

ANNALES DE L'I. H. P., SECTION A

V. FOCK

Les principes physiques de la théorie de la gravitation d'Einstein

Annales de l'I. H. P., section A, tome 5, n° 3 (1966), p. 205-215

[<http://www.numdam.org/item?id=AIHPA_1966__5_3_205_0>](http://www.numdam.org/item?id=AIHPA_1966__5_3_205_0)

© Gauthier-Villars, 1966, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Annales de l'I. H. P., section A » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

Les principes physiques de la théorie de la gravitation d'Einstein (*)

par

V. FOCK

(Université de Leningrad).

Je parlerai aujourd'hui des principes physiques de la théorie de la gravitation d'Einstein. J'ai déjà eu plusieurs fois l'occasion d'exposer mon point de vue sur ce sujet. Mon point de vue est critique, mais ma critique est dirigée non pas contre la théorie de la gravitation elle-même, que j'accepte sans réserve, mais contre l'interprétation traditionnelle de cette théorie, interprétation qui se résume dans le nom « relativité générale » donné par Einstein.

Dans la théorie d'Einstein, une théorie de la gravitation s'unit à une théorie de l'espace-temps. Comme cette unité présente le trait le plus caractéristique de cette théorie, on pourrait la nommer *théorie chrono-géométrique de la gravitation*.

Le nom chrono-géométrie a été proposé par le physicien hollandais A. D. Fokker pour la théorie d'Einstein de 1905, dite relativité restreinte. On peut consentir que le nom traditionnel « relativité » (mais pas « relativité restreinte », puisqu'il n'y a pas de relativité plus générale s'il s'agit de l'espace-temps) est bien applicable à la théorie de 1905, car elle conserve le principe de relativité galiléen, tout en tenant compte de la valeur finie de la vitesse de la lumière. Mais la relativité ne constitue que l'un des deux aspects de la théorie. Avec le même droit on peut prendre cette théorie dans son aspect absolu; on peut la considérer comme exprimant les propriétés absolues de l'espace-temps. Ces propriétés peuvent être formulées au moyen des postulats chrono-géométriques, à savoir, l'existence d'une vitesse-limite et l'uniformité de l'espace-temps.

Si le nom « relativité » est légitime lorsqu'on l'applique à la théorie

(*) Conférence faite le 1^{er} février 1966 à l'Institut Henri Poincaré.

de 1905, le nom « relativité générale » appliqué à la théorie de 1915 ne l'est pas. Il n'a rien à faire avec le contenu physique de cette théorie et reflète seulement l'interprétation incorrecte de la théorie par son auteur.

On pourrait dire : mais est-il permis de critiquer Einstein, ce génie à qui nous devons tant de découvertes ? Je crois que l'esprit libre d'Einstein lui-même nous donne la réponse à cette question. Einstein y a insisté maintes fois : il ne faut jamais se laisser entraîner par les préjugés, surtout par les préjugés invétérés. En effet, une critique libre et une analyse logique poussée jusqu'au bout sont des conditions tout à fait nécessaires pour obtenir une interprétation correcte et suffisamment profonde d'une théorie, surtout d'une théorie fondamentale comme celle de la gravitation. Une théorie peut se trouver plus profonde que ne l'a imaginée son auteur.

L'histoire de la science nous offre beaucoup d'exemples où le créateur d'une théorie physique fondamentale donne une interprétation incorrecte à ses principes. Maxwell, par exemple, voyait dans les équations qui portent son nom, non pas les équations d'un champ *sui generis*, du champ électromagnétique, mais des équations de mécanique exprimant les lois des oscillations d'un milieu élastique, l'éther.

