

# *Astérisque*

## **Geometric methods in dynamics (II) : Volume in honor of Jacob Palis - Preliminary pages**

*Astérisque*, tome 287 (2003), p. I-XXI

<[http://www.numdam.org/item?id=AST\\_2003\\_\\_287\\_\\_R1\\_0](http://www.numdam.org/item?id=AST_2003__287__R1_0)>

© Société mathématique de France, 2003, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la collection « Astérisque » (<http://smf4.emath.fr/Publications/Asterisque/>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

ASTÉRISQUE 287

**GEOMETRIC METHODS  
IN DYNAMICS (II)**

**VOLUME IN HONOR OF JACOB PALIS**

edited by

**Wellington de Melo**

**Marcelo Viana**

**Jean-Christophe Yoccoz**

**Société Mathématique de France 2003**

Publié avec le concours du Centre National de la Recherche Scientifique

*W. de Melo*

IMPA, Estrada Dona Castorina, 110, Jardim Botânico, Rio de Janeiro 22460-320, Brazil.

*E-mail* : [demelo@impa.br](mailto:demelo@impa.br)

*Url* : [www.impa.br/~demelo](http://www.impa.br/~demelo)

*M. Viana*

IMPA, Estrada Dona Castorina, 110, Jardim Botânico, Rio de Janeiro 22460-320, Brazil.

*E-mail* : [viana@impa.br](mailto:viana@impa.br)

*Url* : [www.impa.br/~viana](http://www.impa.br/~viana)

*J.-C. Yoccoz*

Collège de France, 11, Place Marcelin Berthelot, 75005 Paris, France.

*E-mail* : [jean-c.yoccoz@college-de-france.fr](mailto:jean-c.yoccoz@college-de-france.fr)

*Url* : [www.college-de-france.fr/site/equ\\_dif/p999000715275.htm](http://www.college-de-france.fr/site/equ_dif/p999000715275.htm)

---

**2000 Mathematics Subject Classification.** — 37-XX, 34-XX, 60-XX, 35-XX.

**Key words and phrases.** — Dynamical systems, ergodic theory, bifurcation theory, differential equations.

---

# GEOMETRIC METHODS IN DYNAMICS (II)

## VOLUME IN HONOR OF JACOB PALIS

edited by Wellington de Melo, Marcelo Viana,  
Jean-Christophe Yoccoz

*Abstract.* — This is the second of two volumes collecting original research articles, on several aspects of dynamics, mostly by participants in the International Conference on Dynamical Systems held at IMPA (Rio de Janeiro), in July 2000, to celebrate Jacob Palis' 60th birthday.

**Résumé (Méthodes géométriques en dynamique (II). Volume en l'honneur de Jacob Palis)**

Ceci est le second de deux volumes regroupant des articles originaux de recherche concernant des aspects variés de la théorie des systèmes dynamiques, écrits par certains des participants à la Conférence Internationale sur les Systèmes Dynamiques qui s'est tenue à l'IMPA (Rio de Janeiro), en juillet 2000 pour commémorer le 60<sup>e</sup> anniversaire de Jacob Palis.



## CONTENTS

<b>Abstracts</b> .....	xiii
<b>Résumés des articles</b> .....	xvii
<b>Preface</b> .....	xxi
J.-P. DEDIEU & M. SHUB — <i>On Random and Mean Exponents for Unitarily Invariant Probability Measures on <math>\mathrm{GL}_n(\mathbb{C})</math></i> .....	1
1. Introduction .....	1
2. A More General Theorem .....	4
3. Manifolds of fixed points .....	8
4. Proofs of Theorem 3, Propositions 1, 2, 5, Lemma 1 and of Propositions 7 and 8 .....	12
5. Proof of Theorem 8 .....	17
References .....	18
E.I. DINABURG, V.S. POSVYANSKII & YA.G. SINAI — <i>On Some Approximations of the Quasi-geostrophic Equation</i> .....	19
1. Introduction .....	19
2. Finite-dimensional Approximations .....	23
3. Numerical experiments: results and discussion .....	28
Appendix. Sketch of the proof of Theorem 1 for $\alpha < 1$ .....	31
References .....	32
D. DOLGOPYAT & A. WILKINSON — <i>Stable accessibility is <math>C^1</math> dense</i> .....	33
Introduction .....	33
1. Proof of the Main Theorem .....	38
2. Global accessibility .....	40
3. Local accessibility .....	46
References .....	59

