Groupe de travail
d'analyse ultramétrique

Elhanan Motzkin

Une classe d'ensembles analytiques p-adiques

Groupe de travail d'analyse ultramétrique, tome 3, n° 1 (1975-1976), exp. n° 2, p. 1-8
<http://www.numdam.org/item?id=GAU_1975-1976__3_1_A1_0>

© Groupe de travail d'analyse ultramétrique
(Secrétariat mathématique, Paris), 1975-1976, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la collection « Groupe de travail d'analyse ultramétrique » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (http://www.numdam.org/conditions). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

Numdam
Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
http://www.numdam.org/

Groupe d'étude d'Analyse ultramétrique
(Y. AMICE, P. ROBBA)
3e année, 1975/76, n° 2, 8 p.

3 novembre 1975

UNE CLASSE D'ENSEMBLES ANALYTIQUES p-ADIQUES

par Elhanan MOTZKIN

1. Introduction.

Soit K un corps valué non archimédien complet et algébriquement clos. Une limite uniforme de fractions rationnelles sans pôles dans une partie A de K est dite élément analytique sur A. L'ensemble A est dit analytique si tout élément analytique sur A nul au voisinage d'un point de A est identiquement nul sur A. On trouvera dans [3] une caractérisation des ensembles analytiques.

L'objet de cette note est d'exhiber une classe importante d'ensembles analytiques. Nous démontrons le théorème suivant :

THÉORÈME 1. - Soit

$$g(x) = \sum_{n\geq 0} a_n x^n \in K[[x]] ,$$

avec $\sup_n |a_n| = M < +\infty$, et soit $0 < c < M$. Alors l'ensemble

$$A_c = \{x \in D(0 , 1^-) ; \ |g(x)| > c\} \cup \{x ; \ |x| \geq 1\}$$

est analytique, où $D(0 , 1^-) = \{x \in K ; \ |x| < 1\}$.

Ce théorème tire son intérêt du résultat suivant de DWORK et de ROBBA [1] : Soit L un opérateur différentiel à coefficients éléments analytiques dans une réunion de classes résiduelles. Il existe un opérateur différentiel R à coefficients éléments analytiques dans un disque générique $\overline{t}$ dont le noyau coïncide avec le "noyau borné" (les fonctions bornées du noyau) de L dans $\overline{t}$. Si la dimension du noyau borné de L dans une classe résiduelle $\overline{a}$ égale à la dimension du noyau borné de L dans $\overline{t}$, alors les coefficients de R se prolongent en fonctions méromorphes dans $\overline{a}$ (et le noyau de R dans $\overline{a}$ coïncide avec le noyau borné de L dans $\overline{a}$).

En fait, ce que démontrent DWORK et ROBBA c'est que les coefficients de R se prolongent en éléments analytiques sur des ensembles A_c (puis ils laissent tendre c vers 0). Pour que ce prolongement soit univoque, il faut que les A_c soient analytiques, et c'est cela que démontre le théorème 1.

En outre, le théorème 1 permet de compléter des résultats dus à A. ESCASSUT [2]. En effet, A. ESCASSUT a démontré que si on suppose le corps résiduel $\overline{K}$ de caractéristique $p \neq 0$, alors il existe des ensembles A_c qui ne sont pas analytiques si l'on prend

$$g(x) = \log(1 - x) = \sum_{n\geq 1} \frac{x^n}{n} .$$

(ESCASSUT utilise ce résultat pour démontrer que la transformée de Fourier p-a-

dique définie par B. de MATHAN et par J. FRESNEL n'est pas injective.)

La question se pose alors de savoir si les A_c ne sont pas analytiques dès que g n'est pas bornée (c'est-à-dire $\sup_n |a_n| = +\infty$ et $\lim\sup_{n\to\infty} \sqrt[n]{|a_n|} = 1$). Nous montrons dans § 10 que, dans ce cas, il n'y a pas de réponse générale et qu'il existe des ensembles A_c analytiques associés à des fonctions g non bornées (théorème 2).

Remarque. - L'ensemble A est formé de K tout entier privé d'un certain nombre de disques contenant les zéros de g. Si g n'a qu'un nombre fini de zéros dans le disque unité (ce qui se produit si, et seulement si, le supremum des $|a_n|$ est atteint pour un n), alors A est un quasi-connexe de Krasner et donc est analytique. Par contre, si g a un nombre infini de zéros, A n'est jamais un quasi-connexe. Notez que si les coefficients de g appartiennent à un sous-corps de K sur laquelle la valuation est discrète (par exemple $\mathbb{Q}_p$ ou bien une extension algébrique finie de $\mathbb{Q}_p$), et si g est bornée, alors g n'a qu'un nombre fini de zéros dans le disque unité.

