GROUPE D'ÉTUDE D'ALGÈBRE

JEAN GUÉRINDON

Sur les modules linéairement compacts

Groupe d'étude d'algèbre, tome 2 (1976-1977), exp. n° 1, p. 1-8

<http://www.numdam.org/item?id=GEA_1976-1977__2__A1_0>

Groupe d'étude d'ALGÈBRE
(Marie-Paule MALLIAVIN)
2e année, 1976/77, n° 1, 8 p.

31 janvier 1977

SUR LES MODULES LINÉAIREMENT COMPACTS

par Jean GUÉRINDON

Introduction.

La notion d'objet injectif en une catégorie générale permet d'énoncer simplement certains résultats. Par exemple, le théorème de Hahn-Banach signifie que $\underset{\sim}{R}$ est un objet injectif dans le catégorie des algèbres de Banach réelles. L'axiome (AB5) de GROTHENDIECK en une catégorie abélienne permet de plonger tout objet en un objet injectif. Si on considère la catégorie des modules avec les morphismes purs, on introduit la notion d'enveloppe pure injective d'un module [12]. Dans cet exposé, nous supposons que l'anneau de base R est "classique" au sens de VAMOS (cf. [10], [11]). Par exemple, il est localement noethérien commutatif, ce qui permet d'utiliser la théorie des modules linéairement compacts pour une topologie linéaire. On supposera R commutatif unitaire et les modules unitaires. On obtiendra, alors, des théorèmes de structure pour les modules linéairement compacts sur un anneau localement noethérien. Cela généralisera partiellement, un résultat de L. FUCHS [4] sur l'identité des groupes abéliens linéairement compacts et des groupes limite projective de groupes avec conditions minimales pour les sous-groupes (théorème 4).

Le théorème 1 permet de généraliser un théorème connu de Łoś suivant lequel un groupe est sous-groupe pur du produit de ses quotients cocycliques. On introduira alors la classe des topologies linéaires "de type $\mathfrak{F}$" qui s'applique à la fois aux séries restreintes sur un anneau noethérien et à la f. e. topologiee considérée dans les énoncés des théorèmes 3 et suivants. Enfin, on compare l'enveloppe pure injective d'un module à sa complétion pour la topologie linéairement compacte (cf. Corollaire des théorèmes 2 et 3).

1. Modules artiniens et f. e. modules.

Rappelons la définition des f. e. modules (finitely imbedded) de Vamos (cf. [10], [11]). On désignera par $S(M)$ le socle d'un module M.

Théorème et définition. - Un R-module M est dit "un f. e. module" s'il satisfait à l'une des conditions équivalentes suivantes :

(α) L'enveloppe injective $E(M)$ est somme directe d'un nombre fini $E(S_1) \oplus \ldots \oplus E(S_k)$ d'enveloppes injectives de modules simples S_i

(β) M est extension essentielle de son socle $S(M)$, et $S(M)$ est de type fini.

(γ) Tout système filtrant décroissant de sous-modules non nuls de M est borné inférieurement par un sous-module non nul de M.

VAMOS établit et montre les 3 propriétés suivantes :

PROPRIÉTÉ 1. - Soit $0 \longrightarrow A' \longrightarrow A \longrightarrow A'' \longrightarrow 0$ une suite exacte de R-modules. Si A est un f. e. module, A' est un f. e. module. Si A' et A'' sont des f. e. modules, A est un f. e. module.

PROPRIÉTÉ 2. - Un module est artinien si, et seulement si, tous ses quotients sont des f. e. modules.

PROPRIÉTÉ 3. - Si R est un anneau commutatif, alors R est localement noethérien si, et seulement si, tout f. e. module est artinien.

Définition 1. - On appelle "topologie cofinie" ou "f. e. topologie", la topologie linéaire définie sur un R-module M par les M_i, tels que M/M_i soit un f. e. module.

On voit alors que si, R est localement noethérien, la f. e. topologie $\mathcal{C}$ est la topologie artinienne sur M. Si on considère tous les sous-modules M'_j de M, tels que M'_j soit superirréductible (ou abrité) en M, les M'_j définissent une topologie linéaire $\mathcal{S}$ sur M qui coincide avec $\mathcal{C}$. En effet, si M'_j est abrité, M/M'_j est un f. e. module. Réciproquement, si $F \subset M$ et M/F est un f. e. module, il est artinien. Or F est intersection de tous les sous-modules de M, qui contiennent F, et sont abrités en M. Comme M/F est artinien, F est une intersection finie de tels modules abrités. On a donc $\mathcal{S} = \mathcal{C}$. Lorsque R est quelconque, $\mathcal{C}$ est plus fine que $\mathcal{S}$.