V.J. DONNAY & C.C. PUGH — <i>Anosov Geodesic Flows for Embedded Surfaces</i>	61
1. Introduction	61
2. Finite Horizon	63
3. Dispersing Tubes	65
4. The Perforated Sphere	65
5. Non-orientable Surfaces	67
References	69
R. FERNÁNDEZ & A. TOOM — <i>Non-Gibbsianness of the invariant measures of non-reversible cellular automata with totally asymmetric noise</i>	71
1. Introduction	71
2. Simple examples	72
3. Non-nullness and the probability of aligned spheres	75
4. General Results	78
5. Proof of Theorem 4.2	80
6. Proof of Theorem 4.1	81
7. Final notes	84
References	85
C. GUTIERREZ & A. SARMIENTO — <i>Injectivity of <math>C^1</math> maps <math>\mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2</math> at infinity and planar vector fields</i>	89
1. Introduction	89
2. A global injectivity result	92
3. Index of a vector field along a circle	93
4. Avoiding internal tangencies	94
5. Main Proposition	97
6. Proof of Theorem 1	101
7. An example	101
References	102
Y. KIFER — <i>Averaging in difference equations driven by dynamical systems</i>	103
1. Introduction	103
2. Preliminaries and main results	107
3. General estimates and convergence	112
4. Proof of Corollaries	113
5. Toral translations and skew translations	118
References	122
J. LEWOWICZ & R. URES — <i>On Basic Pieces of Axiom A Diffeomorphisms Isotopic to Pseudoanosov Maps</i>	125
1. Introduction	125
2. Preliminaries	126
3. Uniqueness of large basic pieces	130
4. Conditions for semiconjugacy	131
5. Exteriorly situated basic pieces	132
References	133

A.O. LOPES & PH. THIEULLEN — <i>Sub-actions for Anosov diffeomorphisms</i> ..	135
1. Introduction .....	135
2. Existence of sub-actions .....	138
3. Maximizing periodic measures .....	143
References .....	146
J. RIVERA-LETELIER — <i>Dynamique des fonctions rationnelles sur des corps locaux</i> .....	147
Introduction .....	147
1. Préliminaires .....	157
2. Propriétés des fonctions rationnelles .....	168
3. Dynamique locale .....	180
4. Dynamique des fonctions rationnelles .....	193
5. Composantes analytiques du domaine de quasi-périodicité .....	211
6. Exemples .....	223
Références .....	229
R.O. RUGGIERO — <i>On the divergence of geodesic rays in manifolds without conjugate points, dynamics of the geodesic flow and global geometry</i> .....	231
Introduction .....	231
1. Horospheres and Busemann flows in $\widetilde{M}$ .....	234
2. The divergence of geodesic rays .....	238
3. Topological transversality of horospheres and expansiveness are equivalent .....	242
4. Visibility and the ideal boundary of $\pi_1(M)$ .....	245
5. Is the divergence of geodesic rays equivalent to the continuity of horospheres? .....	247
References .....	248
J. SEADE & A. VERJOVSKY — <i>Complex Schottky Groups</i> .....	251
Introduction .....	251
1. Complex Schottky groups .....	253
2. Quotient Spaces of the region of discontinuity .....	260
3. Hausdorff dimension and moduli spaces .....	264
References .....	270





## CONTENTS OF VOLUME I

<b>Abstracts</b> .....	xiii
<b>Résumés des articles</b> .....	xvii
<b>Preface</b> .....	xxi
<b>Scientific Works of Jacob Palis</b> .....	xxiii
S. NEWHOUSE — <i>On the Mathematical Contributions of Jacob Palis</i> .....	1
Introduction .....	1
Structural Stability .....	2
A Geometric Approach .....	5
The Stability Conjectures .....	7
From Hyperbolicity to Stability .....	8
From Stability Back to Hyperbolicity .....	10
Bifurcation Theory .....	11
Homoclinic Bifurcations .....	13
Cantor sets and Fractal Invariants .....	15
Non-Hyperbolic Systems .....	17
A Unifying View of Dynamics .....	18
Many Other Results .....	20
Conclusion .....	21
References .....	21
J.F. ALVES & V. ARAÚJO — <i>Random perturbations of nonuniformly expanding maps</i> .....	25
1. Introduction .....	25
2. Distortion bounds .....	31
3. Stationary measures .....	37
4. The number of physical measures .....	41

5. Stochastic stability .....	47
6. Applications .....	52
References .....	61
J.W. ANDERSON & G.P. PATERNAIN — <i>The minimal entropy problem for 3-manifolds with zero simplicial volume</i> .....	63
1. Introduction and statement of results .....	63
2. Preliminaries .....	66
3. Geometric structures and the minimal entropy problem .....	74
4. Proof of Theorem A .....	75
5. Proof of Theorem B .....	77
References .....	78
A. AVILA & C.G. MOREIRA — <i>Statistical properties of unimodal maps: smooth families with negative Schwarzian derivative</i> .....	81
1. Introduction .....	81
2. General definitions .....	84
3. Statement of the results .....	86
4. Analytic families .....	88
5. Robustness of the dichotomy .....	92
Quasisymmetric robustness of Collet-Eckmann and polynomial recurrence ...	98
References .....	117
P. BÁLINT, N. CHERNOV, D. SZÁSZ & I.P. TÓTH — <i>Geometry of Multi-dimensional Dispersing Billiards</i> .....	119
1. Introduction .....	119
2. Preliminaries .....	121
3. Geometry of singularities .....	124
4. Geometric properties of u-manifolds .....	129
5. Technical bounds on u-manifolds .....	138
6. Outlook .....	148
References .....	149
P. BERNARD, C. GROTTA RAGAZZO & P.A. SANTORO SALOMÃO — <i>Homoclinic orbits near saddle-center fixed points of Hamiltonian systems with two degrees of freedom</i> .....	151
Introduction .....	151
1. Notations and results .....	152
2. Local sections and invariant curves .....	154
3. Homoclinic orbits and multiplicity .....	156
4. Bernoulli shift .....	158
5. Chaos near the energy shell of the fixed point .....	163
References .....	164

G. BIRKHOFF, M. MARTENS & C. TRESSER — <i>On the scaling structure for period doubling</i> .....	167
1. Definitions and Statement of the Results .....	167
2. Decompositions and Convergence .....	172
3. The monotonicity of the scaling function .....	177
4. The Convexity Condition .....	181
References .....	185
CH. BONATTI, L.J. DÍAZ, E.R. PUJALS & J. ROCHA — <i>Robustly transitive sets and heterodimensional cycles</i> .....	187
1. Introduction .....	187
2. Transitively related points .....	193
3. Proof of Theorem A: unfolding heterodimensional cycles .....	195
4. Hyperbolicity of the extremal bundles .....	204
5. Proof of Theorem D .....	209
6. Homoclinic tangencies .....	215
7. Proof of Theorem E .....	217
References .....	221
H. BROER — <i>Coupled Hopf-bifurcations: Persistent examples of <math>n</math>-quasiperiodicity determined by families of 3-jets</i> .....	223
1. Introduction .....	223
2. Coupled Hopf-bifurcations .....	224
References .....	228
L.A. BUNIMOVICH — <i>Walks in rigid environments: symmetry and dynamics</i> ..	231
1. Introduction .....	231
2. Definitions and main results .....	235
3. Proofs .....	241
4. Concluding remarks .....	247
References .....	248
A. CHENCINER — <i>Perverse solutions of the planar <math>n</math>-body problem</i> .....	249
References .....	256
E. COLLI & V. PINHEIRO — <i>Chaos versus renormalization at quadratic <math>S</math>-unimodal Misiurewicz bifurcations</i> .....	257
1. Introduction .....	257
2. Mounting the proof .....	261
3. Conventions, distortion and geometry .....	268
4. Circular recovering .....	271
5. Exploring transversality .....	274
6. Transfer maps .....	276
7. Central branch .....	280
8. Expansion of regular branch compositions .....	283

9. Parameter dependence of regular branches ..... 288  
10. Other derivatives ..... 292  
A. Appendix ..... 298  
B. Glossary ..... 306  
References ..... 307

## ABSTRACTS

*On Random and Mean Exponents for Unitarily Invariant Probability Measures on  $\mathrm{GL}_n(\mathbb{C})$*   
JEAN-PIERRE DEDIEU & MIKE SHUB ..... 1

We consider unitarily invariant probability measures on  $\mathrm{GL}_n(\mathbb{C})$  and compare the mean of the logs of the moduli of the eigenvalues of the matrices to the Lyapunov exponents of random matrix products independently drawn with respect to the measure. We prove that the former is always greater or equal to the latter.

*On Some Approximations of the Quasi-geostrophic Equation*  
EFIM I. DINABURG, VLADIMIR S. POSVYANSKII & YAKOV G. SINAI ..... 19

For two-dimensional quasi-geostrophic equation in Fourier space, we propose a new type approximation representing itself some quasi-linear equation. Natural finite dimensional approximations of this equation are investigated in the article.

*Stable accessibility is  $C^1$  dense*  
DMITRY DOLGOPYAT & AMIE WILKINSON ..... 33

We prove that in the space of all  $C^r$  ( $r \geq 1$ ) partially hyperbolic diffeomorphisms, there is a  $C^1$  open and dense set of accessible diffeomorphisms. This settles the  $C^1$  case of a conjecture of Pugh and Shub. The same result holds in the space of volume preserving or symplectic partially hyperbolic diffeomorphisms. Combining this theorem with results in [Br], [Ar] and [PugSh3], we obtain several corollaries. The first states that in the space of volume preserving or symplectic partially hyperbolic diffeomorphisms, topological transitivity holds on an open and dense set. Further, on a symplectic  $n$ -manifold ( $n \leq 4$ ) the  $C^1$ -closure of the stably transitive symplectomorphisms is precisely the

closure of the partially hyperbolic symplectomorphisms. Finally, stable ergodicity is  $C^1$  open and dense among the volume preserving, partially hyperbolic diffeomorphisms satisfying the additional technical hypotheses of [PugSh3].

*Anosov Geodesic Flows for Embedded Surfaces*  
 VICTOR J. DONNAY & CHARLES C. PUGH ..... 61

In this paper we embed a high genus surface in  $\mathbb{R}^3$  so that its geodesic flow has no conjugate points and is Anosov, despite the fact that its curvature cannot be everywhere negative.

*Non-Gibbsianness of the invariant measures of non-reversible cellular automata with totally asymmetric noise*  
 ROBERTO FERNÁNDEZ & ANDRÉ TOOM ..... 71

We present a class of random cellular automata with multiple invariant measures which are all non-Gibbsian. The automata have configuration space  $\{0, 1\}^{\mathbb{Z}^d}$ , with  $d > 1$ , and they are noisy versions of automata with the “eroder property”. The noise is totally asymmetric in the sense that it allows random flippings of “0” into “1” but not the converse. We prove that all invariant measures assign to the event “a sphere with a large radius  $L$  is filled with ones” a probability  $\mu_L$  that is too large for the measure to be Gibbsian. For example, for the NEC automaton  $(-\ln \mu_L) \asymp L$  while for any Gibbs measure the corresponding value is  $\asymp L^2$ .

*Injectivity of  $C^1$  maps  $\mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  at infinity and planar vector fields*  
 CARLOS GUTIERREZ & ALBERTO SARMIENTO ..... 89

Let  $X : \mathbb{R}^2 \setminus \overline{D}_\sigma \rightarrow \mathbb{R}^2$  be a  $C^1$  map, where  $\sigma > 0$  and  $\overline{D}_\sigma = \{p \in \mathbb{R}^2 : \|p\| \leq \sigma\}$ .  
 (i) If for some  $\varepsilon > 0$  and for all  $p \in \mathbb{R}^2 \setminus \overline{D}_\sigma$ , no eigenvalue of  $DX(p)$  belongs to  $(-\varepsilon, \infty)$ , there exists  $s \geq \sigma$ , such that  $X|_{\mathbb{R}^2 \setminus \overline{D}_s}$  is injective;  
 (ii) If for some  $\varepsilon > 0$  and for all  $p \in \mathbb{R}^2 \setminus \overline{D}_\sigma$ , no eigenvalue of  $DX(p)$  belongs to  $(-\varepsilon, 0] \cup \{z \in \mathbb{C} : \Re(z) \geq 0\}$ , there exists  $p_0 \in \mathbb{R}^2$  such that the point  $\infty$ , of the Riemann sphere  $\mathbb{R}^2 \cup \{\infty\}$ , is either an attractor or a repellor of  $x' = X(x) + p_0$ .

*Averaging in difference equations driven by dynamical systems*  
 YURI KIFER ..... 103

The averaging setup arises in the study of perturbations of parametric families of dynamical systems when parameters start changing slowly in time. Usually, averaging methods are applied to systems of differential equations which combine slow and fast motions. This paper deals with difference equations case which leads to wider class of models and examples. The averaging principle is justified here under a general condition which is verified when unperturbed transformations either preserve smooth measures or they are hyperbolic. The convergence speed in the averaging principle is estimated for some cases, as well.

*On Basic Pieces of Axiom A Diffeomorphisms Isotopic to Pseudoanosov Maps*  
 JORGE LEWOWICZ & RAÚL URES ..... 125

We consider Axiom A diffeomorphisms  $g$  in the isotopy class of a pseudoanosov map  $f$ . It is shown that they have a unique “large” basic piece  $\Lambda$ , and necessary and sufficient conditions for  $g$  to be semiconjugated to  $f$ , that only involve conditions on  $\Lambda$ , are obtained. As a consequence, it is proved that if  $\Lambda$  is exteriorly situated, stable and unstable half-leaves of points of  $\Lambda$  boundedly deviate from geodesics.

*Sub-actions for Anosov diffeomorphisms*  
 ARTUR O. LOPES & PHILIPPE THIEULLEN ..... 135

We show a positive Livsic type theorem for  $C^2$  Anosov diffeomorphisms  $f$  on a compact boundaryless manifold  $M$  and Hölder observables  $A$ . Given  $A : M \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $\alpha$ -Hölder, we show there exist  $V : M \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $\beta$ -Hölder,  $\beta < \alpha$ , and a probability measure  $\mu$ ,  $f$ -invariant such that

$$A \leq V \circ f - V + \int A d\mu.$$

We apply this inequality to prove the existence of an open set  $\mathcal{G}_\beta$  of  $\beta$ -Hölder functions,  $\beta$  small, which admit a unique maximizing measure supported on a periodic orbit. Moreover the closure of  $\mathcal{G}_\beta$ , in the  $\beta$ -Hölder topology, contains all  $\alpha$ -Hölder functions,  $\alpha$  close to one.

*Dynamique des fonctions rationnelles sur des corps locaux*  
 JUAN RIVERA-LETELIER ..... 147

Let  $p > 1$  be a prime number,  $\mathbb{Q}_p$  the field of  $p$ -adic numbers and let  $\mathbb{C}_p$  be the smallest complete extension of  $\mathbb{Q}_p$  that is algebraically closed. This work is dedicated to the study of the dynamics of rational functions on the projective line  $\mathbb{P}(\mathbb{C}_p)$ .

To each rational function  $R \in \mathbb{C}_p(z)$  we associate its *quasi-periodicity domain*, which is equal to the interior of the set of points in  $\mathbb{P}(\mathbb{C}_p)$  that are recurrent by  $R$ . We give several characterizations of the quasi-periodicity domain and we describe its local and global dynamics.

We prove that analytic components of the domain of quasi-periodicity (which are the  $p$ -adic analogues of Siegel discs and Herman rings) are open affinoids (that is, they have simple geometry) and we describe the dynamics on a given component.

Like in the complex case there is a partition of the line  $\mathbb{P}(\mathbb{C}_p)$  in the Fatou set and the Julia set. By analogy to the complex case we make the following non-wandering conjecture: every wandering disc is attracted to an attracting cycle. We prove that this holds if and only if every point in the Fatou set is either attracted to an attracting cycle or is mapped to the quasi-periodicity domain under forward iteration.



*On the divergence of geodesic rays in manifolds without conjugate points, dynamics of the geodesic flow and global geometry*

RAFAEL OSWALDO RUGGIERO ..... 231

Let  $(M, g)$  be a compact Riemannian manifold without conjugate points. Suppose that the horospheres in  $(\widetilde{M}, g)$  depend continuously on their normal directions. Then we show that geodesic rays diverge uniformly in the universal covering  $(\widetilde{M}, g)$ . We give some applications of this result to the study of the dynamics of the geodesic flow and the global geometry of manifolds without conjugate points.