2. Notations.

On pose :

$$D(a\ ,\ r^-) = \{x \in K\ ;\ |x - a| < r\}\ ,$$

$$D(a\ ,\ r^+) = \{x \in K\ ;\ |x - a| \leqslant r\}\ .$$

Un trou d'un ensemble $A \subset K$ est un disque non circonférencié maximal de $CA \cap \hat{A}$, où $\hat{A}$ est le plus petit disque circonférencié contenant A.

Si $f(x) = \sum_{n\geqslant 0} b_n x^n$ a μ comme rayon de convergence, on pose, pour $r < \mu$,

$$|f|(r) = \sup_n |b_n|\, r^n\ .$$

On a

$$|f|(r) = \sup_{|x|=r} |f(x)| = \sup_{|x|\leqslant r} |f(x)|\ .$$

3. Description de A_c.

Nous avons une suite de cercles $|x| = r_n$ sur lesquels se trouvent les zéros de g et donc les trous de A_c, et $r_n \to 1$. Sur chaque cercle, il y a un nombre fini de disques de rayon r_n^- qui contiennent les trous. Nous notons ces disques $D(\alpha_n\ ,\ r_n^-)$; ainsi l'indice n numérote non pas les rayons distincts mais les disques contenant des trous (la suite $\{r_n\}$ n'est donc pas strictement croissante). Dans chaque $D(\alpha_n\ ,\ r_n^-)$, on a J_n trous, notés T_{nk}, $1 \leqslant k \leqslant J_n$. On pose $T_{nk} = D(a_{nk}\ ,\ \rho_{nk})$, $1 \leqslant k \leqslant J_n$. Nous avons donc $|a_{nk}| = r_n$, $1 \leqslant k \leqslant J_n$, et $|a_{nk} - a_{nj}| < r$, $j = 1, \ldots, J_n$. Nous noterons q_{nk} le nombre de zéros de g situés dans T_{nk}, et $q_n = \sum_{k=1}^{J_n} q_{nk}$ le nombre de zéros de g situés dans $D(\alpha_n\ ,\ r_n^-)$.

4. Condition d'analyticité.

Nous commençons par trouver une condition portant seulement sur la configuration des A_c qui permettra de décider si l'ensemble A_c considéré est analytique ou non. (Cette condition est une particularisation de la condition générale établie dans [3].)

Notons d'abord que si A_c était non analytique, il existerait un élément analytique f sur A_c et deux points x_0 , $y_0 \in A_c$ tels que $f(x_0) \neq 0$ et $f \equiv 0$ dans un voisinage V de y_0 , et qu'on peut supposer $x_0 = 0$ et

$$V = \{x \in K ; \ |x| \geqslant 1\} .$$

En effet, $A_c \cap D(0 , 1^-)$ est un quasi-connexe de Krasner et donc analytique [3]. Il s'ensuit que $|y_0| < 1$ implique que $f \equiv 0$ dans $A_c \cap D(0 , 1^-)$, et donc, par le principe du maximum, dans A_c tout entier.

Remarquons ensuite qu'une telle f est forcément telle que $|f(x)| \to 0$ quand $r_n \to 1$. En effet, soit $\varepsilon > 0$. Alors il existe $Q \in K(x)$ telle que

$$\|f - Q\|_{A_c} < \varepsilon .$$

Comme $f(x) = 0$ si $x \in \{x \in K ; \ |x| > 1\}$, il existe $\delta > 0$ tel que $|Q(x)| < \varepsilon$ et n'a ni pôles ni zéros dans $\{x \in K ; \ |x| > 1 - \delta\}$. Il s'ensuit que $|f(x)| < \varepsilon$ dans $\{x \in K ; \ |x| > 1 - \delta\}$.

Si on suppose

(1) Que f n'a pas de zéros (des zéros ne feraient qu'augmenter sa valeur absolue),

(2) Que tous les pôles situés dans un trou donné T_{nk} sont localisés à son centre a_{nk} ,

(3) Que $f(0) = 1$,

on aura alors

$$f(x) = \prod_{i,k} \left(\frac{a_{ik}}{x - a_{ik}}\right)^{p_{ik}}$$

où p_{ik} est le nombre de pôles de f dans T_{ik} .