Comme pour R quelconque, tout sous-module H de M est fermé pour $\mathcal{S}$, il est fermé pour $\mathcal{C}$ qui est plus fine que $\mathcal{S}$. En particulier, les topologies $\mathcal{S}$ et $\mathcal{C}$ sont séparées.

Dans le cas particulier où R est localement noethérien, on a une démonstration simple du lemme suivant, qui reste valable dans le cas général (cf. [11]).

LEMME. - Si E est un sous-module de F, la f. e. topologie sur E est la restriction de la f. e. topologie sur F.

On supposera R localement noethérien. On sait, d'après la propriété 1, qu'un sous-module d'un f. e. module est un f. e. module. Il suffit donc de voir que si V est un sous-module de E, qui est abrité en E, il est la restriction d'un sous-module abrité en F. Si $x \in E$, V est tel que $(V + Rx)/V$ soit simple. Soit W un sous-module de F qui contient V, et est maximal avec la propriété $W \not\ni x$. Alors W est abrité, et on a $W \cap E = V$.

Définition 2 (cf. [11]). - Un anneau R est "classique", si tout f. e. module est linéairement compact discret.

Par exemple, les anneaux localement noethériens, les anneaux de valuation maximaux sont des anneaux classiques. La f. e. topologie a été étudiée par FAKHRUDIN (cf. [3]) et COUCHOT (cf. [2]). Nous avons deux propriétés valables pour R commutatif quelconque.

PROPRIÉTÉ 4. - Un produit fini de n f. e. modules est un f. e. module.

En raisonnant par récurrence sur n, on peut se borner au cas $n = 2$. Or si $P = E_1 \times E_2$, avec E_1 et E_2 f. e. modules, $P/E_1 \approx E_2$, et donc P est un f. e. module d'après la propriété 1.

PROPRIÉTÉ 5. - Si $P = E_1 \times E_2 \times \ldots \times E_n$, la f. e. topologie sur P est le produit des f. e. topologies sur les facteurs.

On peut supposer, au moyen d'un raisonnement par récurrence, que l'on a $n = 2$. Soit π' la f. e. topologie sur P, π_1 sa restriction à E_1, qui est la f. e. topologie sur E_1, de même π_2 sur E_2. Si $L \subset P$ et si P/L est un f. e. module, si $L \cap P_1 = L_1$, $L \cap P_2 = L_2$; alors L_1 est un voisinage de 0 pour π_1, L_2 pour π_2, $L \supseteq L_1 \oplus L_2$, et donc L est un voisinage de 0 pour π'. Inversement, si $M_1 \oplus M_2$ est un voisinage de 0 pour $\pi_1 \times \pi_2$, on a E_1/M_1 et E_2/M_2 f. e. modules et $P/(M_1 \oplus M_2)$ est un f. e. module d'après la propriété 4. Donc $M_1 \oplus M_2$ est un voisinage de 0 pour π'. Finalement, $\pi' = \pi_1 \times \pi_2$.

C. Q. F. D.

2. Enveloppes pures-injectives.

La théorie de l'enveloppe dans la catégorie des R-modules se transpose à la catégorie $\mathcal{P}(R)$ des R-modules munie des morphismes qui sont les homomorphismes purs (donc injectifs). C'est ce qu'a fait WARFIELF [12].

Dans la théorie classique de l'enveloppe injective on plonge un module donné E en un module injectif E_0, et on considère un module $E(M)$ tel que $E \subseteq E(M) \subseteq E_0$, et qui est sous-extension essentielle maximale en E_0. Alors, toute extension injective et essentielle H de E est telle qu'il existe un R-isomorphisme : $H \xrightarrow{\sim} E(M)$ qui est l'identité sur E. $E(M)$ est "l'enveloppe injective" de E.

Définition 3. - Une injection pure de R-modules $A \longrightarrow B$ est pure essentielle, s'il n'existe pas de sous-module non nul S de B tel que $S \cap A = 0$, et que $(A + S)/S \longrightarrow B/S$ soit pure.

