

SUR UNE LETTRE DE DESCARTES À SCHOOTEN QU'ON DIT DE 1639

SÉBASTIEN MARONNE

RÉSUMÉ. — L'objet de cet article est de soumettre une nouvelle datation pour une lettre de Descartes à Schooten, datée possiblement de septembre 1639 par Adam-Tannery. Dans cette lettre, Descartes répond à des questions en relation avec la préparation par Schooten de l'édition latine de la *Géométrie* de 1649 dont une concerne sa solution du problème de Pappus. Nous proposons de dater cette lettre de mars-avril 1648 en comparant d'une part des lettres de la correspondance cartésienne et en employant d'autre part un argument spéculatif fondé sur une étude de la controverse entre Roberval et Descartes sur le problème de Pappus.

ABSTRACT (On a Letter From Descartes to Schooten Supposed to be From 1639)

The aim of this paper is to suggest a new dating for a letter of Descartes to Schooten, alleged by Adam-Tannery to date from September of 1639. In this letter, Descartes answers questions dealing with Schooten's preparation of the 1649 Latin edition of *La Géométrie*, which concerns Descartes' solution of Pappus' problem. We propose to date this letter nearly a decade later, to March–April of 1648, by comparing on the one hand some letters of Descartes' correspondence and by using on the other a speculative argument based on the controversy between Descartes and Roberval over Pappus' problem.

Texte reçu le 10 février 2005, révisé le 15 février 2007.

S. MARONNE, Université Paris 7, Centre Javelot, Équipe REHSEIS, UMR 7596, 2 place Jussieu, 75251 Paris CEDEX 05 (France).

Courrier électronique : sebastien.maronne@wanadoo.fr

Classification mathématique par sujets (2000) : 01A45.

Mots clefs : Descartes, Debeaune, Roberval, Schooten, problème de Pappus, correspondance, édition latine de la *Géométrie*.

Key words and phrases. — Descartes, Debeaune, Roberval, Schooten, Pappus' problem, Correspondence, Latin edition of *La Géométrie*.

1. INTRODUCTION

1.1. *Derrière des masques*

Les réponses cartésiennes à l'accueil réservé de la *Géométrie*, publiée en 1637, se développent à partir de 1638 derrière des masques : masque de l'*Introduction* de Godefroy de Haestrecht de 1638 ou de l'édition latine de Frans van Schooten de 1649 déniées, masque des *Notes brèves* de Florimond Debeaune de 1638–1639 encouragées et saluées. La part d'intervention qui revient à Descartes dans l'élaboration de ces textes reste indéfinie, quels que soient par ailleurs les jugements et les nombreuses dénégations portés par celui-ci dans sa correspondance, en particulier avec Mersenne.

À ce constat, une unique lettre dans toute la correspondance cartésienne fait figure d'exception. Il s'agit d'une lettre de Descartes à Schooten, non datée, répondant à une lettre perdue de celui-ci au sujet de trois questions : la première concerne les « *Notes de Monsieur de Beaune* », la deuxième s'applique à une « *remarque de N.* », la troisième porte sur une « *annotation de Monsieur Haestrecht à la page 378* » de la *Géométrie*. Pour les deux dernières questions, Descartes confie à Schooten un « *advertissement* » et un éclaircissement écrits en latin que l'on retrouve insérés avec quelques modifications dans les deux éditions latines de la *Géométrie* publiées par Schooten en 1649 et 1659–1661. Descartes clôt enfin sa lettre par la mention d'une affiche du mathématicien Stampioen.

1.2. *D'une nouvelle datation*

Pour celui qui se propose d'interroger le rôle cartésien dans les suites données à la *Géométrie* de 1637 par les membres de l'école cartésienne hollandaise, la recherche d'une datation des plus certaines pour la présente lettre de Descartes à Schooten revêt une importance particulière. En effet, selon que l'on rapproche ou que l'on éloigne la date de cette lettre de celle de la publication de l'édition latine de la *Géométrie*, la participation de Descartes à celle-ci, minorée dans l'historiographie du fait des dénégations cartésiennes¹, apparaît différente.