Fixons T_{nj} , et calculons $|f(x)|$ pour x tel que $|x - a_{nj}| = \rho_{nj}$. On a

$$|f(x)| = \prod_{m=1}^{n-1} \left(\frac{r_m}{r_n}\right)^{p_m} \left(\frac{r_n}{\rho_{nj}}\right)^{p_{nj}} \prod_{k \neq j} \left(\frac{r_n}{|a_{nj} - a_{nk}|}\right)^{p_{nk}} ,$$

où $p_m = \sum_{k=1}^{J_m} p_{mk}$.

Résumons :

Si A_c est non analytique, alors il existe (p_{ni}) , $n = 1 , 2 , \dots , \ 1 \leqslant i \leqslant J_n$, tels que la suite

$$\lambda_n = \prod_{m=1}^{n-1} \left(\frac{r_m}{r_n}\right)^{p_m} \sup_j \left[\left(\frac{r_n}{\rho_{nj}}\right)^{p_{nj}} \prod_{k \neq j} \left(\frac{r_n}{|a_{nk} - a_{nj}|}\right)^{p_{nk}}\right] ,$$

où $p_m = \sum_{k=1}^{J_m} p_{mk}$, tende vers 0 quand $n \to \infty$.

Ceci est vrai même si f ne satisfait pas aux conditions (1) et (2) (voir [3]).

La reciproque est également vraie [2].

5. Nouvel énoncé du théorème 1.

Le théorème 1 s'énonce donc ainsi :

THÉORÈME 1^{bis}. - Pour toute suite d'entiers positifs ou nuls

$$(p_{nk}) , \quad n = 1 , 2 , \dots , \quad 1 \leq k \leq J_n ,$$

la suite (λ_n) , définie dans le § 4, ne tend pas vers 0 .

6. Une proposition.

Posons $\overline{p}_n = (p_{n1} , \dots , p_{nJ_n})$, et

$$\beta_{nj}(\overline{p}_n) = \left(\frac{r_n}{\rho_{nj}}\right)^{p_{nj}} \prod_{k \neq j} \left(\frac{r_n}{|a_{nj} - a_{nk}|}\right)^{p_{nk}} .$$

On rappelle que $p_n = \sum_{k=1}^{J_n} p_{nk}$.

PROPOSITION. - Soient $\overline{p}_n$ et $\overline{q}_n$ tels que $p_n = q_n$. Alors il existe

$$j , \quad 1 \leq j \leq J_n ,$$

tel que $\beta_{nj}(\overline{q}_n) \leq \beta_{nj}(\overline{p}_n)$.

La démonstration dépend du lemme suivant :

LEMME. - Soient $\{\gamma_i\}_{1 \leq i \leq N}$ des points dans un disque $D(a , r)$ de rayon r , et soient $\{u_i\}_{1 \leq i \leq N}$ des réels tels que $\sum_{i=1}^{N} u_i \geq 0$. Alors il existe j , $1 \leq j \leq N$, $\sum_{i : |\gamma_i - \gamma_j| \leq t} u_i \geq 0$ pour tout $t \leq r$.

Démonstration du lemme. - Par induction sur N : Clair pour $N = 1$, nous supposons le résultat vrai pour $N - 1$.

Soit s le plus petit réel positif tel que $\{\gamma_i\}_{1 \leq i \leq N} \subset D(a , s^+)$. Alors

$$\sum_{i : \gamma_i \in D(a , s^+)} u_i \geq 0 .$$

Donc il existe $D(b , s^-) \subset D(a , s^+)$ tel que $\sum_{i : \gamma_i \in D(b , s^-)} u_i \geq 0$. Le nombre de points γ_i tels que $\gamma_i \in D(b , s^-)$ est inférieur à N , parce que N est fini.

Démonstration de la proposition. - Soit $u_i = p_{ni} - q_{ni}$. Alors $\sum_{i=1}^{N} u_i = 0$. Par le lemme, il existe j , $1 \leq j \leq J_n$, tel que $\sum_{i : |a_{ni} - a_{nj}| \leq t} u_i \geq 0$ pour

tout $i \leqslant r$. Nous pouvons supposer que $j = 1$ et que $\{|a_{ni} - a_{nj}|\}_{1 \leqslant i \leqslant J_n}$ est croissant (au sens large).