Ce manque de compréhension ne doit pas nous étonner. Le créateur d'une théorie physique bien confirmée est enclin à voir dans le succès de sa théorie non seulement la vérification du résultat final d'une chaîne de raisonnements, mais aussi la vérification de tous les éléments de cette chaîne. Cependant la pensée créatrice d'un chercheur ne suit jamais une voie purement logique. La meilleure expression de ce fait est donnée par Einstein lui-même qui disait : « das Erfinden ist kein Werk des logischen Denkens », c'est-à-dire, l'invention n'est pas le résultat d'un procédé logique. Il est donc très possible qu'un raisonnement qui a abouti à une certaine théorie qui s'est trouvée vraie contienne des lacunes logiques qui peuvent obscurcir l'interprétation de cette théorie.

Einstein est parvenu à sa théorie de gravitation en se laissant guider (ou plutôt en se croyant guidé) par l'idée d'une « relativité générale ». Il est difficile de dire quel est le sens exact attribué par Einstein à ce terme. Mais il parlait d'un « principe de relativité générale » comme d'une certaine généralisation du principe de relativité de Galilée qui s'appliquait au mouvement rectiligne et uniforme. Il est possible qu'Einstein croyait pouvoir appliquer le même principe à d'autres problèmes physiques et non seulement au problème du mouvement relatif. En effet, dans ses notes autobiographiques Einstein parle du désappointement qu'il a éprouvé lorsqu'il a vu que son idée de relativité générale ne l'avait conduit qu'à une théorie de la gravitation et à rien de plus (cette qualification modique de sa magnifique

théorie mérite d'être notée). On voit quelle valeur attachait Einstein à l'idée de « relativité générale ».

Une autre idée très importante pour Einstein dans la période où il créait sa théorie de la gravitation se résumait dans le « principe d'équivalence » (équivalence ou identité entre la gravitation et l'accélération).

Nous allons analyser ces deux principes pour voir s'ils forment vraiment la base de la théorie de la gravitation d'Einstein. Notre analyse aboutira à un résultat négatif : nous verrons que le principe de relativité générale n'exprime aucune loi physique et que le principe d'équivalence, qui est purement local, n'est qu'approché. La vraie base de la magnifique théorie de la gravitation d'Einstein est constituée par d'autres principes.

Pour commencer notre analyse, nous devons préciser ce que nous entendons par le principe de relativité.

Le principe de relativité physique exige l'existence des phénomènes physiques correspondants dans deux laboratoires (systèmes de référence) en mouvement réciproque. Si ce principe a lieu, on peut faire correspondre à chaque phénomène dans le premier laboratoire un phénomène identique (tout à fait pareil) dans le second laboratoire. En d'autres termes, le principe de relativité physique exige et présuppose l'identité des conditions physiques dans deux laboratoires (systèmes de référence) en mouvement réciproque. Le principe de relativité de Galilée, qui a lieu pour le mouvement rectiligne et uniforme de deux systèmes inertiels, correspond exactement à cette définition (Galilée lui-même a donné une illustration brillante de ce principe en considérant divers phénomènes qui peuvent se produire dans les cabines de deux navires dont l'un est en mouvement uniforme). Il en est de même pour le principe de relativité sur lequel repose la théorie d'Einstein de 1905. Le principe de relativité d'Einstein se rapporte, comme celui de Galilée, au mouvement rectiligne et uniforme de deux systèmes inertiels, mais prend en considération l'existence d'une vitesse-limite (vitesse de la lumière). Ce principe s'exprime à l'aide de la transformation de Lorentz qui généralise celle de Galilée.

Donc, le principe de relativité de Galilée-Lorentz n'est applicable qu'aux systèmes inertiels. Pour les systèmes de référence accélérés, le principe de relativité physique n'est plus valable : les conditions physiques y sont différentes. Prenons comme exemple de deux systèmes accélérés la Terre (le globe terrestre) et un satellite artificiel (un Spoutnik). Une pendule à poids peut marcher très bien dans un laboratoire terrestre, mais elle ne marche pas du tout à l'intérieur d'un Spoutnik. Il n'y a même aucun phénomène dans un Spoutnik qui pourrait correspondre à la marche d'une telle pendule

sur la Terre. Cet exemple suffit pour démontrer l'impossibilité du principe de relativité générale physique.