¹ Voir par exemple la lettre de Descartes à Mersenne du 4 avril 1648 [Descartes 1964–1974, V, p. 143], sur laquelle nous reviendrons, ainsi que la lettre de Descartes à Carcavi du 17 août 1649 [Descartes 1964–1974, V, p. 392].

Nous constaterons que les éditeurs de la correspondance cartésienne ont varié quant à leurs datations. Il nous échoiera de rechercher préalablement les raisons de ces variations, en établissant une hiérarchie des arguments employés par les uns et les autres, avant de proposer une datation fondée, d'une part, sur une nouvelle collation des lettres de la correspondance cartésienne et, d'autre part, sur une analyse historique et mathématique des deux premières questions présentées à Descartes.

Nous étudierons ainsi avec plus de détails la seconde de ces deux questions qui concerne la solution donnée par Descartes au problème de Pappus dans la *Géométrie* de 1637 et porte plus précisément sur l'existence d'une seconde conique solution (section 5, p. 220). Dans la controverse avec Roberval, cette question constitue en effet un motif saillant dont la datation de l'apparition fournit un argument spéculatif pour dater la lettre de Descartes à Schooten.

D'autre part, la confrontation et la mise en perspective de la correspondance cartésienne, des *Notes brèves* de Debeaune et de l'édition latine de Schooten de 1649, nous amènera à apporter quelques éléments sur le rôle joué par Descartes dans la publicité et la diffusion de la *Géométrie* de 1637.

2. TROIS DATATIONS

Pour ce qui regarde la datation de cette lettre de Descartes à Schooten, les éditeurs successifs de la correspondance cartésienne ont adopté trois hypothèses différentes.

2.1. *Clerselier et l'Exemplaire de l'Institut*

Dans l'édition de Clerselier, cette lettre apparaît au tome III de la correspondance [Descartes 1657–1667, III, p. 469–472] sans mention de la date ni du lieu. Elle est accompagnée de la note suivante dans l'*Exemplaire de l'Institut*² :

« La lettre 82 est de M. Desc. à M. Schooten; elle n'est point datée. L'on voit bien, parce qu'il parle des Notes de M. de Beaune, au commencement

² Il s'agit d'une copie possédée par la Bibliothèque de l'Institut de l'édition des lettres de Clerselier. Elle fut annotée par plusieurs glossateurs dont Le Grand et Baillet en vue d'une nouvelle édition qui ne vit jamais le jour. Pour plus de précisions, voir [Descartes 2003, p. xxiii] et [Descartes 1964–1974, I, p. xlvi–liii].

de la lettre, qu'elle est postérieure à la 71^e de ce 3^e volume, datée du 20 fevrier 1639. Mais comme M. D., sur la fin de la lettre, p. 472, parle d'une affiche du S^r Stampioen, j'ay cru qu'il falloit reculer cette lettre au I septembre 1639 »³.

Si cette lettre de remerciements et de félicitations de Descartes à Debeaune du 20 février 1639 au sujet des *Notes* de ce dernier établit clairement une borne inférieure pour la datation de la présente lettre de Descartes à Schooten⁴, il est plus difficile de rendre compte du second argument ici employé.

Au regard des lettres de la correspondance cartésienne et des éléments de la controverse avec Stampioen de 1638–1640 dont nous disposons, les raisons qui justifient ce recul de la date de la lettre au 1^{er} septembre 1639 par les glossateurs de l'*Exemplaire de l'Institut* nous échappent, soit que ceux-ci eussent disposé alors d'éléments à présent disparus, soit que leurs remarques et datations soient entachées d'imprécision ou d'inconséquence. Nous reviendrons sur cette datation (section 3.3, p. 208) en proposant une reconstruction de celle-ci à partir de la chronique de la controverse à la fin de l'année 1639 dont pouvaient disposer les glossateurs de l'*Exemplaire de l'Institut*.