Soit $\sigma(k) = \sum_{i=1}^{k} u_i$. Si $|a_{n,k+1} - a_1| > |a_{nk} - a_1|$, alors $\sigma(k) \geqslant 0$. Nous posons

$$b_1 = \frac{r}{\rho_{n1}}, \quad b_2 = \frac{r}{|a_{n2} - a_{n1}|}, \quad \dots, \quad b_n = \frac{r}{|a_{nk} - a_{n1}|}.$$

Alors $b_k \geqslant b_{k+1}$ et

$$\prod_{k=1}^{N} b_k^{u_k} = \prod_{k=1}^{N-1} \left(\frac{b_k}{b_{k+1}}\right)^{\sigma(k)} b_N^{\sigma(N)}.$$

Mais $\sigma(N) = \sum_{i=1}^{N} u_i = 0$, et chaque fois que $\frac{b_k}{b_{k+1}} > 1$, $\sigma(k) \geqslant 0$. Il s'ensuit que $\prod_{k=1}^{N-1} \left(\frac{b_k}{b_{k+1}}\right)^{\sigma(k)} \geqslant 1$, et donc

$$\prod_{k=1}^{N} b_k^{u_k} = \left(\frac{r}{\rho_{n1}}\right)^{p_{n1} - q_{n1}} \prod_{k=2}^{N} \left(\frac{r}{|a_{nk} - a_{n1}|}\right)^{p_{nk} - q_{nk}} \geqslant 1,$$

c'est-à-dire

$$\frac{\beta_{n1}(\bar{p}_n)}{\beta_{n1}(\bar{q}_n)} \geqslant 1.$$

7. Une conséquence.

Posons $\beta_n(\bar{p}_n) = \sup_{1 \leqslant j \leqslant J_n} \beta_{nj}(\bar{p}_n)$.

Corollaire de la proposition. - Si $\bar{q}_n$ est tel que $\beta_{ni}(\bar{q}_n)$ est constante pour tout $1 \leqslant i \leqslant J_n$ (c'est-à-dire que, pour tous $1 \leqslant i, j \leqslant J_n$, $\beta_{ni}(\bar{q}_n) = \beta_{nj}(\bar{q}_n)$), alors, pour tout $\bar{p}_n$ tel que $p_n = q_n$, on a $\beta_n(\bar{q}_n) \leqslant \beta_n(\bar{p}_n)$. En d'autres termes, $\bar{q}_n$ minimise β_n.

Preuve. - Pour tout $\bar{p}_n$ tel que $p_n = q_n$, il existe $1 \leqslant j \leqslant J_n$ tel que $\beta_{nj}(\bar{q}_n) \leqslant \beta_{nj}(\bar{p}_n)$. Or $\beta_{nj}(\bar{q}_n) = \beta_n(\bar{q}_n)$ et $\beta_{nj}(\bar{p}_n) \leqslant \beta_n(\bar{p}_n)$.

Remarque. - Notez qu'un tel $\bar{q}_n$ minimisant n'est pas composé forcément d'entiers.

8. Des calculs.

Posons maintenant $\beta_n(p_n) = \inf_{q_n = p_n} \beta_n(\bar{q}_n)$.

Calcul de $\beta_n(p_n)$: $\beta_n(p_n) = \beta_n(1)^{p_n}$.

En effet, $\beta_{ni}(\lambda \bar{p}_n) = (\beta_{ni}(\bar{p}_n))^{\lambda}$ pour tout $\lambda \in \underset{\sim}{R}$. Donc $\beta_{ni}(\bar{p}_n) = \beta_{ni}\left(\frac{1}{p_n} \bar{p}_n\right)^{p_n}$ et $\beta_n(\bar{p}_n) = \beta_n\left(\frac{1}{p_n} \bar{p}_n\right)^{p_n}$.

Il s'ensuit que

$$\beta_n(p_n) = \inf_{q_n=p_n} \beta_n(\bar{q}_n) = \inf_{(q_n/p_n)=1} [\beta_n(\frac{1}{p_n}\bar{q}_n)]^{p_n} = \beta_n(1)^{p_n} .$$

Calcul de $\beta_n(1)$. — On va d'abord calculer $|g(x)|$ pour $x \in A_c$.

Rappelons que g a q_{nk} zéros dans T_{nk} . Pour le calcul de $|g(x)|$, on peut les supposer tous à a_{nk} .

On a alors

$$|g(x)| = |g(0)| \prod_{n,k} (\frac{|x - a_{nk}|}{|a_{nk}|})^{q_{nk}} .$$

Si x est tel que $|x - a_{nj}| = \rho_{nj}$, alors $|g(x)|$ égale la constante c , et

$$c = |g(0)| \prod_{k\neq j} (\frac{|a_{nj} - a_{nk}|}{r_n})^{q_{nk}} (\frac{\rho_{nj}}{r_n})^{q_{nj}} \prod_{m=1}^{n-1} (\frac{r_n}{r_m})^{q_m} , \text{ où } q_m = \sum_{k=1}^{J_m} q_{mk} .$$

Donc

$$\beta_{nj}(\bar{q}_n) = \frac{|g(0)|}{c} \prod_{m=1}^{n-1} (\frac{r_n}{r_m})^{q_m} .$$

Or ceci ne dépend pas de j . Autrement dit, $\beta_{ni}(\bar{q}_n) = \beta_{nj}(\bar{q}_n)$ pour tous $1 \leq i , j \leq J_n$. Donc, par le § 7, $\bar{q}_n$ minimise β_n , et on a

$$\beta_n(q_n) = \frac{|g(0)|}{c} \prod_{m=1}^{n-1} (\frac{r_n}{r_m})^{q_m} ,$$

et donc

$$\beta_n(1) = [\frac{|g(0)|}{c} \prod_{m=1}^{n-1} (\frac{r_n}{r_m})^{q_m}]^{1/q_n} .$$

9. Démonstration du théorème 1bis.

Nous désirons démontrer que λ_n ne tend pas vers 0 , quelle que soit la suite $(\bar{p}_n)$.

Or

$$\lambda_n = \prod_{m=1}^{n-1} (\frac{r_m}{r_n})^{p_m} \beta_n(\bar{p}_n) \geq \prod_{m=1}^{n-1} (\frac{r_m}{r_n})^{p_m} \beta_n(p_n) = \prod_{m=1}^{n-1} (\frac{r_m}{r_n})^{p_m} \beta_n(1)^{p_n}$$

$$= \prod_{m=1}^{n-1} (\frac{r_m}{r_n})^{p_m} [\frac{|g(0)|}{c} \prod_{m=1}^{n-1} (\frac{r_n}{r_m})^{q_m}]^{p_n/q_n} .$$

On estime c : comme $|g(x)|$ est croissant et borné par M , et $c < M$, il existe n_0 tel que $c < |g|(r_{n_0})$, c'est-à-dire,

$$c < |g(0)| \prod_{m=1}^{n_0-1} (\frac{r_{n_0}}{r_m})^{q_m} .$$

Donc

$$(1) \qquad c < |g(0)| \prod_{m=1}^{n_0-1} (\frac{r_n}{r_m})^{q_m} \text{ si } n \geq n_0 .$$

Ainsi

$$\lambda_n \geqslant \prod_{m=1}^{n-1} \left(\frac{r_m}{r_n}\right)^{p_m} \left[\prod_{m=n_0}^{n-1} \left(\frac{r_n}{r_m}\right)^{q_m}\right]^{p_n/q_n} = \prod_{m=1}^{n_0-1} \left(\frac{r_m}{r_n}\right)^{p_m} \prod_{m=n_0}^{n-1} \left(\frac{r_n}{r_m}\right)^{q_m(p_n/q_n)-p_m}$$

$$= \prod_{m=1}^{n_0-1} \left(\frac{r_m}{r_n}\right)^{p_m} \prod_{m=n_0}^{n-1} \left(\frac{r_n}{r_m}\right)^{q_m((p_n/q_n)-(p_m/q_m))} .$$

Le premier produit égale une constante non nulle.

Nous posons

$$d_n = \prod_{m=n_0}^{n-1} \left(\frac{r_n}{r_m}\right)^{q_m((p_n/q_n)-(p_m/q_m))} .$$

Il nous reste à démontrer que d_n ne tend pas vers 0 .

CAS 1 : <u>La suite</u> (p_n/q_n) <u>n'est pas bornée</u>.

