

BULLETIN DES SCIENCES MATHÉMATIQUES ET ASTRONOMIQUES

Revue bibliographique

Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques, tome 11
(1876), p. 241-244

[<http://www.numdam.org/item?id=BSMA_1876__11__241_0>](http://www.numdam.org/item?id=BSMA_1876__11__241_0)

© Gauthier-Villars, 1876, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

REVUE BIBLIOGRAPHIQUE.

DUHAMEL (J.-M.-C.). — ÉLÉMENTS DE CALCUL INFINITÉSIMAL. 3^e édition, revue et annotée par M. J. BERTRAND, Membre de l'Institut. 2 vol. in-8°. — Paris, Gauthier-Villars; 1874-1875. Prix : 15 fr.

Lorsque, après avoir terminé nos études élémentaires, nous avons commencé celle des Mathématiques spéciales, un des noms que nous avons entendu prononcer le plus souvent et avec le plus de reconnaissance par notre maître est certainement celui de M. Duhamel. On peut se faire une idée très-précise des mérites de M. Duhamel comme savant et comme inventeur : il suffit de lire les Mémoires si parfaits, si achevés de forme qu'il a publiés, et qui sont tout à fait dignes de celui qu'il reconnaissait comme son maître, de Fourier. Mais l'influence considérable qu'il a exercée sur l'enseignement n'est bien connue que de ses anciens élèves de l'École Polytechnique et de l'École Normale. M. Duhamel était un esprit très-net, ayant horreur des raisonnements vagues, cherchant avant tout la clarté et l'ordre dans l'exposition. Il avait beaucoup de goût pour toutes les questions d'enseignement, sur lesquelles il aimait à causer longuement avec ses anciens élèves. Comme il avait enseigné toutes les parties des Mathématiques, il avait réfléchi sur toutes, et il avait conçu depuis longtemps le projet de publier des Éléments de Mathématiques s'étendant depuis l'Arithmétique et la Géométrie élémentaire jusqu'au Calcul infinitésimal et à la Mécanique rationnelle. Ce dessein, il n'a pu le réaliser d'une manière complète et en temps utile que pour le Calcul infinitésimal et la Mécanique rationnelle. L'Ouvrage sur les *Méthodes dans les Sciences de raisonnement* contient sans doute, même si l'on se borne à la partie mathématique, bien des vues justes et utiles ; mais on peut dire qu'il est arrivé trop tard, quand la bataille était gagnée, et que les anciens élèves de l'auteur avaient défendu et introduit dans toutes les branches de l'enseignement beaucoup des méthodes de leur maître.

De tous les Ouvrages de M. Duhamel sur l'enseignement, celui qui a subi le plus de modifications dans ses éditions successives, celui sur lequel sans doute l'auteur a le plus travaillé et qui est

arrivé aussi à la forme la plus parfaite nous paraît être le *Calcul infinitésimal*. Publié d'abord sous le nom de *Cours d'Analyse de l'École Polytechnique*, c'est seulement dans les deux dernières éditions qu'il a pris la forme définitive que M. Bertrand a tenu à lui conserver dans cette nouvelle réimpression. Une analyse détaillée serait donc bien inutile; le lecteur nous permettra seulement quelques remarques sur le plan général suivi par M. Duhamel.

Au commencement de ce siècle, les sujets de recherche introduits dans la Science par la découverte du Calcul infinitésimal commençaient à s'épuiser, et, après avoir tiré parti de l'instrument nouveau que Newton et Leibnitz leur avaient transmis, les géomètres commencèrent à reporter plus qu'auparavant leurs pensées sur la route qu'ils avaient tracée, et à chercher un mode aussi rigoureux que possible d'exposition des Mathématiques élevées. C'est l'époque des tentatives célèbres de Lagrange, tentatives qui sont loin du reste de demeurer isolées et qui suscitent de nombreux imitateurs. C'est ainsi qu'Ampère cherche, en Mécanique, à donner une bonne démonstration du principe des vitesses virtuelles et une exposition satisfaisante des axiomes et des propositions fondamentales de la dynamique du point matériel; dans le Calcul infinitésimal, il apporte sa part à l'œuvre commune par un essai de démonstration de l'existence de la dérivée, essai qui devait du reste demeurer infructueux, comme cela a été démontré par les recherches les plus récentes. On a conservé dans le tome III de la *Correspondance sur l'École Polytechnique* la trace des efforts de Poinsot et une indication rapide du mode personnel d'exposition qu'il avait adopté dans ses leçons d'Analyse à l'École Polytechnique en 1815. Est-il nécessaire enfin de rappeler le nom de Cauchy, qui, dans ses Mémoires, dans ses Ouvrages et dans son enseignement, a été, sinon le prophète, au moins le précurseur d'un ordre nouveau, dans lequel on essaye de ne rien sacrifier de la rigueur des raisonnements.