2.2. Adam-Tannery

Adam-Tannery, après avoir cité la note de datation de l'*Exemplaire de l'Institut*, ajoutent en commentaire :

« La raison invoquée [la mention d'une affiche de Stampioen] n'est nullement décisive. Descartes a pu envoyer immédiatement les *Notes* de Florimond de Beaune à Schooten, si celui-ci avait déjà commencé son travail sur la *Géométrie* en vue d'une édition latine. La lettre peut donc remonter à mars ou avril 1639 » [Descartes 1964–1974, II, p. 575].

Stampioen a en effet publié des affiches contenant des problèmes mathématiques dès 1638⁵ comme l'indiquent Adam-Tannery [Descartes 1964–1974, II, p. 582]. En particulier, le *Problema astronomicum*, auquel Descartes s'intéressera et dont la solution par Descartes-Waessenaer figure

³ Cité par Adam-Tannery [Descartes 1964–1974, II, p. 574–575].

⁴ Ajoutons néanmoins en contrepoint pour ce qui regarde la sûreté de cette datation que le texte dont nous disposons à présent est établi uniquement à partir de celui de Clerseilier et non à partir d'un autographe. Voir [Descartes 1657–1667, III, lettre 71, p. 409–416] et [Descartes 1964–1974, II, p. 510–519].

⁵ Voir *infra*, section 3.2, p. 206.

dans les éditions latines de la *Géométrie*, est publié sous forme d'affiche par Stampioen en 1638. Descartes aurait pu donc prendre connaissance d'une affiche de Stampioen entre l'envoi des *Notes brèves* par Debeaune et le 1^{er} septembre 1639.

Ainsi, Adam-Tannery proposent d'élargir l'intervalle de datation en prenant pour borne inférieure mars ou avril 1639, juste après l'envoi des *Notes* de Debeaune à Schooten. Comme souvent, Adam-Tannery relativisent la datation de l'*Exemplaire de l'Institut*, sans proposer dans le cas de cette lettre de nouveaux éléments qui pourraient confirmer ou infirmer l'hypothèse retenue.

2.3. Adam et Milhaud

Adam & Milhaud proposent une alternative formée par les deux dates de 1639 et 1648, qu'ils ne tranchent néanmoins pas de façon décisive, bien que ceux-ci semblent pencher plus favorablement pour la seconde hypothèse.

La découverte d'une lettre de Florimond Debeaune à Schooten qu'on peut dater de 1648–1649 (section 4.4, p. 216), accompagnant une copie de l'original français des *Notes brèves* retrouvée à la Bibliothèque nationale de France après la première édition d'Adam-Tannery, avait apporté un nouvel élément important. Dans cette lettre, Debeaune répondait à la même question posée par Schooten à Descartes au sujet des *Notes brèves*, envoyées « il y a environ 10 ans à Monsieur Descartes » et mentionnait l'envoi séparé d'une dernière observation touchant les lieux plans et solides.

En s'appuyant de surcroît sur une comparaison détaillée des deux copies de l'original français des *Notes brèves*, l'une, présente à la Bibliothèque nationale, l'autre au *British Museum* de Londres⁶, avec la traduction latine de la première édition de Schooten de 1649, Adam & Milhaud [Descartes 1936–1963, III, p. 355–356] en déduisent que la lettre de Descartes, se trouvant ainsi prise dans un ensemble d'échanges de 1648, serait en réalité de cette même année ou au plus tôt de la fin de l'année 1647.

Bien que séduisante, cette datation présente deux défauts, dont le second, passé sous silence par Adam & Milhaud, paraît le plus important. Tout d'abord, elle n'est fondée sur aucun élément textuel irréfutable mais

⁶ Pour des références et explications, voir section 4.1, p. 211.

montre seulement que la lettre de Descartes à Schooten pourrait être insérée naturellement dans un ensemble de lettres de 1648. D'autre part, reste néanmoins à rendre compte de la mention par Descartes d'une affiche contenant trois problèmes posés par Stampioen qui, à première vue, ne peut que renvoyer à l'époque de la controverse de 1638–1640.