Alors il existe une sous-suite (p_{n_k}/q_{n_k}) telle que $m < n_k$ implique que

$$(p_m/q_m) < (p_{n_k}/q_{n_k}) .$$

Alors

$$d_{n_k} = \prod_{m=n_0}^{n-1} \left(\frac{r_n}{r_m}\right)^{q_m((p_{n_k}/q_{n_k})-(p_m/q_m))} \geqslant 1 . \tag{2}$$

Donc (d_n) ne tend pas vers 0 .

CAS 2 : <u>La suite</u> (p_n/q_n) <u>est bornée</u> : $(p_n/q_n) < B$ <u>pour tout</u> n .

Les termes du produit d_n à exposant positif sont supérieurs à 1 , et on peut donc les négliger. On suppose donc que $(p_m/q_m) > (p_n/q_n)$.

Alors $0 < (p_m/q_m) - (p_n/q_n) < B$, et

$$d_n = \prod_{m=n_0}^{n-1} \left(\frac{r_n}{r_m}\right)^{q_m((p_n/q_n)-(p_m/q_m))} = \prod_{m=n_0}^{n-1} \left(\frac{r_m}{r_n}\right)^{q_m((p_m/q_m)-(p_n/q_n))} \geqslant \prod_{m=n_0}^{n-1} \left(\frac{r_m}{r_n}\right)^{q_m B} .$$

Or

$$|g|(r_n) = |g(0)| \prod_{m=1}^{n-1} \left(\frac{r_n}{r_m}\right)^{q_m} < M .$$

Ceci et l'inégalité (1) nous donnent $d_n \geqslant \left(\frac{c}{M}\right)^B > 0$, et d_n ne tend pas vers 0.

10. <u>Les</u> A_c <u>quand</u> g <u>n'est pas bornée</u>. - Nous allons maintenant montrer que g non bornée n'implique pas que les A_c qui lui sont associés sont non analytiques.

THÉORÈME 2. - <u>Soit</u>

$$g(x) = \sum_{n \geqslant 0} a_n x^n \in K[[x]]$$

<u>telle que</u> $\sup_n |a_n| = +\infty$ <u>et que le nombre de zéros de</u> g <u>dans chaque disque</u> $D(\alpha , r^-)$, <u>où</u> $|\alpha| = r$ <u>et</u> $0 \leqslant r < 1$, <u>est borné uniformément par</u> N , <u>et soit</u>

$c > 0$. Alors l'ensemble $A_c = \{x \in D(0, 1^-) ; |g(x)| > c\} \cup \{x \in K ; |x| \geqslant 1\}$ est analytique.

Démonstration. - On observe que le seul endroit dans la démonstration du théorème 1 où on utilise la condition g bornée est le Cas 2, et qu'il suffit de rafistoler ce cas-là pour que la demonstration tienne aussi pour le théorème 2.

Avec les notations du théorème 1, notre nouvelle condition sur les zéros de g se traduit par : Pour tout n, $q_n \leqslant N$ (q_n est le nombre de zéros de g dans $D(a_{ni}, r_n^-)$).

Par conséquent, $p_n \leqslant NB$; et comme p_n et q_n sont des entiers, ils prennent seulement un nombre fini de valeurs distinctes. Posons $L = \limsup \frac{p_n}{q_n}$. Il existe n_1 tel que, pour $n > n_1$, $\frac{p_n}{q_n} \leqslant L$, et il existe une sous-suite (n_k) telle que $\frac{p_{n_k}}{q_{n_k}} = L$. Donc, pour $n_1 < n \leqslant n_k$, on a $\frac{p_n}{q_n} \leqslant \frac{p_{n_k}}{q_{n_k}}$, et on retombe dans le Cas 1 : par l'inégalité (2), $d_{n_k} \geqslant 1$, et donc ne tend pas vers 0.

BIBLIOGRAPHIE

[1] DWORK (B.) and ROBBA (P.). - On ordinary linear p-adic differential equations, Trans. Amer. Math. Soc. (à paraître).

[2] ESCASSUT (A.). - T-filtres, ensembles analytiques et transformation de Fourier p-adique, Ann. Inst. Fourier, Grenoble (à paraître).

[3] MOTZKIN (E.) et ROBBA (P.). - Prolongement analytique en analyse p-adique, Bull. Soc. math. France, Mémoire 25, 1971, p. 151-158.

(Texte reçu le 1er février 1977)

Elhanan MOTZKIN
194 rue du Château des Rentiers
75013 PARIS