Définition 4. - Une extension pure B de A est une enveloppe pure injective, si B est un R-module pur injectif (algébriquement compact), et si B est une extension pure essentielle de A.

WARFIELD ([11], prop. 6) montre que les enveloppes pures injectives existent (on prend une extension pure essentielle maximale de E donné en un module pur injectif E_0 que l'on construit) et que l'on a la propriété suivante.

PROPRIÉTÉ 6. - Les enveloppes pures injectives existent, et sont uniques à un R-isomorphisme (non unique !) près.

Si A est un R-module et B une enveloppe pure injective de A, et si $f : A \longrightarrow C$ est une injection pure de A en un R-module pur injectif C, alors f s'étend par $g : B \longrightarrow C$ qui est pure.

Remarque 1. - L'enveloppe pure injective n'est donc pas solution d'un problème universel, pas plus que dans la théorie classique "non pure" (cf. J.-P. LAFON, [7], chap. 5, § 5).

Remarque 2. - Si l'anneau de base est "classique", un module, tel que E_0, est plus facile à trouver que dans le cas général. On peut en effet, prendre pour E_0 le complété proj lim $(E/\mathcal{U}_i)$ de E par la f. e. topologie (cf. th. 3, et aussi [3] et [2]). En effet, les $E/\mathcal{U}_i$ sont linéairement compacts dans ce cas, et E_0 aussi. Donc il est pur injectif.

3. $\mathfrak{F}$-topologies linéaires sur un module.

Soient M un R-module, et $\mathcal{T}$ une topologie linéaire sur M. On dira que $\mathcal{T}$ est de "type $\mathfrak{F}$", ou est une "$\mathfrak{F}$-topologie", si pour tout entier p, tout sous-module du produit M^p est fermé pour la topologie produit des topologies $\mathcal{T}$ des p facteurs.

Exemple (a). - $\mathcal{T}$ est la topologie m-adique sur un module de type fini sur un anneau de Zariski m-adique R. On a diverses applications aux séries restreintes, considérées comme complétés d'anneaux de polynômes.

Exemple (b). - $\mathcal{S}$ est la f. e. topologie sur M qui est définie au § 1. D'après la proposition ultérieure, $\mathcal{S}$ est définie en prenant pour voisinages fondamentaux de 0 en M tous les sous-modules super-irréductible M_i (ou "abrités") en M (M/M_i a un sous-module non nul minimum).

On obtient alors le théorème suivant qui s'applique aux deux exemples précédents ainsi qu'à la situation du théorème 3.

THÉORÈME 1. - *Si des sous-modules* $\{E_i\}$ $(i \in I)$ *de* E *engendrent en* E, *une* $\mathfrak{F}$-*topologie* $\mathcal{T}$, *de complété* $\hat{E}$, *alors les injections canoniques* $\theta : E \longmapsto \prod_i (E/E_i)$, $\varphi : E \longmapsto \hat{E}$ *sont pures.*

Notons que $\mathcal{T}$ est séparée, et que l'on peut augmenter $\{E_i\}$ en prenant les intersections finies de tels E_i, puisqu'un facteur direct d'un module extension pure de E est extension pure de E. De même, si E est pure pour la famille augmentée, φ sera pure, $\mathcal{T}$ étant séparée. Pour tout L de présentation finie, $A^q \to A^p \to L \to 0$. Soit τ l'isomorphisme canonique

$$L \otimes \prod_i (E/E_i) \simeq \prod_i (L \otimes (E/E_i)) .$$

Alors θ sera pure si $W : L \otimes E \longrightarrow \prod_i (L \otimes (E/E_i))$ est injective.
On pose $\theta_i : L \otimes E \longrightarrow L \otimes (E/E_i)$ canonique. Tout revient à voir que $\xi \in (L \otimes E)$, $\theta_i(\xi) = 0$ pour tout i, entraine $\xi = 0$, ou encore, en considérant la suite exacte

$$L \otimes E_i \xrightarrow{\downarrow i} L \otimes E \xrightarrow{\theta_i} L \otimes (E/E_i) \longrightarrow 0 ,$$

que l'on a $\bigcap_i \ker \theta_i = 0$. On a alors, pour chaque i, un diagramme commutatif à lignes exactes.

$$\begin{array}{ccccccc}
A^q \otimes E_i & \longrightarrow & A^p \otimes E_i & \xrightarrow{\sigma_i} & L \otimes E_i & \longrightarrow & 0 \\
\downarrow & & \downarrow{\scriptstyle \omega_i} & & \downarrow{\scriptstyle \psi_i} & & \\
A^q \otimes E & \xrightarrow{\rho} & A^p \otimes E & \xrightarrow{\sigma} & L \otimes E & \longrightarrow & 0 \\
\downarrow & & \downarrow & & \downarrow{\scriptstyle \theta_i} & & \\
A^q \otimes (E/E_i) & \to & A^p \otimes (E/E_i) & \to & L \otimes (E/E_i) & \to & 0
\end{array}$$

où, en identifiant, pour tout module F et tout q', $A^{q'} \otimes F$ à $F^{q'}$:

$$\begin{array}{ccccccc}
E_i^q & \longrightarrow & E_i^p & \xrightarrow{\sigma_i} & L \otimes E_i & \longrightarrow & 0 \\
\downarrow & & \downarrow{\scriptstyle \omega_i} & & \downarrow{\scriptstyle \psi_i} & & \\
E^q & \xrightarrow{\rho} & E^p & \xrightarrow{\sigma} & L \otimes E & \longrightarrow & 0 \\
\downarrow & & \downarrow & & \downarrow{\scriptstyle \theta_i} & & \\
(E/E_i)^q & \to & (E/E_i)^p & \to & L \otimes (E/E_i) & \to & 0 .
\end{array}$$

Alors, si $\xi \in L \otimes E$, est tel que, pour tout i, on ait $\theta_i(\xi) = 0$, on aura

$$\xi \in \operatorname{Im} \psi_i = \operatorname{Im} \psi_i \sigma_i = \operatorname{Im} (\sigma\omega_i) ,$$

et $\xi = \sigma\omega_i(z_i)$ pour un z_i en E_i^p de la forme $(\sum_j a_{ij}^k e_{ij})$ $(k = 1, 2, \dots, \rho$, $a_{ij}^k \in A$, $e_{ij} \in E_i$) avec $\omega_i(z_i) \in E^p$. Alors $\xi \in \bigcap_i \sigma E_i^p$.
Si λ est l'homomorphisme canonique $E^p \longrightarrow E^p/\rho(E^q)$, soit, pour tout i, $E_i'' = \lambda(E_i^p)$. Si on voit que $\bigcap_i E_i'' = 0$, on aura $\xi \in \sigma(E_i^p)$. Or σ induit un isomorphisme $\bar{\sigma}$: $E^p/\rho(E^q) \xrightarrow{\sim} L \otimes E$.

De $\xi \in \sigma(E_i^p)$, on tire $\xi \in \bar{\sigma}\theta(E_i^p)$. Or $\bar{\sigma}$ est inversible, on a

$$\bar{\sigma}^{-1} \xi \in \bigcap_i \lambda(E_i^p) ,$$

et donc on aura $\xi = 0$. Or on a

$$E_i'' = \lambda(E_i^p) = [E_i^p + \rho(E^q)]/\rho(E^q)$$

et donc on a

$$\bigcap_i E_i'' = [\bigcap_i (E_i^p + \rho(E^q)]/\rho(E^q) .$$

Reste à voir que l'on a

$$\bigcap_i (E_i^p + \rho(E^q)) = \rho(E^q) .$$

On pose $W = \rho(E^q)$. Or la topologie $\mathcal{C}$, qui est engendrée par les intersections finies de modules E_i, est par hypothèse de type $\mathfrak{F}$ et donc W est fermé en E^p. Donc les injections

$$E \longrightarrow \hat{E} = \operatorname{proj\,lim} E/(E_{i_1} \cap \dots \cap E_{i_k}) \longmapsto \prod_\lambda (E/E_\lambda)$$

sont pures, les E_λ étant des intersections de modules E_i.

PROPOSITION. - <u>La f. e. topologie d'un module</u> E <u>est de type</u> $\mathfrak{F}$.

En effet si H est sous-module de E^p, il est fermé pour la topologie produit π des f. e. topologies des p facteurs (propriété 5), car π est la f. e. topologie

sur le produit, et l'on sait que tout sous-module d'un module quelconque est fermé par la f. e. topologie (cf. [11]).