2.4. Vers la précision d'une nouvelle datation

Cette dernière difficulté aurait pu être surmontée par Adam & Milhaud de la façon suivante. Une lettre d'Antonij Vivien à Johann de Witt, citée du reste par Adam-Tannery [Descartes 1964–1974, V, p. 574] et datée du 7 mars 1648, établit qu'en 1648 Stampioen publia de nouveaux problèmes mathématiques et que Vivien envoya par l'entremise de Collius un des pamphlets de Stampioen à Descartes.

Comme le remarque Jeroen van de Ven dans sa notice biographique de Stampioen figurant au sein d'une nouvelle édition de la correspondance cartésienne entreprise par Theo Verbeek et Erik-Jan Bos [Descartes 2003, p. 302], jointe aux remarques de Adam & Milhaud, cette dernière considération pourrait conduire à proposer comme datation l'année 1648 pour la lettre de Descartes à Schooten.

C'est cette datation que nous nous proposons de confirmer et d'affiner dans la présente étude.

3. STAMPIOEN

Il importe préalablement de rappeler l'histoire de la « gageure » entre Stampioen et Waessenaer⁷ puisqu'un des arguments principaux de datation tient à la mention par Descartes à la fin de sa lettre à Schooten d'une affiche de Stampioen :

« Au reste, i'ay veu depuis peu vne affiche du sieur S[tampioen], qui contient trois questions proposées à sa façon ordinaire ; il y auroit bien moyen de le

⁷ Pour une histoire de la controverse et l'indication de références supplémentaires, voir [Descartes 2003, p. 301–302]. Voir également [Bosmans 1927, p. 125 *sq.*]. On peut enfin voir les éclaircissements de Adam-Tannery [Descartes 1964–1974, II, p. 581–582 et p. 611–615] et [Descartes 1964–1974, III, p. 16–17], les notes et l'appendice de Roth « The Stampioen-Waessenaer Affair, november–december 1639 » [Descartes 1964–1974, II, resp. p. 686–687 et 710–726], ainsi que la notice biographique de Stampioen dans [Descartes 1936–1963, III, p. 417–419].

confondre, s'il meritoit qu'on en prit la peine, mais il ne le merite pas » [Descartes 1964–1974, II, p. 578].

Nous proposons ensuite une reconstruction des arguments des glossateurs de l'*Exemplaire de l'Institut* afin de comprendre les raisons qui les auraient conduits à donner une datation selon nous erronée.

3.1. *La controverse entre Stampioen et Waessenaer de 1638–1640*

Après la publication par Stampioen en avril 1639 de l'*Algebra ofte nieuwe Stel-Regel*⁸, Descartes, par l'entremise de Jacob van Waessenaer⁹, avait immédiatement publié chez Jean Maire une critique de l'ouvrage en flamand intitulée *Aenmerkingen op den Nieuwen stel-regel*¹⁰ qui avait été suivie de trois assignations successives de Stampioen, publiées respectivement début octobre 1639, le 5 novembre 1639 et le 15 novembre 1639. Celui-ci y sommait Waessenaer d'apporter la preuve de ce qu'il prétendait dans les *Aenmerkingen* et le défiait de gager 600 florins. Descartes était du reste cité nommément dans la troisième injonction.

Ajoutant à l'embarras cartésien, Adrien Rivet, ministre protestant et professeur de théologie à l'université de Leyde, avisait alors Mersenne de l'implication de Descartes dans la controverse Stampioen-Waessenaer. Il fallait désormais pour Descartes répondre aux interrogations de Mersenne afin d'éviter que la controverse ne l'éclaboussât en France¹¹.

Dans une lettre à Mersenne du 29 janvier 1640, Descartes narrait ainsi la controverse :

« Nonobstant cela, ce badin [Stampioen], n'ayant rien de mieux pour se défendre, a prouqué celuy d'Utrecht [Waessenaer] a gager par vn deffi imprimé [début octobre 1639] ; a quoy l'autre repondit qu'il deuoit donc deposer son

⁸ *Algèbre ou nouvelle méthode* (trad. Adam-Tannery). Le privilège est daté du 25 mars 1639. Voir [Descartes 1964–1974, II, p. 581–582]. Littéralement, *Stel-Regel* signifie règle de superposition et renverrait à l'introduction de l'inconnue en algèbre (communication d'un des deux rapporteurs).