Ces tentatives, celle au moins de Lagrange, ont pour base l'exclusion des infiniment petits. On se rappelle le titre de l'Ouvrage célèbre de Lagrange : *THÉORIE DES FONCTIONS ANALYTIQUES, contenant les principes du Calcul différentiel dégagés de toute considération d'infiniment petits ou d'évanouissants, de limites ou de fluxions, et réduits à l'analyse algébrique des quantités finies*. Aussi, sous l'influence puissante de Lagrange, l'emploi

de la méthode infinitésimale était presque universellement condamnée, si bien que, dans son éloge de Jacobi, Lejeune-Dirichlet fait un mérite au grand géomètre allemand d'avoir osé adopter cette méthode au début de sa carrière et d'avoir essayé de la relever du discrédit dans lequel elle était tombée.

C'est justement l'emploi des infiniment petits, concilié avec la rigueur dans les raisonnements, qui constitue le mérite du mode d'exposition auquel s'est arrêté M. Duhamel. De tout temps, il avait eu la plus grande admiration pour les créateurs de la méthode infinitésimale, et plusieurs de ses travaux consacrés à Roberval, Fermat, Descartes montrent avec quel soin il a étudié le développement de cette méthode, avant même Newton et Leibnitz, depuis Archimède. Son Ouvrage porte la trace de ces études profondes, et ses méthodes sont acceptées aujourd'hui, même par ceux des géomètres de l'école de Lagrange qui, sans bannir la méthode infinitésimale, en font l'emploi le moins étendu possible, pour lui substituer celle des limites et le calcul des dérivées.

Bien des Chapitres du *Calcul infinitésimal* seront transformés, bien des parties seront à refaire dans l'Ouvrage de M. Duhamel, comme dans tous ceux du même genre. Une portion du premier volume conservera toujours, selon nous, son intérêt, son utilité et sa valeur : c'est le Livre I qui est consacré à l'exposition et à des applications directes de la méthode infinitésimale proprement dite, et où l'auteur, en la séparant nettement des règles du Calcul différentiel et intégral, en fait mieux comprendre l'utilité et le véritable caractère. Cette distinction entre la méthode et les moyens de l'appliquer constitue le fondement même de l'Ouvrage, comme le fait remarquer l'auteur :

« Ainsi », dit-il en terminant sa Préface, « dans cet essai, que nous espérons rendre un jour moins imparfait, notre objet a été l'étude de la méthode infinitésimale considérée en elle-même, et les procédés si importants du Calcul différentiel et du Calcul inverse ont été les moyens d'exécution des opérations auxquelles cette méthode a ramené la solution des questions qu'elle s'est proposées. Cette subordination, que nous avons tenu à rendre bien explicite et bien sensible, donne la raison de l'ordre que nous avons suivi dans cet Ouvrage et du titre que nous lui avons donné. »

M. Bertrand, qui publie la nouvelle édition, s'est contenté d'a-

jouter des Notes tirées de son grand Traité et qui traitent de la théorie des fonctions de variables imaginaires, des intégrales définies prises entre des limites imaginaires et des éléments de la théorie des fonctions elliptiques. Ainsi se trouve comblée une lacune que le temps avait produite dans une œuvre qui mérite de vivre et d'être proposée, pendant longtemps encore, comme guide aux élèves et aux maîtres.

Au point de vue matériel, l'édition est tout à fait digne des précédentes et fait le plus grand honneur à M. Gauthier-Villars.

G. D.