Contre exemple. - R est un anneau quasi local d'idéal maximum M , non séparé pour la topologie M-adique. Alors $R \longrightarrow \hat{R}$ est non injective, donc non pure. Il existe de tels anneaux (non noethériens) de fonctions différentiables.

THÉORÈME 2. - Si R est un anneau classique, E un R-module, et $\tilde{E}$ la limite projective des E/E_i , tels que E/E_i soient linéairement compacts discrets. L'application canonique $E \longrightarrow \tilde{E}$ est pure.

$\tilde{E}$ est l'enveloppe linéairement compacte de E au sens de KURKE. Si $\{F_j\}$ est la famille des sous-modules de E tels que l'on ait E/F_j f. e. module donc l. c. d. (puisque R est classique) ; on a $E \xrightarrow{u} \tilde{E} \xrightarrow{v} \hat{E}$ avec $\hat{E} = \text{proj lim } (E/F_j)$. Or tout F_j est fermé en E pour la f. e. topologie, et donc v est injective. Or $v \circ u$ est pure puisque c'est l'injection canonique pure de E en $\hat{E}$ d'après le théorème 1. Donc u est pure. C. Q. F. D.

Soit $E \xrightarrow{w} \hat{E} \longrightarrow P = \prod_j (E/F_j)$. Soit π' la topologie produit des topologies discrètes sur les E/F_j , et φ' la topologie induite sur $\hat{E}$ (topologie de la limite projective). Soit ω la f. e. topologie sur P . On a $\omega \succ \pi'$ (ω plus fine que π') car un produit fini de f. e. modules est un f.e. module. Alors ω induit la f. e. topologie ψ sur $\hat{E}$ et donc $\psi \succ \varphi'$. On a alors le théorème suivant.

THÉORÈME 3. - Si R est classique, il y a équivalence entre les propositions suites :

(a) E est linéairement compact discret,

(b) $\hat{E}$ est linéairament compact discret,

(c) on a $\psi = \varphi'$.

En effet, $E \longrightarrow \hat{E}$ est injectif, donc (a) $\Longleftrightarrow$ (b) . Si on a E l. c. d., on a $E = \hat{E}$, et $\psi = \varphi'$ est la topologie discrète.
Inversement, si on a (c), comme R est classique, la f. e. topologie φ est telle que φ' est linéairement compacte (cf. [11]). Donc la f. e. topologie ψ sur $\hat{E}$ est linéairement compacte. On voit, en appliquant la définition de la compacité linéaire, et en observant que tout sous-module d'un module M est fermé pour la f. e. topologie de M , que $\hat{E}$ est lui-même linéairement compact discret.

COROLLAIRE. - Si R est classique, l'enveloppe pure injective E^* de E est un facteur direct de $\tilde{E}$ et un facteur direct de $\hat{E}$.

En effet $\tilde{E}$ et $\hat{E}$ sont purs injectifs comme limites projections de modules l. c. d. donc purs injectifs. De plus, les injections canoniques $E \longrightarrow \tilde{E}$ et $E \longrightarrow \hat{E}$ sont pures, d'après ce qui précède. On a donc : $E^* \xrightarrow{\lambda_1} \tilde{E}$ et $E^* \xrightarrow{\lambda_2} \hat{E}$ scindées, car E^* est pure injective et λ_1 , λ_2 pures

C. Q. F. D.

Remarquons que $\tilde{E} = E^* \oplus N$, et $\tilde{E}$ étant la complétion de E , E et donc E^* sont partout denses en $\tilde{E}$. De même, E^* est partout dense en $\hat{E}$. On n'a pas en général, l'égalité, car, par exemple, si R est noethérien et $E = R$ (cf. [6] et [12]), on a $R^* = \tilde{R} \approx \hat{R}$, et $\tilde{R} \neq \hat{R}$ en général. Enfin, si on peut avoir $E^* \neq \hat{E}$, même si R est artinien et E de type fini sur R . Il suffit de prendre pour E un espace vectoriel de dimension infinie sur un corps commutatif R . Alors $E = E^*$, et E n'est pas linéairement compact. WARFIELD a montré (cf. [12]) que si R est noethérien et E de type fini, $\hat{E}$ est une enveloppe pure injective de E .