⁹ Les historiographes s'accordent à reconnaître en Jacob van Waessenaer un « homme de paille », un nouveau masque pour Descartes, dans la controverse avec Stampioen. Voir [Bosmans 1927, p. 114–115, 126, 139–140].

¹⁰ *Remarques sur la nouvelle méthode* (trad. Adam-Tannery).

¹¹ Descartes écrivait ainsi à Mersenne le 25 décembre 1639 : « [...] L'histoire de M. Rivet n'est qu'un sottise, & elle n'est pas encore terminée ; quand elle le sera, je vous l'écrirai ; il n'a guères de quoy vous entretenir, ou plutost il a bien enuyé de me mesler dans vos lettres » [Descartes 1964–1974, II, p. 636–637].

argent, & dire touchant quoy il vouloit gager & quels arbitres il en vouloit croire, car le Charlatan n'auoit rien fait de tout cela. Mais par apres il fut si sot que de mettre 600 ll. entre les mains du Recteur de Leyde & de faire vn 2 deffi [le 5 novembre 1639], sans dire encore de quoy il vouloit gager ny quels arbitres il en vouloit croire. Celuy d'Vtrecht deposa aussy son argent & fit sommer le Charlatan par vn Notaire de specifier sur quoy il vouloit gager, &c. A quoy il ne voulut rien repondre sur le cham, mais, a 5 ou 6 iours de la, il fit imprimer vn 3 deffi [le 15 novembre 1639] ou il specificia vn point sur lequel il vouloit gager, mais sans nommer encore de juges, car tous ces deffis estoient pour abuser le peuple & faire croire que c'estoit l'autre qui n'osoit gager et qui auoit tort. Or ce cherlatan ayant appris que celui d'Vtrecht s'estoit servi de mon conseil en ce qu'il avoit escrit, il me nomma en son 3 deffi, & c'est ce qui a donné suiet à M^r Rivet de faire son conte » [Descartes 1964–1974, III, p. 6–7].

3.2. Une seconde lettre de Descartes

Dans les *Aenmerkingen*, Waessenaer et Descartes donnaient également la solution d'un problème présenté par Stampioen auparavant sous forme d'une affiche en 1638, et résolu ensuite peu de temps après par celui-ci, sous le couvert du pseudonyme de Jean-Baptiste d'Anvers. S'en était suivi un échange de pamphlets entre Stampioen et Waessenaer (voir [Descartes 1964–1974, II, éclaircissement, p. 611–612] et [Descartes 2003, p. 301]) qui avait inauguré dès 1638 la querelle de 1638–1640.

Descartes avait du reste critiqué lui-même dans une lettre, sans nom ni date dans Clerselier, la solution donnée par Stampioen [Descartes 1964–1974, II, p. 600–611 et éclaircissement p. 611–615]. Adam-Tannery proposent de dater cette lettre de fin octobre 1639 et retiennent Huygens comme destinataire tandis que Adam & Milhaud adoptent fin 1638 ou début 1639 comme datation et jugent que Schooten en est le récepteur.

Si nous avons pris la peine de rappeler au long l'histoire de la controverse Waessenaer-Stampioen de 1638 à fin 1639 en terminant par la mention de cette lettre de Descartes, c'est que cette même histoire apparaît non seulement dans l'annotation de l'*Exemplaire de l'Institut* de cette dernière lettre, mais encore nous paraît éclairer les raisons de la datation donnée par les glossateurs de l'*Exemplaire de l'Institut* pour la lettre de Descartes à Schooten.

Voici donc cette annotation relative à la datation de cette seconde lettre de Descartes sans nom ni date, transcrise imparfaitement par Victor Cousin dans son édition pionnière de 1824–1826 en tête de la lettre

cartésienne [Descartes 1824–1826, VIII, p. 147]. Nous corigeons quant à nous celle-ci d'après l'original de l'*Exemplaire de l'Institut*¹² :

« La 72 lettre du 3^e vol. est de M. Desc. On ne scait a qui elle est addressée. