
ANNALES DE MATHÉMATIQUES PURÉS ET APPLIQUÉES.

GALAIS

Analyse transcendante. Notes sur quelques points d'analyse

Annales de Mathématiques pures et appliquées, tome 21 (1830-1831), p. 182-184

<http://www.numdam.org/item?id=AMPA_1830-1831__21__182_0>

© Annales de Mathématiques pures et appliquées, 1830-1831, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Annales de Mathématiques pures et appliquées » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

*Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>*

ANALYSE TRANSCENDANTE.*Notes sur quelques points d'analyse ;*

Par M. GALAIS, élève à l'Ecole normale.



§. I.

*Démonstration d'un théorème d'analyse.***THÉORÈME.** Soient Fx et fx deux fonctions quelconques données ; on aura , quels que soient x et h ,

$$\frac{F(x+h)-Fx}{f(x+h)-fx} = \varphi(h) ,$$

 φ étant une fonction déterminée , et h une quantité intermédiaire entre x et $x+h$.*Démonstration.* Posons , en effet ,

$$\frac{F(x+h)-Fx}{f(x+h)-fx} = p ;$$

on en déduira

$$F(x+h)-Pf(x+h)=Fx-Pfx ,$$

d'où l'on voit que la fonction $Fx-Pfx$ ne change pas quand on y change x en $x+h$; d'où il suit qu'à moins qu'elle ne reste constante entre ces limites , ce qui ne pourrait avoir lieu que dans des cas particuliers , cette fonction aura , entre x et $x+h$, un ou plusieurs *maxima* et *minima*. Soit k la valeur de x répondant à l'un d'eux ; on aura évidemment

$$k=\psi(p) ,$$

 ψ étant une fonction déterminée ; donc on doit avoir aussi

$$P = \varphi(h) ,$$

φ étant une autre fonction également déterminée ; ce qui démontre le théorème.

De là on peut conclure, comme corollaire, que la quantité

$$\text{Lim. } \frac{F(x+h)-Fx}{f(x+h)-fx} = \varphi(x) ,$$

pour $h=0$, est nécessairement une fonction de x , ce qui démontre, à *priori*, l'existence des fonctions dérivées.

§. II.

Rayon de courbure des courbes dans l'espace.

Le rayon de courbure d'une courbe en l'un quelconque de ses points M est la perpendiculaire abaissée de ce point sur l'intersection du plan normal au point M avec le plan normal consécutif, comme il est aisément de s'en assurer par des considérations géométriques.

Cela posé, soit (x, y, z) un point de la courbe; on sait que le plan normal en ce point aura pour équation

$$(X-x) \frac{dx}{ds} + (Y-y) \frac{dy}{ds} + (Z-z) \frac{dz}{ds} = 0 . \quad (\text{N})$$

X, Y, Z étant les symboles des coordonnées courantes. L'intersection de ce plan normal avec le plan normal consécutif sera donnée par le système de cette équation et de la suivante

$$(X-x) \frac{d\left(\frac{dx}{ds}\right)}{ds} + (Y-y) \frac{d\left(\frac{dy}{ds}\right)}{ds} + (Z-z) \frac{d\left(\frac{dz}{ds}\right)}{ds} = 1 , \quad (\text{I})$$

attendu que

$$\left(\frac{dx}{ds}\right)^2 + \left(\frac{dy}{ds}\right)^2 + \left(\frac{dz}{ds}\right)^2 = 1 .$$

Or, il est aisé de voir que le plan (I) est perpendiculaire au plan (N); car l'on a

$$\frac{dx}{ds} d\left(\frac{dx}{ds}\right) + \frac{dy}{ds} d\left(\frac{dy}{ds}\right) + \frac{dz}{ds} d\left(\frac{dz}{ds}\right) = 0;$$

donc la perpendiculaire abaissée du point (x, y, z) sur l'intersection des deux plans (N) et (I) n'est autre chose que la perpendiculaire abaissée du même point sur le plan (I). Le rayon de courbure est donc la perpendiculaire abaissée du point (x, y, z) sur le plan (I). Cette considération donne, très-simplement, les théorèmes connus sur les rayons de courbure des courbes dans l'espace,