4. Application aux modules linéairement compacts.

Les $\mathfrak{F}$-topologies utilisées dans les théorèmes 2 et 3 sont linéairement compactes. Un problème très ancien est de trouver la structure d'un module linéairement compact M sur un anneau commutatif R , en particulier, s'il est discret (cf. [1]). D'ailleurs, on voit immédiatement qu'un R-module est linéairement compact pour la f. e. topologie si, et seulement si, il est discret. Cela résulte du fait que tout sous-module est fermé pour la f. e. topologie.

Lorsque R est localement noethérien (cf. [11], prop. 4.1) tout f. e. module est artinien, et on peut généraliser un résultat de L. FUCHS (cf. [4]) sur les groupes abéliens linéairement compacts.

THÉORÈME 4. - Un module M linéairement compact sur un anneau commutatif localement noethérien est une limite projective de modules artiniens (et réciproquement)

En effet, M est pur injectif et est limite projective de modules L_i linéairement compacts discrets. Alors chaque quotient de L_i qui est un f. e. module L_i/N_{ij} est artinien et L_i est complet pour la topologie (séparée) définie sur les L_i par les N_{ij} . On a $L_i = \text{proj lim } (L_i/N_{ij})$ et donc M est limite projective de modules artiniens sur R . La réciproque est classique.

Si on suppose en plus que M est noethérien, on peut supposer R noethérien et les modules précédents sont tous de type fini et de longueur finie.

THÉORÈME 5. - Un module noethérien linéairement compact est une limite projective de modules de longueur finie.

Dans le cas particulier où R est local noethérien, d'idéal maximal P , on sait qu'un R-module l. c. d. est aussi $\hat{R}$-module l. c. d. (cf. [6]). La structure de M peut alors se préciser au moyen de [1]. On voit alors que " M est artinien si, et seulement si, il est l. c. d., et son assassin $\text{Ass}_R M$ est le radical de R ". En effet, si M est artinien, et $x \in M - (0)$, Rx est de longueur finie, $0{:}Rx$ est maximal, et $\text{Ass}_R M = \{P\}$ radical de R . Réciproquement, si $\text{Ass}_R M = P$, on peut supposer R complet, et [1] montre que M est artinien.

BIBLIOGRAPHIE

[1] BALLET (B.). - Sur les modules linéairement compacts, Bull. Soc. math. France, t. 100, 1972, p. 345-351.

[2] COUCHOT (F.). - Topologie cofinie et modules pur-injectifs, C. R. Acad. Sc. Paris, t. 283, 1976, Série A, p. 277-280.

[3] FAKHRUDIN (S.) . - Modules de type cofini, C. R. Acad. Sc. Paris, t. 280, 1975, Série A, p. 249-250.

[4] FUCHS (L.). - Note on linearly compact abelian groups, J. Austral. math. Soc., t. 9, 1969, p. 433-440.

[5] GUÉRINDON (J.). - Topologies linéaires sur les anneaux de polynômes, Bull. Sc. math., Série 2, t. 95, 1971, p. 241-259.

[6] GUÉRINDON (J.). - On linearly compact envelope , "Conference on commutative Algebra [1975. Kingston]", p. 249-252. - Kingston, Queen's University, 1975 (Queen's Papers in pure and applied Mathematics, 42).

[7] LAFON (J.-P.). - Les formalismes fondamentaux de l'algèbre commutative. - Paris, Hermann, 1974 (Enseignement des Sciences, 20).

[8] MATLIS (E.]. - Modules with descending chain condition, Trans. Amer. math. Soc., t. 97, 1960, p. 495-568.

[9] STENSTRÖM (Bo. T.). - Pure submodules, Arkiv för Mat., t. 7, 1967, p. 159-171.

[10] VAMOS (P.). - The dual of notion of "finitely generated", J. London math. Soc., t. 43, 1968, p. 643-646.

[11] VAMOS (P.). - Classical rings, J. of Algebra, t. 34, 1975, p. 114-129.

[12] WARFIELD (R. B., Jr). - Purity and algebraic compactness for modules, Pacific J. Math., t. 28, 1969, p. 699-719.

[13] ZELINSKY (D.). - Linearly compact modules and rings, Amer. J. Math., t. 75, 1953, p. 79-90.

(Texte reçu le 18 avril 1977)

Jean GUÉRINDON
Mathématiques et Informatique
Université de Rennes-I
Boite postale 25-A
35042 RENNES CEDEX