeur était d'environ $0^m,15$, et que l'onde, abandonnée à elle-même, s'était abaissée après avoir plusieurs fois parcouru la longueur du canal, on observait très-distinctement un mouvement rétrograde, beaucoup plus faible, il est vrai, que le mouvement de progression, mais qui *marquait des périodes* le long du chemin parcouru d'une extrémité à l'autre de ce canal. Ce fait, qui n'avait point été remarqué, jette beaucoup de jour sur la constitution de l'onde *solitaire*, et explique, entre autres choses, la *perméabilité apparente* des ondes de cette espèce, qui sans cela eût été assez difficile à concevoir, comme on le disait dans la dernière communication sur ce sujet. Mais si l'inertie de l'eau suffit pour donner lieu à un contre-courant dans certaines ondes *solitaires*, il en sera ainsi, à plus forte raison, lorsque ces ondes rencontreront des ondes de la même espèce, animées de vitesses directement opposées. Ces ondes ne se traverseront donc pas comme elles semblent le faire, mais la plus puissante se divisera en deux parties, dont une, retournant sur ses pas, produit un effet analogue à celui de l'onde la plus faible qui aurait traversé la première. Le mouvement rétrograde, périodiquement observé dans ce système d'ondes solitaires, est une des raisons pour lesquelles ces ondes ne marchent pas, pour de très-petites hauteurs d'eau dans ce canal, avec la vitesse indiquée par la loi empirique trouvée en Angleterre pour de plus grandes hauteurs.... »

L'année qui a suivi celle de la publication de cette Note, M. Dyar a publié dans les *Annales de Chimie et de Physique*, numéro d'avril 1843, un Mémoire où il parle de faits de ce genre dans la rencontre d'ondes opposées, et il donne quelques détails intéressants. Il dit avec raison qu'on voit le mouvement *s'étendre* à la rencontre de deux ondes élevées dont les directions sont contraires. Cela ne contredit pas ce que

j'avais dit dans ma communication du 12 novembre 1842, où j'annonçais qu'on voit un instant de repos sur la crête commune quand les deux ondes qui se rencontrent ainsi sont égales. On conçoit, d'après ce que je viens de transcrire, que ces deux ondes égales s'arrêtent un instant en s'élevant l'une contre l'autre, et qu'en disant que le mouvement *s'étend* à l'intérieur, on veut dire que les choses se passent d'une manière analogue à ce qui se présente dans l'écrasement mutuel de deux corps mous venant à la rencontre l'un de l'autre. Ces divers effets sont très-faciles à apercevoir au moyen de poussière répandue dans l'eau.

M. Dyar parle de la réflexion des ondes à l'extrémité de son canal; mais il n'a pas dit que cette réflexion pouvait servir à mesurer la vitesse d'une onde solitaire, en faisant promener cette onde d'une extrémité à l'autre. Il a été conduit, § VI de son Mémoire, à une conclusion qui ne peut être vraie que dans des cas particuliers résultant des dimensions relatives du corps qui engendrait les ondes, et peut-être aussi de l'étendue du mouvement imprimé à ce corps. L'agitation s'est produite à de beaucoup plus grandes profondeurs relativement à la hauteur des ondes, notamment dans mes expériences sur le canal factice en bois.

Je dois aussi faire quelques observations sur ces mots qui sont à la fin de son Mémoire : « Dans aucun cas une onde ne peut en altérer une autre d'une manière permanente. » Ce qui peut être vrai pour la rencontre de deux ondes seulement est formellement contraire au fait suivant que j'ai signalé à la Société Philomathique de Paris, le 23 juillet 1842, et qui se rapportait au cas où une onde solitaire passait par-dessus une série d'ondes alternativement élevées et déprimées, que l'on appelle *ondes courantes*. On lit dans le journal *l'Institut*, dans l'extrait du procès-verbal de cette séance n'ayant pour objet que ma communication, p. 281 : « Quand on soulève une grande onde solitaire, elle se précipite après l'onde courante, passe dessus en brisant les crêtes de celle-ci, remplit en partie les creux, et, si elle est assez puissante par rapport à elle, elle lui survit après l'avoir presque détruite. Or, quand on donne un mouvement alternatif au cylindre qui fait soulever les ondes, ce mouvement n'étant pas toujours vertical, il en résulte nécessairement des mouvements analogues à ceux dont on

vient de parler, avec cette différence que les intumescences auxquelles ils donnent lieu se perdent en partie dans les creux des ondes courantes qui subsistent, si elles sont assez puissantes par rapport à ces ondes dites *solitaires* qui peuvent être cependant en assez grand nombre, et servent à expliquer, jusqu'à un certain point, les mouvements continus qui s'observent quelquefois, même dans un *sens contraire* au mouvement apparent de l'onde courante. Or, il est évident que la pression des vents qui soulèvent les ondes en pleine mer, agissant sous certains rapports comme le poids d'une masse d'eau ajoutée à celle de la mer, donne lieu à des ondes *solitaires* qui changent tout le système des ondes courantes; il y a donc, outre le transport horizontal, causé directement par ces vents, une cause de mouvement qui dénature les ondes courantes, et dont il était indispensable de bien se rendre compte pour s'expliquer divers effets qui pourraient induire en erreur dans l'étude des mouvements intérieurs ou à la surface de l'eau, dans le canal dont il s'agit principalement dans cette Note.... »

J'ai cru devoir transcrire le passage précédent avec les défauts de rédaction qui peuvent s'y trouver, parce qu'il a été imprimé l'année qui a précédé celle de la publication du Mémoire précité de M. Dyar. Cela n'empêche pas que les observations de ce dernier sont très-précieuses, et, à certains égards, précisent mieux que je ne l'avais fait de quelle manière le transport réel des ondes élevées peut être compensé par le transport réel en sens contraire des ondes déprimées. Je crois d'ailleurs devoir encore transcrire le passage suivant de la même note du journal *l'Institut*, p. 280, sur mes observations relatives à une série d'ondes alternativement élevées et déprimées, produites par un mouvement de va-et-vient vertical : « .... En répandant des corps légers dans l'eau en ondulation, il est très-facile, quand cette eau est suffisamment claire, de suivre de l'œil les chemins parcourus par ces poussières ou corps légers tenus en suspension. Au fond de l'eau, il n'y a qu'un mouvement de va-et-vient, un véritable *siphonnement*. Dans les régions supérieures du liquide, il y a un *ondoiement* général dont on ne peut observer la loi qu'après des observations réitérées; mais on s'en rend facilement compte en remarquant qu'il y a un mouvement de va-et-vient vertical et un mouvement de va-et-vient horizontal, sans que la direction du mouvement soit jamais ni verticale ni horizontale

le long d'un chemin notable. Chaque molécule est soulevée et poussée en avant, puis elle redescend et recule vers sa première position; de sorte que dans les parties supérieures du liquide chaque molécule décrit une courbe fermée, ayant de l'analogie en apparence avec une ellipse. Mais ce résultat suppose que l'on observe l'onde *courante*. Quand l'onde se balance à l'une ou l'autre extrémité du canal, après quelques balancements, le mouvement devient véritablement *vertical* jusqu'à une certaine profondeur à laquelle il courbe inférieurement sa direction, qui devient horizontale dans le creux de la vague; de sorte que le mouvement est alors un véritable siphonnement jusqu'à l'époque où, revenant sur ses pas, elle redevient onde *courante*. C'est aussi ce qui doit se présenter jusqu'à un certain point, quand on lance de chaque extrémité du canal deux systèmes d'ondes qui viennent se rencontrer et forment ce que l'on appelle en mer onde *clapoteuse*. Mais le mouvement étant alors très-compliqué, on n'a encore bien observé que le balancement horizontal dans les creux. L'intumescence du flot a elle-même alors un mouvement de va-et-vient horizontal, sans mouvement de translation continu.... »