Nous avons employé, d'une manière un peu imprécise, le terme « système de référence » dans le sens de « laboratoire ». En effet, si l'on fait abstraction de toutes les particularités d'un laboratoire et si l'on ne considère que son mouvement global, on parvient au concept d'un système de référence physique. Mais ce concept n'est pas identique à celui d'un système de coordonnées. La correspondance entre un système de référence (même dans le sens mathématique) et un système de coordonnées n'est pas univoque : différents systèmes de coordonnées peuvent correspondre à un seul et même système de référence.

Considérons maintenant le concept de covariance. Pour formuler le principe de relativité physique on fait usage de la covariance des équations différentielles pour un changement de coordonnées. Mais cette covariance n'est nullement équivalente à ce principe. Pour exprimer la relativité physique, on doit tenir compte de toutes les équations qui déterminent le cours d'un phénomène physique et non seulement des équations différentielles du champ (ou du mouvement). Comme les conditions aux limites et les conditions initiales ne sont pas covariantes, il faut, pour rétablir, si possible, leur forme après une transformation de coordonnées, introduire un changement physique dans le phénomène (par exemple, s'il s'agit d'une simple rotation des axes d'espace et si le phénomène considéré se réduit au mouvement rectiligne d'un point matériel, il faut remplacer le mouvement le long de l'axe X primitif par un mouvement le long du nouvel axe X).

En général, pour assurer la relativité physique envers un groupe de transformations, il doit être possible d'associer à chaque transformation appartenant à ce groupe un changement dans le phénomène physique qui restaure l'expression mathématique du phénomène : l'expression mathématique du nouveau phénomène dans les nouvelles variables doit avoir la même forme que l'expression du phénomène primitif dans les variables primitives. On peut parler d'une *adaptation du phénomène physique aux nouvelles variables* et introduire le *principe d'adaptation physique*.

Précisons le sens de ce principe en le rattachant au concept de l'invariance. Si, dans un système de référence, la description du phénomène est donnée par certaines fonctions (coordonnées et impulsions des points matériels, composantes du champ, etc.), le principe d'adaptation physique exige qu'après le changement des variables indépendantes suivi du changement du phénomène la forme mathématique de ces fonctions reste la même. Cela veut dire que ce principe est satisfait si toutes les fonctions décrivant le phénomène (y compris les composantes des tenseurs) se comportent envers ce

double changement comme des invariants. Une adaptation physique doit être possible pour chaque phénomène, sinon la relativité physique n'a pas lieu.

Considérons la rotation des axes spatiaux dans l'espace entourant la Terre. Si l'on tient compte de la gravitation, l'espace près de la surface de la Terre n'est pas isotrope : on doit distinguer entre le haut et le bas. Il n'y a donc pas de relativité par rapport aux directions. Mais cette relativité peut être rétablie si l'on ajuste chaque fois le champ de gravitation aux nouvelles directions des axes (ceci est possible si l'on considère la Terre comme immergée dans un espace qui est isotrope à l'infini). Prenons deux laboratoires et renversons l'un d'eux. Cela change complètement les conditions physiques dans ce laboratoire qui peut même cesser de fonctionner. Mais au lieu de renverser tout simplement le laboratoire on peut le porter doucement aux antipodes. Alors, les conditions physiques y seront les mêmes que pour l'autre laboratoire qui est resté dans sa position primitive et cela malgré le fait que les deux laboratoires sont maintenant antiparallèles.

En résumant la discussion de la relativité physique, nous pouvons faire l'énoncé suivant : Pour que la covariance des équations par rapport à un groupe de transformations puisse exprimer la relativité physique, il est nécessaire de pouvoir adapter les conditions et les phénomènes physiques à chaque transformation de ce groupe. La covariance à elle-même ne suffit pas pour assurer l'existence de la relativité physique.