*Complex Schottky Groups*

JOSÉ SEADE & ALBERTO VERJOVSKY ..... 251

In this work we study a certain type of discrete groups acting on higher dimensional complex projective spaces. These generalize the classical Schottky groups acting on the Riemann sphere. We study the limit sets of these actions, which turn out to be solenoids. We also look at the compact complex manifolds obtained as quotient of the region of discontinuity, divided by the action. We determine their topology and the dimension of the space of their infinitesimal deformations. We show that every such deformation arises from a deformation of the embedding of the group in question into the group of automorphisms of the corresponding complex projective space, which is a reminiscent of the classical Teichmüller theory.

## RÉSUMÉS DES ARTICLES

*On Random and Mean Exponents for Unitarily Invariant Probability Measures on  $\mathbb{GL}_n(\mathbb{C})$*   
JEAN-PIERRE DEDIEU & MIKE SHUB ..... 1

Étant donné une mesure de probabilité sur  $\mathbb{GL}_n(\mathbb{C})$  qui est unitairement invariante, nous comparons la moyenne des logarithmes des modules des valeurs propres des matrices aux exposants de Lyapunov des produits de matrices aléatoires indépendantes pour cette mesure. Nous montrons que celui-là est toujours plus grand que celui-ci.

*On Some Approximations of the Quasi-geostrophic Equation*  
EFIM I. DINABURG, VLADIMIR S. POSVYANSKII & YAKOV G. SINAI ..... 19

Pour l'équation quasi-géostrophique en deux dimensions dans l'espace de Fourier, nous proposons une nouvelle approximation représentant elle-même une équation quasi-linéaire. On étudie dans cet article des approximations de dimension finie naturelles de cette équation.

*Stable accessibility is  $C^1$  dense*  
DMITRY DOLGOPYAT & AMIE WILKINSON ..... 33

Nous montrons que, dans l'espace de tous les difféomorphismes partiellement hyperboliques de classe  $C^r$  ( $r \geq 1$ ), il existe un ensemble  $C^1$  ouvert et dense de difféomorphismes accessibles. Ceci établit le cas  $C^1$  d'une conjecture de Pugh et Shub. Le même résultat vaut dans l'espace des difféomorphismes partiellement hyperboliques préservant le volume ou symplectiques. En combinant ce théorème avec des résultats de [Br], [Ar] et [PugSh3], nous obtenons plusieurs corollaires. Le premier énonce que, dans l'espace des difféomorphismes partiellement hyperboliques préservant le volume ou symplectiques, la transitivité topologique a lieu sur un ensemble ouvert et dense. Puis, sur une variété symplectique de dimension  $n$  ( $n \leq 4$ ), l'adhérence  $C^1$  des symplectomorphismes

stablement transitifs est précisément celle des symplectomorphismes partiellement hyperboliques. Enfin, l'ergodicité stable est  $C^1$  ouverte et dense dans l'espace des difféomorphismes partiellement hyperboliques préservant le volume satisfaisant l'hypothèse technique additionnelle de [PugSh3].

*Anosov Geodesic Flows for Embedded Surfaces*

VICTOR J. DONNAY & CHARLES C. PUGH ..... 61

Dans cet article, nous plongeons une surface de grand genre dans  $\mathbb{R}^3$  de telle manière que son flot géodésique n'ait aucun point conjugué et soit Anosov, malgré le fait que la courbure ne puisse être partout négative.

*Non-Gibbsianness of the invariant measures of non-reversible cellular automata with totally asymmetric noise*

ROBERTO FERNÁNDEZ & ANDRÉ TOOM ..... 71

Nous présentons une classe d'automates cellulaires aléatoires avec plusieurs mesures invariantes qui sont toutes non gibbsiennes. Les automates ont  $\{0, 1\}^{\mathbb{Z}^d}$ , avec  $d > 1$ , comme espace de configuration, et ce sont des versions avec bruit d'automates ayant la "propriété d'érodeur". Le bruit est totalement asymétrique dans le sens qu'il permet des sauts aléatoires de "0" en "1" mais pas le contraire. Nous montrons que toutes les mesures invariantes attachent à l'événement "une sphère de grand rayon  $L$  est remplie de 1" une probabilité  $\mu_L$  qui est trop grande pour qu'une mesure soit gibbsienne. Par exemple, pour l'automate NEC,  $(-\ln \mu_L) \asymp L$  alors que pour toute mesure gibbsienne la valeur correspondante est  $\asymp L^2$ .

*Injectivity of  $C^1$  maps  $\mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  at infinity and planar vector fields*

CARLOS GUTIERREZ & ALBERTO SARMIENTO ..... 89

Soit  $X : \mathbb{R}^2 \setminus \overline{D}_\sigma \rightarrow \mathbb{R}^2$  une application  $C^1$ , où  $\sigma > 0$  et  $\overline{D}_\sigma = \{p \in \mathbb{R}^2 : \|p\| \leq \sigma\}$ .

(i) Si pour un  $\varepsilon > 0$  et pour tout  $p \in \mathbb{R}^2 \setminus \overline{D}_\sigma$ , aucune valeur propre de  $DX(p)$  n'appartient à  $(-\varepsilon, \infty)$ , alors il existe  $s \geq \sigma$  tel que  $X|_{\mathbb{R}^2 \setminus \overline{D}_s}$  est injective.

(ii) Si pour un  $\varepsilon > 0$  et pour tout  $p \in \mathbb{R}^2 \setminus \overline{D}_\sigma$ , aucune valeur propre de  $DX(p)$  n'appartient à  $(-\varepsilon, 0] \cup \{z \in \mathbb{C} : \Re(z) \geq 0\}$ , alors il existe  $p_0 \in \mathbb{R}^2$  tel que le point  $\infty$  de la sphère de Riemann  $\mathbb{R}^2 \cup \{\infty\}$  soit un attracteur ou un repulseur de  $x' = X(x) + p_0$ .

*Averaging in difference equations driven by dynamical systems*

YURI KIFER ..... 103

La moyennisation apparaît dans l'étude des perturbations d'une famille paramétrée de systèmes dynamiques, lorsque les paramètres varient lentement avec le temps. D'habitude, les méthodes de moyennisation sont appliquées aux systèmes d'équations différentielles qui combinent des mouvements lents et rapides. Cet article traite le cas des équations aux différences, qui conduit

à un ensemble plus grand de modèles et d'exemples. Le principe de moyennisation est justifié ici sous une condition générale qui est vérifiée lorsque les transformations non perturbées ou bien préservent des mesures lisses ou bien sont hyperboliques. On estime aussi la vitesse de convergence dans le principe de moyennisation.

*On Basic Pieces of Axiom A Diffeomorphisms Isotopic to Pseudoanosov Maps*  
 JORGE LEWOWICZ & RAÚL ÚRES ..... 125

On considère les difféomorphismes  $g$  Axiom A, isotopes à des transformations pseudo-Anosov  $f$ . On montre qu'ils ont une unique "grande" partie basique  $\Lambda$ , et on trouve des conditions nécessaires et suffisantes pour que  $g$  soit semi-conjugué à  $f$ . Ces conditions s'expriment seulement en terme des propriétés de  $\Lambda$ . Comme conséquence on obtient que si  $\Lambda$  est située extérieurement, les demi-feuilles stables et instables des points de  $\Lambda$  sont à distance bornée des géodésiques.

*Sub-actions for Anosov diffeomorphisms*  
 ARTUR O. LOPES & PHILIPPE THIEULLEN ..... 135

Nous montrons un théorème de type Livsic positif pour les  $C^2$ -difféomorphismes Anosov  $f$  sur une variété compacte sans bord  $M$  et des observables  $A$  höldériennes. Étant donnée  $A : M \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $\alpha$ -höldérienne, nous montrons qu'il existe  $V : M \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $\beta$ -höldérienne,  $\beta < \alpha$ , et une mesure de probabilité  $\mu$ ,  $f$ -invariante, telles que

$$A \leq V \circ f - V + \int A d\mu.$$

Nous appliquons cette inégalité pour montrer l'existence d'un ouvert  $\mathcal{G}_\beta$  de fonctions  $\beta$ -höldériennes,  $\beta$  petit, qui admet une unique mesure maximisante supportée par une orbite périodique. De plus, l'adhérence de  $\mathcal{G}_\beta$  dans la topologie  $\beta$ -höldérienne contient toutes les fonctions  $\alpha$ -höldériennes, avec  $\alpha$  proche de 1.

*Dynamique des fonctions rationnelles sur des corps locaux*  
 JUAN RIVERA-LETÉLIER ..... 147

Soit  $p > 1$  un nombre premier,  $\mathbb{Q}_p$  le corps des nombres  $p$ -adiques et soit  $\mathbb{C}_p$  la plus petite extension complète et algébriquement close de  $\mathbb{Q}_p$ . Ce travail est consacré à l'étude de la dynamique des fonctions rationnelles sur la droite projective  $\mathbb{P}(\mathbb{C}_p)$ .

À chaque fonction rationnelle  $R \in \mathbb{C}_p(z)$  on associe son *domaine de quasi-périodicité*, qui est égal à l'intérieur de l'ensemble des points dans  $\mathbb{P}(\mathbb{C}_p)$  qui sont récurrents par  $R$ . On donne plusieurs caractérisations du domaine de quasi-périodicité et on décrit sa dynamique locale et globale.

On montre que les composantes du domaine de quasi-périodicité (qui sont les analogues  $p$ -adiques des disques des Siegel et des anneaux de Herman) sont des

affinoïdes ouverts (c'est-à-dire que leur géométrie est simple) et on décrit la dynamique sur une composante donnée.

Comme dans le cas complexe on a une partition de la droite  $\mathbb{P}(\mathbb{C}_p)$  en l'ensemble de Fatou et l'ensemble de Julia. Par analogie au cas complexe on fait la conjecture de non-errance suivante : tout disque errant est attiré par un cycle attractif. On montre que ceci a lieu si et seulement si tout point dans l'ensemble de Fatou est soit attiré par un cycle attractif, soit rencontre le domaine de quasi-périodicité par itération positive.

*On the divergence of geodesic rays in manifolds without conjugate points, dynamics of the geodesic flow and global geometry*

RAFAEL OSWALDO RUGGIERO ..... 231

Soit  $(M, g)$  une variété riemannienne compacte sans points conjugués. Supposons que les horosphères dans  $(\widetilde{M}, g)$  dépendent de façon continue de ses vecteurs normaux. Alors, les rayons géodésiques divergent uniformément dans le revêtement universel  $(\widetilde{M}, g)$ . Nous présentons quelques applications de ce résultat à l'étude de la dynamique du flot géodésique et la géométrie globale des variétés sans points conjugués.

*Complex Schottky Groups*

JOSÉ SEADE & ALBERTO VERJOVSKY ..... 251

Dans ce travail, nous étudions un certain type de groupes discrets agissant sur les espaces projectifs complexes de dimensions supérieures. Ces actions généralisent les actions classiques de type Schottky sur la sphère de Riemann. Nous étudions les ensembles limites de ces actions, qui se trouvent être des solénoïdes. Nous considérons aussi les variétés complexes compactes obtenues comme quotient de la région de discontinuité par l'action du groupe. Nous déterminons leur topologie et la dimension de l'espace des déformations infinitésimales. Une telle déformation provient d'une déformation du groupe initial dans le groupe des automorphismes projectifs correspondants, ce qui est une réminiscence de la théorie classique de Teichmüller.

## PREFACE

These two volumes collect original research articles submitted by participants of the International Conference on Dynamical Systems held at IMPA, Rio de Janeiro, in July 19-28, 2000 to commemorate the 60th birthday of Jacob Palis.

These articles cover a wide range of subjects in Dynamics, reflecting the Conference's broad scope, itself a tribute to the diversity and influence of Jacob's contributions to the mathematical community worldwide, and most notably in Latin America, through his scientific work, his role as an educator of young researchers, his responsibilities in international scientific bodies, and the efforts he has always devoted to fostering the development of Mathematics in all regions of the globe.

His own mathematical work, which extends for more than 80 publications, is described in Sheldon Newhouse's opening article. It is, perhaps, best summarized by the following quotation from Jacob's recent nomination for the French Academy of Sciences: "sa vision, en constante évolution, a considérablement élargi le sujet".

As Jacob does not seem willing to slow down, we should expect much more from him in the years to come...

Rio de Janeiro and Paris,

May 20, 2003

Wellington de Melo, Marcelo Viana, Jean-Christophe Yoccoz