On conçoit, d'après les passages de ma Note du 23 juillet 1842 que je viens de rappeler, comment une série d'ondes alternativement élevées et déprimées est modifiée par le seul fait de la réunion de ces ondes, d'où résulte même à la surface de l'eau un mouvement de va-et-vient qui semble changer la nature du phénomène. Les ondes élevées, si elles étaient seules, iraient d'ailleurs, dans certains cas observés, quand les profondeurs de l'eau ne sont pas très-grandes, d'autant plus vite, comme on sait, qu'elles seraient plus élevées, et les ondes déprimées de même volume iraient sans doute plus lentement dans le même canal. La réunion théorique de ces deux espèces d'ondes qui, marchant ensemble, forment ce qu'on appelle des ondes *courantes*, est assez délicate à interpréter, à cause de la raison qui vient d'être indiquée; mais ce que j'en ai dit montre une fois de plus qu'il ne peut pas être vrai que dans aucun cas une onde ne peut en altérer une autre d'une manière permanente.

Il est bien intéressant de remarquer, relativement aux expériences de M. Dyar, qu'elles ont été faites dans des cas particuliers où l'agitation ne se propageait pas jusqu'au fond du canal, ce qui rend les

faits observés par lui plus analogues aux faits observés en mer. Il en résulte d'ailleurs qu'il ne serait pas vrai de dire que l'onde solitaire ne pourrait pas se propager pour de très-grandes profondeurs d'eau; mais ceci donne lieu de faire une remarque essentielle.

Dans un Rapport lu à l'Institut le 10 août 1863 par M. Clapeyron, on lit, p. 303 du tome LVII des *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, relativement à l'onde solitaire : « ... Cette onde paraît devoir les propriétés particulières qui la caractérisent à ce que le mouvement qui la produit s'étend aux parties les plus profondes du canal; lorsque l'agitation est seulement superficielle, la loi de la propagation est tout autre; ainsi, comme l'a remarqué le général Morin, lorsqu'un canot se meut dans un canal étroit et profond, il produit, dans certaines conditions de vitesse, une vague qui l'accompagne; si l'on vient à arrêter celui-ci, la vague quitte le canot et se propage en avant, d'abord avec la vitesse originelle qui est celle qu'avait le canot, et par conséquent sans relation avec la profondeur du canal. Ce n'est que plus tard, et lorsque l'agitation superficielle se sera étendue à toute la profondeur de l'eau, que la loi proposée par M. Scott Russell pourra se manifester.... »

Dans le Mémoire que j'ai publié sur les ondes, en 1848, dans le *Journal de Mathématiques pures et appliquées*, j'avais signalé les effets du degré d'enfoncement d'un corps dont le mouvement avait engendré l'onde solitaire. On trouve même dans les *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, année 1844, t. XIX, p. 978 à 980, une Note dans laquelle je donnais l'explication de ce phénomène d'après les mêmes principes. On y remarque cette phrase où, après avoir dit que la vitesse de l'onde solitaire était fonction de la profondeur à laquelle j'enfonçais dans l'eau un cylindre vertical, dont le mouvement horizontal produisait cette onde, j'ajoutais : « Il résulte de mes expériences que l'onde solitaire et l'onde de translation des petits corps flottants sont les deux limites d'une série complète de phénomènes, qui concilie les hypothèses des hydrauliciens sur cet important sujet.... »

J'avais déjà pris date pour ces expériences et cette explication dans une Note du 28 mars 1843, publiée dans le journal *l'Institut*. Je crois utile de transcrire cette dernière Note à la fin de ce Mémoire, non-

seulement comme pièce justificative, mais parce qu'elle contient des détails qui complètent mon Mémoire trop succinct de 1848.

M. le général Poncelet a exprimé on ne peut plus clairement, dans le n° 397 de son *Introduction à la Mécanique industrielle*, l'état où étaient les idées sur ce sujet quand je m'occupai de cette question, ainsi qu'il me fit l'honneur de m'y inviter lui-même. Cependant, en lisant le Rapport précité, je craignis que M. Clapeyron, ou l'un de MM. les Commissaires de l'Institut, n'eût publié avant moi cette idée, puisque je n'avais pas été cité dans ce Rapport, et qu'il s'agissait évidemment de l'interprétation d'un des points les plus intéressants de la partie réellement pratique de la théorie des ondes. Je crus donc devoir lui écrire à ce sujet. M. Clapeyron me fit l'honneur de me répondre le 1^er^ décembre 1863. Voici un extrait de sa lettre : « Mon cher Monsieur, j'avoue à ma honte que je n'ai pas eu connaissance de vos Mémoires sur les ondes, et que j'ai cru, dans le passage dont vous me parlez, n'avancer que des faits depuis longtemps dans le domaine public. J'ai ajouté ce passage à la demande de M. Morin, je me suis même concerté avec lui sur les termes. Quant au Rapport que vous me demandez, j'ai à objecter que le Mémoire est sans doute bien ancien, et qu'il a été sans doute renvoyé à une Commission dont je ne faisais pas partie, n'étant pas encore, je crois, de l'Académie. Vous pourriez cependant, si vous voulez relever cet incident, en faire l'objet d'une réclamation adressée à l'Institut.... »

J'ai cru pouvoir sans indiscrétion publier l'extrait précédent d'une lettre d'un savant ami, qui est une nouvelle preuve de la noble franchise du caractère de cet Académicien si justement regretté. Il ne s'agit pas d'ailleurs d'une réclamation proprement dite, mais il était utile de montrer comment ce passage essentiel d'un Rapport à l'Institut contient l'approbation d'un principe que j'avais publié vingt ans auparavant, comme conséquence de faits très-faciles à reproduire. Ne semble-t-il pas même résulter de cette lettre que M. Clapeyron l'admettait à titre de *fait* d'une manière peut-être encore plus positive que dans le Rapport, qui paraissait présenter une sorte d'hypothèse ?

Les détails qui précèdent sont d'ailleurs utiles pour bien préciser l'état de la question. J'ai pu dire que l'onde solitaire ne se présentait pas dans les mers profondes; cela est vrai seulement dans ce sens que

l'onde à laquelle on donne généralement ce nom de *solitaire* est considérée *comme ne jouissant de ses propriétés caractéristiques que lorsque le mouvement peut s'étendre jusqu'au fond de l'eau.* On a vu d'ailleurs comment j'entendais la question dans ma Note de 1842 relativement à la théorie de la houle.