Dans le cas des transformations de Lorentz de la théorie de la relativité dite restreinte, la possibilité d'adaptation est supposée pour tous les champs introduits explicitement. Quant au champ métrique, une adaptation n'est pas nécessaire, puisque les composantes du tenseur métrique $\eta_{\mu\nu} = e_{\mu} \delta_{\mu\nu}$ ne varient pas.

Dans le cas des transformations de Lorentz entre les coordonnées harmoniques de la théorie de gravitation, le tenseur métrique reprend sa forme primitive après une adaptation du champ gravifique effectuée par un choix convenable de la répartition et du mouvement des masses (comme dans l'exemple du laboratoire porté aux antipodes).

Dans le cas des transformations arbitraires des coordonnées, l'adaptation physique n'est plus possible. Cela veut dire que ces transformations n'ont aucun rapport avec la relativité physique, malgré la covariance des équations. Le « principe de relativité générale » (si on lui donne la seule interprétation non contradictoire possible de covariance générale) est donc purement formel et non pas physique. Comme dans le cas des équations de Lagrange de deuxième espèce, la covariance ne concerne que la forme des lois physiques.

Considérons maintenant le principe d'équivalence. Remarquons d'abord

que la notion de force n'a un sens bien défini que dans un système de référence inertiel, dans lequel elle peut être définie d'après Newton. Au contraire, si on écrit les équations de mouvement dans un système de référence quelconque, ou en coordonnées arbitraires, on ne peut plus appliquer la notion de force aux différents termes de ces équations; autrement cette notion perd son sens unique. Par exemple, l'expression « force centrifuge » est purement conventionnelle : ce n'est pas une force dans le sens propre du mot. Ce manque d'unicité dans la définition de la force a permis à Einstein de formuler son principe d'équivalence qui revient à l'interprétation cinématique de la gravitation. Cependant, le principe d'équivalence entre la gravitation et l'accélération n'est qu'approché et il est d'ailleurs purement local. Il peut être utile pour éviter certaines contradictions immédiates dans le concept de la relativité appliqué au mouvement accéléré et pour établir certaines analogies cinématiques montrant la direction dans laquelle on doit chercher la solution du problème de la gravitation. Mais le principe d'équivalence ne saurait être considéré comme fondement logique de la théorie de la gravitation d'Einstein, qui n'est d'ailleurs ni locale ni cinématique.

Nous aboutissons à la conclusion que le principe de relativité générale n'existe pas comme principe physique et, si on l'interprète dans un sens purement mathématique comme covariance générale des équations, il n'exprime aucune loi physique. Quant au principe cinématique d'équivalence, nous venons de voir qu'il est local et approximatif. Comment pouvait-il arriver qu'Einstein considérât ces deux principes comme fondements de sa théorie de la gravitation ?

La réponse générale se trouve dans les mots d'Einstein cités plus haut : la découverte n'est pas le résultat d'un procédé purement logique. La pensée créatrice d'un génie peut ne pas s'inquiéter des lacunes logiques. Mais une fois la théorie établie, il est nécessaire, pour la bien comprendre, d'analyser ces lacunes et de les éliminer.

Pour étendre la notion de relativité aux mouvements non uniformes, Einstein a introduit tacitement deux modifications très importantes dans le sens des mots « système de référence » et « principe de relativité ».

En premier lieu, Einstein a modifié la définition du système de référence en le rapprochant non pas à un système physique (un laboratoire), mais à un système de coordonnées spatio-temporelles. Si l'on accepte ce point de vue sans réserve, on abandonne toute relation entre les transformations des coordonnées et le principe de relativité physique. Pour conserver cette relation, on devrait pouvoir faire correspondre à chaque système de coordonnées un laboratoire, ce qui ne semble pas possible. Même si on le suppose possible,

on doit admettre que les conditions physiques dans différents laboratoires accélérés ne sont pas les mêmes, ce qui veut dire justement qu'il n'y a pas dans ce cas, de relativité physique.