Je remarquerai aussi qu'à la page 106 du tome XIII de ce journal, j'avais signalé la similitude des ondes solitaires et de celles qui ont été observées longtemps auparavant par Bidone, comme résultant de l'abaissement momentané d'une vanne dans l'eau en mouvement d'un canal, similitude signalée aussi dans le Rapport précité, lu par M. Clapeyron, p. 303, d'une manière, il est vrai, plus explicite. Je ne lui avais point d'ailleurs parlé de ce dernier détail.

Ce n'est pas seulement aux questions relatives à la navigation ou même aux effets destructifs des vagues, etc., que se rattache l'étude de l'onde solitaire. On sait qu'elle peut se propager à de très-grandes distances de son origine, sans perdre sensiblement de sa hauteur. Il semble donc qu'elle peut être considérée comme un moyen de faire évacuer l'eau de certaines machines hydrauliques à mouvement alternatif, sans qu'il en résulte nécessairement beaucoup de perte de force vive, puisqu'en général on regarde comme perdue la vitesse de l'eau de décharge.

Cependant il faut tenir compte, précisément d'après ce que je viens de rappeler, de ce que l'onde de translation ne se dégage pas avec la même vitesse dans les diverses circonstances qui se présentent à sa formation. Je conseille de faire dégorger le plus bas possible les bouches de décharge des machines hydrauliques à mouvement alternatif, quand il n'en résultera pas de difficulté d'exécution.

Bien que les frères Weber n'aient pas étudié cette espèce d'onde, comme j'ai observé qu'elle avait beaucoup de rapports avec les ondes courantes, il est intéressant de remarquer une nouvelle sorte de ressemblance qui vient à l'appui de la règle dont il s'agit, sur la profondeur où se fera la décharge des machines hydrauliques.

Quand un tube alternativement rempli d'eau, qui, dans l'appareil des frères Weber, produisait les ondes courantes, débouchait près du fond, les ondes étaient, à ce qu'il paraît, plus allongées que lorsqu'il débouchait près de la surface de l'eau. Ainsi, la longueur des ondes

augmentant en général dans mes expériences avec la profondeur de l'eau au-dessus du fond du canal, toutes choses égales d'ailleurs, on se rapproche des effets résultant d'une augmentation de profondeur, en faisant déboucher le tube près du fond. Mais, abstraction faite des conditions résultant des considérations précédentes, il faut éviter les dispositions qui renverraient l'onde solitaire vers son origine. Elle se répand d'ailleurs assez rapidement comme une barre sur toute la largeur du canal, je veux dire, du moins, si ce dernier n'est pas trop large.

Il ne faut pas confondre ces effets avec ceux des ondes qui se produisent pendant un écoulement continu. Si une large veine d'eau se précipite dans un bassin d'une grande étendue, et qu'il en résulte des ondes dont le courant vient frapper la partie opposée du bassin, il se présente alors de véritables mouvements de clapotage. J'ai eu occasion d'observer des mouvements de ce genre en 1858, pendant le remplissage du nouveau bassin de Cherbourg.

A partir d'une certaine époque de ce remplissage, qui se faisait par une des extrémités du bassin, par suite d'une circonstance particulière, la terre d'un batardeau graduellement démoli était enlevée par le courant qui pénétrait dans ce bassin, déjà rempli jusqu'à une certaine hauteur. J'étais placé précisément en face de l'espèce de cascade qui en résultait. A partir de l'époque où le niveau de ce bassin a atteint celui de la nappe d'eau affluente, le liquide s'est mis à osciller contre la partie opposée à celle par laquelle arrivait cette nappe d'eau. Je n'avais malheureusement aucun moyen de prendre des mesures précises, ne m'attendant pas d'ailleurs à voir le phénomène se produire avec tant d'intensité. L'eau arrivait contre la paroi dont il s'agit, en formant des vagues d'une hauteur qui pouvait être d'environ un décimètre et qui empêchaient les corps flottants de venir la frapper. Les premières vagues réagissaient sur les suivantes, et le clapotage réagissait jusqu'à une distance notable dans le bassin.

J'ai eu occasion dans cette circonstance d'observer, pendant le remplissage d'un bassin très-large par rapport à la nappe d'eau qui y entrait, que le mouvement était loin de s'étendre comme une barre horizontale, mais divergeait, comme on devait s'y attendre; de sorte qu'il y avait une limite assez tranchée entre le reste du bassin et une surface

analogue à une sorte d'éventail terminé par une courbe convexe, l'origine de cet éventail étant, bien entendu, la nappe d'eau affluente. J'ai regretté de n'avoir aucun moyen de mesurer d'une manière précise les dimensions de cette surface, qui n'apparut d'ailleurs que pendant la seconde partie du remplissage, après l'accident arrivé au batardeau.

Avant cette époque, l'écoulement en cascade n'était pas très-fort : le courant traversait le bassin, venait frapper la partie opposée, la plus large du bassin, le long de laquelle le courant s'établissait d'une manière très-visible par ses ondulations, malgré son peu de largeur, jusqu'à l'angle par lequel cette paroi se terminait à son extrémité la plus éloignée et où le courant se perdait en tourbillons.

Mais il est inutile d'entrer ici dans ce genre de considérations; j'ai plutôt voulu fixer les idées sur la manière dont se comportent les ondes résultant d'un mode d'écoulement *en éventail*, et sur la forme générale des surfaces d'érosion de cette espèce d'éventail graduellement croissant pendant le remplissage d'un bassin.

IV.

Applications diverses à l'étude des travaux maritimes, etc.

Il y a eu, comme on sait, une discussion très-intéressante entre MM. Emy et Virla relativement à la théorie des ondes; j'en ai parlé dans mon Mémoire précité de 1848, mais je crois devoir ajouter ici à ce que j'en ai dit quelques observations relatives à l'hypothèse des *flots de fond* de M. Emy, d'autant plus que depuis cette époque on a peut-être perdu de vue l'état de la question.

M. Emy prétendait que lorsque les vagues rencontraient un ressaut brusque, immergé convenablement, le mouvement orbitaire devait pousser en avant des espèces de *bourrelets* donnant lieu à ce qu'il appelait *flots de fond*. Cette assertion ne me semblait pas suffisamment prouvée, parce qu'en supposant que l'on tînt compte de l'action de l'*orbite* sur la partie antérieure, il fallait aussi tenir compte du mouvement orbitaire à la partie postérieure. En supposant que les orbites fussent telles que dans l'hypothèse de M. Emy, on peut dire sans doute qu'il ne resterait de mouvement à la partie postérieure que ce qui n'au-

rait pas été employé à pousser le bourrelet par la partie antérieure de l'orbite. On pouvait cependant se demander si cette raison était réellement suffisante, du moins pour pousser une série de bourrelets inférieurs de manière à former quelque chose d'aussi puissant que le supposait M. Emy. Le mouvement était d'ailleurs en sens contraire de la propagation en avant pour la tangente horizontale de la partie inférieure de l'orbite.

On conçoit, d'après ce que je viens de dire, qu'il n'est pas étonnant que M. Arago, en présentant mes expériences sur les ondes à l'Académie des Sciences, y ait remarqué particulièrement que les corps roulants disposés sur l'axe d'un canal horizontal de section rectangulaire avaient été plus repoussés en arrière qu'en avant, selon mes observations réitérées. J'ai, il est vrai, trouvé depuis cette époque, comme je l'ai expliqué ci-dessus, que ce recul définitif, observé après le passage des ondes courantes, n'avait lieu sensiblement que jusqu'à une certaine distance de l'origine du mouvement alternatif qui les avait engendrées. Mais enfin il est bien remarquable qu'un recul définitif de ce genre s'était présenté d'une manière sensible, même sur un ressaut horizontal brusque, disposé à peu près à la moitié de la profondeur de l'eau.

Cela n'est pas décisif, sans doute, comme si ce recul pouvait être observé à des distances quelconques de l'origine du mouvement. Mais enfin, malgré les circonstances spéciales où ce fait a été observé, il semblera peut-être contraire à la théorie des flots de fond telle que l'entendait M. Émy. Ce savant admettait un mouvement quelconque de progression au sommet des orbites. Il paraît donc qu'à la partie inférieure une direction contraire des molécules devrait être considérée comme je l'ai dit ci-dessus. Cela semble, au premier aperçu, parfaitement conforme à ce que j'ai dit de mes expériences sur le canal en bois, où il y avait progression *définitive* à la surface, et recul *définitif* au fond. Mais comme cela ne s'est présenté que jusqu'à une certaine distance de l'origine du mouvement des ondes courantes, il ne faut pas en tirer de conséquences prématurées, tout en signalant ces faits pour valoir ce que de raison quant à l'application dont il s'agit.

Dans un Mémoire publié en 1850 dans ce journal, t. XV, p. 169, et

suiv., j'ai rappelé à la page 25 que la nouvelle espèce d'ondes à double mouvement oscillatoire et orbitaire avait été annoncée dans l'ouvrage allemand des frères Weber, analysé par M. Airy; mais il ne paraît pas, comme je l'ai dit ci-dessus, qu'ils se fussent occupés du cas où l'intumescence de l'onde n'est pas sensiblement plus aiguë que le creux. (Ils ne parlent que du cas où les sommets étaient beaucoup plus aigus. Je ne saurais trop insister sur ce point, parce qu'à l'époque où j'écrivis mon Mémoire de 1848 je ne connaissais pas le travail de M. Airy, que je regrette de n'avoir pu citer qu'en 1850, et qui se trouve dans l'*Encyclopedia metropolitana*, t. V, p. 344, année 1835.)

Ce sujet est d'ailleurs tellement vaste, que longtemps encore on ne pourra que réunir des faits avant de se prononcer d'une manière aussi nette qu'il semblait qu'on pouvait le faire de part ou d'autre à l'époque de la discussion célèbre qui eut lieu dans les *Annales des Ponts et Chaussées* entre MM. Émy et Virla.

Ce dernier convenait d'ailleurs des effets puissants de la force vive du mouvement des vagues sur les plages inclinées; mais il les attribuait à des espèces de coups de bélier, c'est-à-dire à des effets de concentration de la force vive des masses resserrées par la pente du rivage, comme on l'admet généralement aujourd'hui pour ce qu'on appelle le *flot courant*, selon une expression usitée par M. Cialdi.

Je vais maintenant donner la copie d'une Note que je considère comme une pièce historique essentielle, ainsi que je l'ai dit ci-dessus. Comme elle développe d'ailleurs, à certains égards, ce que j'ai signalé dans mon Mémoire de 1848, je la crois d'autant plus intéressante qu'elle complétera plusieurs choses dont j'ai parlé dans celui-ci, sans qu'il soit aussi nécessaire de recourir au premier.

Extrait des procès-verbaux des séances de la Société Philomathique de Paris, publiés par le journal l'Institut, p. 45 *du volume tiré à part pour cette Société* (*séance du* 25 *mars* 1843).

« HYDRODYNAMIQUE : *Expériences sur la formation de l'onde solitaire.* — M. de Caligny communique des expériences qu'il a faites sur

le canal de 24 mètres de long dont il a déjà entretenu la Société. Les expériences, objet de cette communication, ont principalement pour but la formation de l'*onde solitaire*, sans mouvement rétrograde bien sensible.

» Un cylindre, dont le diamètre est environ les deux tiers de la largeur du canal, étant enfoncé jusqu'au fond et s'élevant d'ailleurs au-dessus de la surface de l'eau, qui était à $0^m,20$ au-dessus du fond, ne produisait pas cette onde de la même manière que lorsqu'il était enfoncé à une profondeur moindre. Quand il est enfoncé jusqu'au fond et qu'on le traîne le long du canal d'un mouvement à peu près uniforme en marchant d'un pas ordinaire, ce n'est pas immédiatement devant le cylindre qu'il faut regarder pour voir se former l'onde, mais à une certaine distance en avant. Quand il n'est enfoncé qu'à une certaine profondeur, on voit l'onde se détacher du cylindre. Enfin, quand il est enfoncé seulement à une profondeur très-faible, cette onde ne paraît pas du tout en avant du cylindre, où l'on ne voit que de simples rides, ou ne paraît qu'à la fin de sa course à l'extrémité du canal. Dans le premier cas, lorsqu'on arrive vers la moitié de la longueur du canal, l'*onde solitaire* arrive déjà à l'autre extrémité, tandis que dans le second elle commence seulement à se détacher du cylindre.

» On voit combien la profondeur de la partie plongée influe sur le mode de production de l'*onde solitaire*. Il suffit d'ajouter qu'un cylindre *vertical*, de $0^m,04$ à $0^m,05$ de diamètre tout au plus, étant traîné avec une vitesse analogue le long du canal, était toujours précédé d'une onde solitaire quand il arrivait à l'extrémité, quoique le profil de sa partie plongée fût bien moindre que celui de la partie plongée du gros cylindre, dans le cas où ce dernier arrivait à l'extrémité sans être précédé d'une onde solitaire.

» Quant à la vitesse de l'onde solitaire, lorsqu'une fois elle est formée, le gros cylindre étant traîné lentement, puis arrêté, produisait une onde solitaire dont la vitesse moyenne, comptée pendant qu'elle traverse un certain nombre de fois le canal, était la même que lorsqu'on produisait cette onde en traînant quelques instants ce cylindre avec rapidité, et l'arrêtant aussi. Un autre fait déjà cité s'accorde avec celui-ci. Quand cette onde arrive à chaque extrémité du canal, elle y

éteint son mouvement avant de revenir sur ses pas, comme on l'a dit dans les précédentes communications. Or, la vitesse moyenne de l'onde solitaire, considérée à partir de ce point, dépend, comme il a été dit, de la profondeur du canal.

» Ces faits s'accordent avec la manière suivante de considérer le système de l'*onde solitaire*. Concevez deux tubes formant une sorte de grand T renversé, la branche horizontale étant remplie d'eau, et la branche verticale n'en contenant pas. La partie du tuyau horizontal en amont du tuyau vertical est supposée d'abord seule en mouvement. En vertu de ce mouvement, il monte de l'eau dans le tuyau vertical; la pression latérale de cette eau fait naître de la vitesse dans la portion horizontale en aval, et diminue la vitesse dans la portion en amont. Il y a une époque pendant laquelle la vitesse est la même en amont qu'en aval; puis la colonne verticale, en redescendant, éteint graduellement la vitesse en amont, tandis qu'elle l'augmente en aval jusqu'à ce que la colonne d'amont ait en définitive, bien entendu pour certaines proportions dans les longueurs et les hauteurs dues aux vitesses moyennes, produit un effet analogue à celui que les ressorts produisent dans la percussion de deux corps élastiques égaux, dont on sait que l'un peut échanger sa vitesse avec l'autre, qui le réduit lui-même au repos. Si l'on conçoit plusieurs systèmes analogues disposés les uns à la suite des autres, on concevra comment il peut se faire que l'intumescence de l'onde se transporte d'une extrémité à l'autre du canal, en faisant successivement naître et s'éteindre le mouvement, sur toute la hauteur du canal, en chaque point où elle passe, de façon que chaque prisme partiel est à son tour transporté dans le sens du mouvement sans retour bien sensible en arrière, et à une distance évidemment dépendante de la grandeur de l'intumescence, qui semble se transporter d'une manière continue, bien que les choses se passent comme il vient d'être dit.

» Si l'on admet que l'*onde solitaire* s'explique ainsi par un phénomène de colonne oscillante, les lois sur les colonnes oscillantes précédemment communiquées à la Société jetteront beaucoup de jour sur cette matière. On voit déjà pourquoi il y a tant de différence dans le *mode de production* de l'onde solitaire, selon que le cylindre est enfoncé à diverses profondeurs, et pourquoi la profondeur de la partie plongée

paraît être bien plus importante dans cette formation que son profil total. En effet, pour que le phénomène se présente dans toute son intensité, il faut que l'intumescence s'appuie sur du mouvement à éteindre en amont jusqu'au fond du canal.

» D'après ce qui a été dit dans les précédentes communications, les oscillations d'une colonne liquide dans un tube recourbé ou non, enfoncé en partie dans un réservoir, sont d'autant plus rapides que le rapport du diamètre de la partie plongée à celui de la partie qui reste hors de l'eau est plus grand. Cela s'explique parce que, s'il y a plus de masse dans la partie plongée, il y a moins de vitesse à engendrer; et cela est d'ailleurs un résultat très-positif d'expériences en grand. Or, toutes choses égales d'ailleurs, si, dans le canal objet de cette communication, la profondeur est augmentée, il se présentera dans le phénomène de colonne oscillante quelque chose de plus ou moins analogue à ce qui vient d'être dit; de sorte que la vitesse apparente de translation de l'onde sera augmentée, comme elle l'est en effet, par suite de la profondeur du canal, d'autant plus que, pour une longueur donnée de ce canal, le nombre d'oscillations est évidemment plutôt diminué qu'augmenté. La diminution de ce nombre est d'ailleurs un fait d'expérience, et il suffit de l'indiquer pour que le lecteur en tire les conséquences au moyen de la loi sur la durée des oscillations ordinaires, fonctions des racines carrées des longueurs. Il résulte de la nouvelle manière qui vient d'être proposée pour expliquer le système oscillant de l'onde solitaire, que la loi sur la vitesse de translation apparente, fonction des racines carrées des profondeurs, est assez rationnelle, si elle n'est pas rigoureusement exacte physiquement, mais qu'il sera sans doute utile d'y avoir égard dans les calculs sur la navigation des canaux.

» Quand l'onde est très-faible, le mouvement ne doit pas se distribuer jusqu'au fond du canal selon la même loi que pour une onde plus forte; de sorte que les choses se passent sans doute comme si la masse en oscillation était moindre. Cela expliquerait, d'après ce qui vient d'être dit, pourquoi les ondes faibles vont moins vite que les plus fortes à profondeur égale. On conçoit d'ailleurs que les ondes peuvent être assez petites pour ne plus propager le mouvement jusqu'au fond. Enfin, quand les ondes sont très-faibles ou ne sont que de simples

rides, la manière dont se modifient alors les lois des résistances passives explique une diminution de la vitesse et de la course totale.

» Les ondes dites *courantes*, précédées et suivies de creux, présentent, comme il a été dit dans les précédentes communications, une oscillation dans le sens horizontal pour chacun de leurs points, non-seulement au fond, mais à la surface; tandis qu'il n'y a rien de semblable dans l'onde *solitaire*, en ce sens qu'il ne s'y présente que des mouvements de recul extrêmement faibles par rapport aux mouvements de progression dans le sens de la vitesse apparente de l'intumescence. Conformément à ce qui a été dit, les ondes *courantes* proviennent aussi d'un mouvement d'oscillation, mais d'*oscillation de va-et-vient horizontal*. Si le principe de l'oscillation n'était pas le point essentiel de leur système, les espèces de tourbillons elliptiques dans des plans verticaux, qui se présentent dans les régions supérieures, donneraient lieu sur le fond à des tourbillons plus ou moins affaiblis; mais il paraîtrait difficile d'expliquer comment ils s'y transformeraient en mouvements de va-et-vient horizontaux. Il est, au contraire, facile de voir comment le mouvement horizontal, transmis d'abord directement par l'action de l'intumescence, donne lieu à un balancement dans le plan vertical, où les tranches horizontales s'entassent les unes sur les autres, de façon que le point le plus élevé au-dessus du fond est celui dont les oscillations verticales sont les plus grandes. Or, comme l'onde *courante* est précédée d'un creux, il en résulte un contre-courant, une oscillation en retour, et il est facile de voir comment il en résulte des espèces de tourbillons elliptiques dans les régions supérieures du liquide, bien que sur le fond le mouvement de va-et-vient horizontal se soit conservé, tandis qu'il ne se présente pas de semblables tourbillons dans l'onde solitaire, où il n'y a pas d'oscillation bien sensible en retour. On voit que l'onde *solitaire* a dans son principe beaucoup d'analogie avec l'onde *courante* (à oscillation double), et qu'il n'est pas étonnant qu'il y ait aussi beaucoup d'analogie dans les lois de leurs mouvements. »

Dans la citation précédente, comme dans celles que j'ai données ci-dessus de Notes publiées sur mes recherches dans le journal *l'Institut*, j'ai été obligé de reproduire les fautes de rédaction, parce qu'il s'agit,

non-seulement de compléter l'exposition des principaux faits, mais de reproduire, après beaucoup d'années, quelques extraits de véritables pièces historiques relatives à des objets dont on a pu s'occuper depuis sans me citer. J'ai eu soin d'ailleurs de ne les présenter que sous un point de vue qui m'a paru aujourd'hui encore de nature à intéresser le public. Les légères fautes de rédaction dont il s'agit seront facilement aperçues; ainsi il est à peine nécessaire de remarquer qu'à la fin de la Note de 1843 il aurait été bon de répéter les mots *oscillation en retour*, au lieu d'écrire *oscillation double*. Il m'a paru d'autant plus utile de reproduire en entier cette Note de 1843, qu'elle m'a semblé offrir un exemple intéressant de la manière de rendre en quelque sorte sensibles les raisons des phénomènes des ondes, notamment de celui de l'onde solitaire, dont on doit la première démonstration à Lagrange.

Depuis la publication de cette ancienne Note, M. Scott Russell, en 1844, a dit avoir observé le mouvement orbitaire jusqu'à la limite inférieure du mouvement des ondes courantes; aussi j'ai déjà dit dans mon Mémoire précité de 1848, que j'avais cru devoir présenter des faits tels que je les avais vus, mais sans chercher à leur donner plus de généralité qu'ils n'en ont peut-être, et sans avoir aucune répugnance à admettre ceux qui ont été vus par d'autres observateurs, surtout par un homme aussi distingué.

Je crois cependant pouvoir aujourd'hui déclarer d'une manière plus formelle, quant au système connu sous le nom de *siphonnement des ondes courantes*, tel qu'il était compris par M. Virla, que ce système me paraît inconciliable avec le mouvement de va-et-vient à la surface des flots que j'ai plus particulièrement observé sur les côtes de Normandie, mais que j'ai observé aussi dans bien d'autres circonstances, même à Versailles, sur la pièce d'eau des Suisses, ce qui rend ce genre d'observations facile à répéter dans une multitude de circonstances.

Quoiqu'il reste beaucoup à faire avant qu'on puisse assimiler d'une manière tout à fait convenable les expériences sur les ondes dans les canaux ou réservoirs factices aux grands phénomènes des vagues de la mer, les études de ce genre commencent cependant à être assez avancées pour qu'il ne soit pas impossible d'en tirer parti, sans y avoir, bien entendu, une entière confiance, dans l'étude provisoire des projets de certains travaux maritimes.

Pour donner un exemple de ce que je veux dire, je rappellerai que M. le commandant Cialdi a proposé un moyen de défendre les embouchures de certains ports-canaux. L'auteur proposant un système semblable pour diverses localités, pour l'embouchure du canal de l'isthme de Suez dans la Méditerranée, pour l'embouchure de l'Adour, etc., on pourrait être bien aise d'avoir un moyen d'étudier sur un modèle par expérience, s'il est réellement possible de diriger la force des vagues de manière à convertir, selon les expressions adoptées par l'auteur, *ces dangereux ennemis en robustes esclaves,* c'est-à-dire à les employer eux-mêmes à déblayer des embouchures qu'ils comblaient autrefois.

Si l'on suppose connues les directions principales des vagues dont il s'agit, en tenant compte de la direction des vents dont on a principalement à s'occuper et de la configuration du rivage, il semble très-possible de construire un modèle de dimensions convenables avec plages artificielles de sable, etc.

Les deux espèces d'ondes principales paraissant être les ondes *courantes* et les ondes dites *solitaires* ou *de translation,* je rappellerai les divers moyens indiqués ci-dessus de produire et même d'entremêler ces deux espèces d'ondes dans les directions voulues. Je rappellerai aussi au besoin les moyens que j'ai indiqués pour en multiplier les effets ou pour en augmenter le nombre dans des espaces plus ou moins resserrés comme le sont nécessairement ceux d'un modèle.

En définitive, il ne me paraît pas impossible, du moins après quelques recherches spéciales, de disposer un modèle de manière à étudier, avec quelques chances d'utilité pratique, le système dont il s'agit. On sait d'ailleurs que la plupart des lois de l'hydraulique ont été d'abord établies par des expériences en petit, et que si des modifications y ont été faites depuis par des expériences en grand, les premières ont eu une utilité que personne ne conteste, et qu'on peut ainsi avoir l'espérance d'éviter des dépenses considérables par des études convenablement dirigées. Je ne vois pas pourquoi les études des travaux maritimes ne profiteraient pas aussi des progrès de la partie de la physique objet de ce Mémoire sur les ondes.

Je serais heureux que ces indications pussent faire naître l'idée, à

l'occasion de l'Exposition universelle de 1867, de construire un modèle du système que M. Cialdi propose pour le canal de l'isthme de Suez.

Remarques sur les ondes produites par la décharge des écluses de navigation.

Depuis que ce qui précède est écrit, j'ai appris que les conclusions favorables du Rapport de la Commission d'Ingénieurs des Ponts et Chaussées, qui avait été chargée de faire des expériences en grand sur un système d'écluses dont je suis l'inventeur et dont j'ai parlé dans le tome VII, 2^{e} série, du *Journal de Mathématiques,* avaient été approuvées par M. le Ministre des Travaux publics. Je crois donc devoir, comme nouvel exemple d'application utile de mes recherches sur les ondes, signaler et discuter quelques faits que j'ai observés en 1857 sur le canal Saint-Denis.

Quand on vide un sas d'écluse par les moyens ordinaires, l'eau, en sortant dans le bief d'aval avec des vitesses qui diminuent de plus en plus, cause un gonflement d'où résulte une grande onde de l'espèce appelée *solitaire* ou de *translation*. Dans diverses circonstances, je l'ai vue arriver jusqu'aux portes de l'écluse immédiatement en aval, et occasionner au-dessus d'elles un versement d'une durée suffisante pour faire croire à des personnes qui se trouvaient d'un côté de l'écluse qu'on ne pourrait point traverser le pont de service disposé sur ces portes.

Il est assez difficile de se rendre un compte exact de la quantité d'eau perdue dans les canaux par suite de cet effet qui n'avait peut-être pas encore été signalé. Il dépend évidemment de la hauteur de l'eau dans le bief d'aval, hauteur généralement assez variable. Il est clair que si ce niveau était trop peu au-dessous du sommet des portes de l'écluse d'aval, il pourrait, dans certains cas, se perdre une partie notable de l'éclusée d'amont, et c'est probablement ce qui a souvent lieu dans le service de nuit.

Mais quand il n'en résulterait que des pertes d'eau peu importantes, par suite d'un règlement convenable des niveaux, il n'en serait pas

moins intéressant pour la science de remarquer que si cet effet était supprimé par suite d'un moyen particulier d'épargner l'eau dans les écluses de navigation, il faudrait ajouter une fraction quelconque à l'effet utile obtenu. D'ailleurs, sans rien changer à la hauteur des portes, on pourrait, en évitant le versement dont il s'agit, conserver les niveaux plus élevés dans les biefs, ce qui serait souvent commode pour la navigation des bateaux très-chargés, et permettrait d'augmenter généralement leur tirant d'eau sans rien changer à la profondeur des canaux existants, ni à la hauteur des portes d'écluses que l'on modère pour éviter les inondations.

Or, tout moyen de diminuer à chaque passage la quantité d'eau versée au bief d'aval, étant sans doute une cause de diminution des ondes dont il s'agit, semble permettre de rapprocher le niveau de chaque bief de la limite de hauteur que je viens d'indiquer.

C'est peut-être pour le moyen que j'ai le plus spécialement proposé, et sur lequel j'ai fait les expériences en grand que je rappelle, que cette remarque est le plus essentielle, à cause de la manière dont les ondes sont modifiées par suite du mode d'écoulement alternatif. On conçoit en effet, sans qu'il soit nécessaire de donner ici la description du système, que les ondes formées par un écoulement alternatif doivent être chacune bien moindres que la grande onde principale dont j'ai parlé relativement au canal Saint-Denis.

Or, quand plusieurs ondes de ce genre se suivent et rencontrent un plan vertical contre lequel elles se réfléchissent, comme cela doit arriver à la rencontre des portes de l'écluse d'aval, il se produit nécessairement des effets analogues à ceux dont j'ai parlé ci-dessus, en rendant compte de l'espèce de clapotage qui résulte de la rencontre des ondes réfléchies et de celles qui se dirigent de l'amont à l'aval. Il est nécessaire de revoir ce que j'ai dit ci-dessus relativement aux effets variés des ondes qui se rencontrent et semblent se traverser. Or, si la première onde n'est pas assez forte pour occasionner un versement au-dessus des portes de l'écluse d'aval, elle est obligée de revenir en arrière pour présenter après la rencontre de l'onde qui la suit, et ainsi de suite entre les suivantes, l'ensemble des faits que je viens de rappeler.

C'est même une garantie d'autant plus forte contre le versement à

éviter, que cet ensemble d'actions et de réactions ne peut se faire sans perte de force vive; aussi j'ai souvent observé, lorsqu'une onde solitaire se promène de l'extrémité à l'autre d'un canal, qu'à chaque traversée elle monte un peu moins haut qu'à la traversée précédente contre chaque extrémité du canal. Or, quand deux ondes se frappent pour se séparer ensuite, il se présente des causes de perte de force vive analogues à ce dont je viens de parler, et qu'il ne faut pas seulement attribuer aux effets du frottement dans la traversée.

Il est juste d'observer que lorsque l'écluse se vide, dans le système dont il s'agit, par décharges alternatives, une partie notable de l'eau étant d'ailleurs relevée au bief supérieur, les quantités d'eau descendues à chaque période au bief d'aval augmentant il est vrai de plus en plus, les premières ondes doivent être moins fortes que les suivantes; or on sait que les petites ondes vont moins vite que les grandes. Mais au moins, dans les premières périodes, elles ne se suivent pas à des intervalles assez courts pour qu'il soit probable qu'elles puissent se rencontrer, tant qu'elles marchent dans le même sens, parce qu'elles sont séparées d'abord à cause de la durée du versement de l'eau qui remonte au bief supérieur pendant que la communication avec le bief d'aval est interrompue.

On sait que la vidange des écluses se fait dans le système ordinaire avec des vitesses qui diminuent à mesure que le niveau baisse dans le sas. On conçoit qu'à partir d'une certaine époque la masse d'eau qui en sort n'est pas aussi grande que celle qui peut être débitée par la grande onde de translation résultant de la grande quantité d'eau jetée sous de fortes charges au bief d'aval. On pouvait donc penser que cette onde devait se détacher d'une partie quelconque de l'amas d'eau provenant de la vidange du sas. On la voit en effet se présenter plus distinctement à une distance assez considérable en aval de l'écluse formant une onde principale antérieure; c'est en général celle dont il faut surtout se défier quant au versement au-dessus des portes de l'écluse suivante.

Il se présente bien ensuite d'autres ondes, mais je n'en ai pas remarqué encore s'élevant assez haut pour donner lieu aussi à un versement. Ces ondes plus faibles, après s'être élevées le long des portes de l'écluse d'aval, redescendaient et revenaient en arrière, comme

celles dont j'ai parlé ci-dessus. Cela dépend au reste de la hauteur du niveau de l'eau dans chaque bief.

Il y aura des études intéressantes à faire sur ce phénomène considéré dans des canaux de conditions diverses. Je me proposais seulement ici de donner une idée générale des conséquences qui peuvent en résulter pour divers systèmes d'écluses de navigation.

Quant à ce qui concerne spécialement le système sur lequel j'ai fait des expériences pour vider et remplir les écluses au moyen d'écoulements alternatifs, si, dans la vidange, les premières ondes sont moindres que celles qui les suivent dans le bief d'aval, c'est le contraire pour le bief d'amont quand on y relève une partie de l'éclusée. Or, il doit en résulter des effets variés dans la rencontre des ondes pour chaque bief, et toutes ces rencontres ne pouvant se faire sans perte de force vive, cela même est une cause de diminution dans les hauteurs de ces ondes, ainsi que je l'ai déjà indiqué par les considérations ci-dessus.

Effets singuliers du mouvement de l'eau dans les coudes; application à la recherche des carrières de gravier.

Comme complément aux recherches sur les tourbillons que j'ai publiées en 1850 dans le *Journal de Mathématiques*, je crois intéressant de signaler quelques expériences sur le mouvement de l'eau dans les coudes, considéré dans ses rapports avec la succion des vagues, la constitution géologique des vallées, et notamment les effets singuliers qui peuvent résulter de la disposition des cours d'eau souterrains.

Ayant disposé sur un tube vertical de 2 centimètres de diamètre intérieur, où l'eau coulait de bas en haut, un tube coudé à angle droit vif, dont le sommet était terminé par une paroi à peu près plane, se raccordant avec la partie horizontale de ce coude, j'y ai pratiqué trois petits orifices, l'un très-près de l'angle de ce coude, l'autre au-dessus de l'arête intérieure du tube vertical, le troisième sur la branche horizontale, éloigné du précédent d'une distance égale au diamètre du tube, qui était d'ailleurs le même que le diamètre des deux parties du tube coudé. Ces trois petits orifices étaient sur une même horizontale,

arête supérieure de la seconde partie du coude. Je pouvais les boucher alternativement avec de la cire.

Un jet d'eau sortait verticalement par l'orifice situé à l'angle du coude. Le jet était incliné quand il sortait par le second orifice; son inclinaison, que je ne notai pas exactement n'y attachant pas alors beaucoup d'importance, différait peu de la moitié d'un angle droit avec l'horizontale. Enfin, par le troisième orifice, *il ne sortait pas du tout d'eau* : c'est le point essentiel de cette observation relativement au sujet dont il s'agit, car on peut déjà en conclure que si le coude avait été plongé dans l'eau, celle qui coulait à l'intérieur aurait causé une aspiration, quand même cela n'aurait été qu'en vertu du phénomène de la communication latérale du mouvement des liquides.

Mais il doit y avoir quelque chose de plus dans une partie du coude dont il s'agit; car, en étudiant la question de la succion des vagues, je me suis souvenu d'une observation que j'avais eu occasion de faire il y a longtemps sans y attacher d'importance, sur un canal en planches coudé à angle droit vif au-dessus d'un moulin. L'eau, après avoir frappé la paroi opposée de ce coude, se réfléchissait en donnant aux filets liquides une courbure tournée de manière que la force centrifuge devait s'opposer à la pression qui aurait eu lieu dans l'état de repos contre les parois d'une portion de la branche d'aval du coude.

En réunissant les faits de ce genre à ceux dont j'ai parlé dans le *Journal de Mathématiques* en 1862, j'en conclus que, même pour les angles droits vifs, et à plus forte raison pour certains angles obtus, le mouvement de l'eau dans certains tuyaux coudés est une cause de succion qui dans beaucoup de cas peut être très-puissante sur des cours d'eau souterrains, s'il y a une cavité d'une forme convenable au fond des coudes.