Pour maintenir le concept de relativité générale, Einstein a été obligé de priver ce terme de son sens physique et de lui attribuer un sens tout différent qui est purement mathématique. Il lui a donné d'abord une interprétation un peu vague de « même forme des lois de la nature » dans différents systèmes de références. Puis il a remplacé les systèmes de référence par les systèmes de coordonnées et les lois de la nature par les équations différentielles du champ ou du mouvement (qui, cependant, à elles seules, ne déterminent pas le cours d'un phénomène physique). En raisonnant ainsi, Einstein est parvenu à interpréter la « relativité générale » comme « covariance des équations différentielles pour un changement arbitraire de coordonnées » (la question de l'adaptation physique au changement des coordonnées n'a pas été considérée par Einstein et le terme « covariance » est compris dans son sens strictement mathématique). Mais dans cette interprétation la « relativité générale » est tout à fait différente du principe de relativité physique. La covariance générale est une exigence purement logique et non pas physique, exigence qui doit être remplie même si le principe de relativité physique n'a pas lieu. En effet, tant qu'on ne précise pas le système de coordonnées, il faut bien que les équations écrites dans différents systèmes soient équivalentes (comme dans le cas des équations de Lagrange de deuxième espèce).

Le tableau suivant résume ce que nous venons de dire sur la modification du sens des mots « principe de relativité » et « système de référence ».

TABLEAU

Diverses interprétations du concept « relativité ».

Relativité physique = existence des phénomènes = identité des conditions physiques.	Dans deux laboratoires
Même forme des lois de nature. Même forme des équations différentielles (du champ et du mouvement).	Dans deux systèmes de référence
Covariance des équations (avec adaptation physique). Covariance des équations (sans adaptation physique).	Dans deux systèmes de coordonnées

Donc, la relativité physique ne peut être générale et la relativité générale ne peut être physique. Ce n'est pas l'idée de relativité générale qui se trouve au fond de la théorie de gravitation.

Einstein n'a jamais pu accepter ce fait et cette circonstance a eu des conséquences vraiment tragiques pour lui : elle l'a engagé dans une voie erronée et lui a fait perdre des dizaines d'années de sa vie précieuse. L'échec de toutes ses tentatives pour construire une théorie unitaire du champ électromagnétique et de la gravitation est sans doute lié à la même circonstance. Einstein a surestimé la portée de son idée de relativité générale et cela lui a même empêché d'apprécier dûment la valeur de ses propres équations de gravitation qui sont l'essence de sa magnifique théorie. On sait que le tenseur d'énergie-impulsion s'exprime au moyen des quantités qui caractérisent le système physique. La nécessité d'introduire ces quantités dans les équations de la gravitation apparut à Einstein comme un défaut de la théorie. Dans ses notes autobiographiques Einstein disait même qu'il ne doutait pas une minute que ses équations de la gravitation ne donnent qu'une issue provisoire choisie pour exprimer, tant bien que mal, le principe de relativité générale. Dans ses recherches sur la déduction des équations du mouvement à partir des équations de la gravitation, Einstein essayait de se passer du tenseur énergie-impulsion en le remplaçant par zéro. Ce point de vue inutilement sceptique l'a conduit à une limitation essentielle du problème du mouvement : Einstein et ses collaborateurs se sont bornés aux masses ponctuelles et n'ont pas abordé le problème du mouvement des corps de dimensions finies, ayant une structure intérieure et animés d'un mouvement de rotation. Ce problème a été posé et partiellement résolu dans nos travaux et dans les travaux de nos collaborateurs, à partir de 1939 ⁽¹⁾.

La prédilection d'Einstein pour les masses ponctuelles a peut-être une relation directe avec sa tendance à considérer les particules élémentaires et atomiques comme singularités dans un champ classique, en évitant la voie ouverte par la mécanique quantique. C'est tout à fait surprenant qu'Einstein, le créateur du concept du photon, n'a jamais accepté la mécanique quantique. Niels Bohr, en évoquant ses discussions avec Einstein parle d'une remarque faite par Ehrenfest au cours du Congrès Solvay 1927, en ces termes :

« Je me rappelle aussi qu'au sommet de la discussion, Ehrenfest, dans sa manière affectionnée de taquiner ses amis, remarquait en plaisantant qu'il y a une similitude évidente entre l'attitude d'Einstein et celle des opposants de la théorie de relativité. »

⁽¹⁾ V. Fock, Sur le mouvement des masses finies d'après la théorie de la gravitation einsteinienne. *Journal of Physics USSR*, vol. 1, 1939, p. 81.

Le caractère paradoxal de la non-acceptation de la mécanique quantique par Einstein apparaît davantage si on tâche d'en trouver la cause. Autant qu'on peut juger en s'appuyant sur les discussions entre Einstein et Bohr, la cause principale de la position négative d'Einstein réside dans la non-acceptation de l'idée de « relativité par rapport aux moyens d'observation ». Cependant, cette idée qui constitue la base de la mécanique quantique ⁽²⁾ n'est qu'un développement tout à fait naturel du concept de relativité sur lequel est fondée la théorie einsteinienne de 1905. On pourrait parler davantage sur les conceptions contradictoires d'Einstein dans le domaine de la physique ainsi que dans le domaine de la philosophie.

Revenons maintenant à l'analyse des idées considérées par Einstein comme fondement de sa théorie de la gravitation. Ce sont l'idée de la covariance générale et l'interprétation cinématique de la pesanteur (le principe de relativité générale et le principe d'équivalence). Quelle que soit leur valeur véritable, elles ont rendu un bon service à Einstein dans la période de la création de sa théorie.

Dans le principe de la covariance générale on peut voir une indication qu'il n'est pas toujours possible de définir une classe de systèmes de coordonnées privilégiés (analogue à celle des systèmes galiléens dans la théorie de relativité ordinaire). Ceci n'est pas possible dans le problème cosmologique. Quant au principe d'équivalence, il a sans doute indiqué à Einstein la voie conduisant à la solution du problème de la gravitation, à savoir, la voie chrono-géométrique. Mais ce qui importe le plus, c'est la conviction d'Einstein qu'une théorie physique qui est vraie (c'est-à-dire, qui correspond à la nature) doit en même temps être parfaite du point de vue esthétique. Cette conviction, dont la nature est plutôt philosophique que physique, est pleinement supportée par la création de la théorie de la gravitation qui satisfait à toutes les exigences esthétiques.

Nous allons maintenant résumer les idées et les principes qui forment le vrai fondement de la théorie de la gravitation d'Einstein. C'est, en premier lieu, l'idée chrono-géométrique. L'espace et le temps doivent être considérés ensemble comme une variété à quatre dimensions ayant une métrique indéfinie (cette idée était déjà réalisée dans la théorie de la relativité ordinaire). En second lieu, c'est l'idée de la variabilité de la métrique. La métrique de l'espace-temps n'est pas donnée une fois pour toutes, elle n'est pas rigide, mais elle peut dépendre des phénomènes physiques qui se produisent dans l'espace et le temps. Une première indication sur la non-rigidité de la

⁽²⁾ V. Fock, La physique quantique et les idéalizations classiques. *Dialectica*, vol. 19, n° 3-4, 1965, p. 223.

métrique appartient à Riemann, mais ce n'est qu'Einstein qui a formulé cette idée d'une manière quantitative. L'hypothèse de la variabilité de la métrique et de sa dépendance des phénomènes physiques lui a permis d'établir l'unité de la métrique et de la gravitation, le trait le plus important de sa théorie. Cette unité s'exprime par le fait que l'une et l'autre (la métrique et la gravitation sont caractérisées par les mêmes quantités (les composantes du tenseur métrique qui sont en même temps potentiels gravifiques). Le tenseur métrique et gravifique est lié à la distribution des masses (au tenseur énergie-impulsion) par les célèbres équations de la gravitation d'Einstein qui résument toute la théorie.

Donc, la théorie d'Einstein peut être justement désignée comme théorie chrono-géométrique de la gravitation.

Nous avons poursuivi le rôle historique du principe d'équivalence dans la création de la théorie de la gravitation. D'autre part, nous avons constaté que ce n'est pas ce principe qui forme la base de cette théorie. Cela ne veut pas dire que ce principe est tout à fait incorrect. Du point de vue de la théorie complète, on peut bien le considérer comme une loi approchée; cette loi n'est cependant applicable que dans la mesure où une approximation linéaire suffit pour les potentiels de gravitation ⁽³⁾.

Voyons maintenant s'il y a une relativité physique dans l'espace d'Einstein. Dans le cas général, non. Non seulement les transformations générales sont incompatibles avec le principe d'adaptabilité physique dont nous avons parlé plus haut, mais il n'existe pas, en général, de groupe plus restreint qui satisfait à ce principe. Cependant, pour une classe importante des espaces d'Einstein (celle qui correspond à la distribution insulaire des masses et permet de fixer les conditions à l'infini) la relativité physique existe. Dans ce cas, on peut introduire les coordonnées harmoniques et considérer le groupe des transformations de Lorentz entre ces coordonnées. Comme nous avons déjà remarqué plus haut, on peut alors adapter les conditions physiques (la distribution et le mouvement des masses) à ces transformations. Les composantes du tenseur métrique, qui se transforment par la loi tensorielle pour un changement des coordonnées, se comportent comme des invariants si ce changement est accompagné par une adaptation physique. Ici les coordonnées harmoniques jouent un rôle privilégié : pour ces coor-

⁽³⁾ Voilà un exemple mathématique d'une situation analogue : Toute fonction dont la dérivée seconde est bornée peut être représentée dans un intervalle suffisamment petit par une fonction linéaire. Nous avons une sorte de principe d'équivalence approchée de toutes les fonctions aux fonctions linéaires. Cependant, dire que cette équivalence est exacte serait aussi faux qu'affirmer que toutes les fonctions sont linéaires dans un domaine fini.

données seulement les transformations admettant une adaptation physique — c'est-à-dire, exprimant la relativité physique — sont linéaires (celles de Lorentz). Mais il va sans dire que l'existence de la relativité physique pour la classe considérée des espaces d'Einstein ne dépend pas des coordonnées employées.

Les coordonnées harmoniques proprement dites, c'est-à-dire satisfaisant aux conditions à l'infini, n'existent que pour la classe des espaces d'Einstein caractérisée plus haut (distribution insulaire des masses dans un espace qui est euclidien à l'infini). Pour les espaces du type cosmologique, les coordonnées harmoniques proprement dites n'existent pas. Cependant, dans certains cas idéalisés, comme dans le cas de l'espace de Friedmann, on peut bien introduire des coordonnées qui se distinguent des autres par quelque propriété fondamentale et qu'on peut alors nommer « privilégiées » dans un certain sens.

L'existence des coordonnées harmoniques est une propriété intégrale (et non seulement locale) de l'espace-temps : pour les trouver, il est nécessaire d'intégrer certaines équations différentielles (du type de d'Alembert) en tenant compte des conditions aux limites. Remarquons que les propriétés intégrales de l'espace-temps sont non moins importantes que les propriétés locales (qui ont lieu dans un domaine infinitésimal ou qui s'expriment par des équations différentielles). D'ailleurs, il serait incorrect d'affirmer que toutes les lois de nature se réduisent aux relations tensorielles.

Pour conclure, je voudrais souligner une fois de plus qu'une critique scientifique de l'interprétation donnée par Einstein à sa théorie, une critique qui est libre et qui rejette les préjugés peut seulement éclaircir les principes de la théorie et ne peut jamais l'ébranler. Einstein insistait toujours que dans la science comme ailleurs on ne doit jamais tolérer les préjugés. Cela me permet de croire que mon exposé critique est conforme à l'esprit d'Einstein lui-même.