Or, il n'y a rien d'étonnant à ce qu'il se présente dans les rochers sous-marins et autres des tuyaux naturels coudés d'une manière plus ou moins irrégulière; on conçoit même que les phénomènes de ces coudes, sans avoir recours aux dispositions plus analogues à celles dont l'étude m'a conduit à montrer plus spécialement comment on peut utiliser la succion des vagues, présentent des causes de succion assez puissantes pour expliquer peut-être, par exemple, de quelle manière, dans l'île de Céphalonie, un cours d'eau capable de faire mar-

cher plusieurs moulins peut se précipiter dans la terre à un niveau inférieur à celui de la mer. Cette explication serait même plus générale que celles dont j'ai parlé et qui reposent sur le mouvement des vagues, parce que le phénomène qu'il s'agit d'expliquer à Céphalonie paraît ne pas dépendre seulement de l'état de la mer.

M. le Colonel Émy a rassemblé, dans son ouvrage sur les ondes, des documents sur les jets d'eau alternatifs occasionnés par les mouvements de la mer, et dont le plus élevé monterait, selon lui, jusqu'à environ 150 mètres. Sans compter à beaucoup près sur de pareils effets, et même en se réduisant aux observations sur les hauteurs ordinaires qu'il signale, p. 60, etc., à l'ascension de l'eau contre les côtes et les rochers, cela suffit pour montrer l'importance des applications dont nos nouvelles idées sur la succion des flots, exposées dans mon Mémoire précité de 1862, sont susceptibles [*].

Mais quant aux applications du principe exposé ci-dessus aux cours d'eau permanents ordinaires, au moyen de la forme des surfaces qui peuvent être soumises à la percussion de l'eau, il suffit, pour en signaler la possibilité dans des circonstances peut-être d'ailleurs assez rares, de rappeler les faits recueillis sur l'action de l'eau dans les coudes brusques par les anciens hydrauliciens qui n'avaient aucune idée des effets de succion dont il s'agit (*voir* BERNARD, *Principes d'Hydraulique*, n° **285**, etc., etc.)

C'est peut-être ici le lieu de remarquer l'influence intéressante que le mouvement de l'eau dans les coudes doit avoir exercée sur la formation des gisements de graviers par des courants anciens dont les géologues admettent l'existence.

J'ai eu occasion de faire à ce sujet une observation qui me paraît mériter d'être signalée, parce que la construction des chemins de fer donnant lieu à l'exploitation de beaucoup de carrières de gravier, il sera sans doute facile de la généraliser et d'en étudier les conséquences d'une manière plus complète.

---

[*] Ces idées sont très-différentes de celles que j'ai exposées en 1843 dans le *Journal de Mathématiques*, dans un Mémoire sur les fontaines intermittentes sous-marines et les courants temporaires, suivi d'une Note de M. Combes qui en développe quelques résultats.

On sait qu'en général dans les coudes l'eau coule principalement dans la partie concave; c'est ce que connaissent parfaitement les marins accoutumés à remonter le cours des fleuves. Il en résulte que les dépôts se font surtout en aval des parties convexes dans les circonstances analogues à la suivante, qui servira d'ailleurs à mieux spécifier ma pensée.

Une vallée, après avoir eu, sur une assez grande longueur, une direction rectiligne, forme un coude dans la partie concave duquel on ne trouve pas de gravier. Il n'y a pas non plus de gravier dans toute la partie rectiligne de ce qu'on peut appeler ses *rives*. Mais il y en a précisément en aval de la partie convexe du coude, dans la portion de l'ancien lit du courant supposé où doivent avoir eu lieu les plus grandes diminutions de vitesse, et où les principaux tourbillons ont dû arrêter les graviers qu'on y trouve.

Il est à remarquer que, non-seulement l'emplacement de ce gravier, mais la diminution graduelle de l'épaisseur de la couche qu'il forme, offrent bien tous les caractères d'un dépôt, d'après les renseignements qu'il m'a été possible de recueillir au moyen des sondages qui y ont été faits par la Compagnie du chemin de fer de Paris à Cherbourg.

Il est même possible que ce soit par un courant, qui n'est peut-être pas extrêmement ancien, que la formation de ce gisement de gravier ait été faite, car une petite rivière qui coule dans cette vallée contient encore du gravier; et d'ailleurs, on conserve le souvenir de plusieurs inondations considérables, dont une a même eu lieu il y a peu d'années, malgré la destruction d'une ancienne forêt qui existait autrefois près de l'origine des versants.

Quoi qu'il en soit, il m'a semblé que ce genre d'observations pouvait être utile, soit pour donner une idée de la manière dont la seule inspection des terrains permettrait, quelquefois du moins, de prévoir l'étendue et l'importance de chaque gisement de gravier; soit pour établir d'une manière plus complète, après l'exploitation des carrières de gravier, étant donnés la profondeur, le mode de variation des couches et surtout l'emplacement par rapport aux coudes des vallées, que ces gisements ont été déposés par les eaux.

On conçoit d'ailleurs, d'après ce que j'ai dit ci-dessus, relativement au mode de succion nouveau qui peut se présenter, même dans certains

cas, vers la concavité des sinuosités des cours d'eau, que cette étude doit devenir très-variée. Il serait assez singulier que ces recherches pussent même servir à éclairer l'Hydraulique au moyen de la Géologie.

J'ai eu occasion de faire une observation semblable sur une carrière de gravier qui est aussi sur le parcours du même chemin de fer. Mais je me suis un peu plus étendu sur la première observation, en ayant eu plus complétement connaissance, parce que j'ai étudié la carrière et les sondages précisément chez moi, à Flottemanville, près Valognes.

Sans entrer ici dans plus de détails, je signalerai encore les effets de la disposition des obstacles dans les coudes des vallées, relativement à la formation définitive de ces vallées quand elles sont plus ou moins sablonneuses, et quand on tient compte d'une manière analogue de l'effet des vents, mais aussi de ce qu'ils peuvent souffler dans des directions opposées.

Nota. M. de Tessan, dans la séance de l'Académie des Sciences de l'Institut du 11 juin (*voir* p. 1271 à 1277 des *Comptes rendus*), vient de faire un Rapport sur l'ouvrage précité de M. Cialdi. On y lit, p. 1276 : « L'appendice contient des Notes ou Mémoires de divers savants. On y trouve entre autres plusieurs Notes de M. de Caligny, souvent cité avec éloge dans le corps de l'ouvrage pour ses divers travaux relatifs au mouvement des ondes liquides. »

Cette citation sera peut-être considérée comme une approbation implicite de M. de Tessan lui-même, relativement à l'ensemble de mes recherches sur les ondes, d'après la manière dont il termine par les mots suivants son Rapport sur cet ouvrage de M. Cialdi : « ... Quoiqu'on puisse différer d'opinion avec l'auteur sur l'explication de quelques faits particuliers peu nombreux et sur la partie pratique de quelques déductions, on ne peut qu'accorder une approbation complète à l'ensemble de son excellent travail, et désirer vivement de voir traduire en notre langue un ouvrage de cette valeur, qui, au mérite d'une vaste érudition et de l'utilité pratique, objet plus spécial de ce Traité, joint le double avantage de faire réfléchir avec fruit et d'exciter à l'observation de faits d'une importance réelle. »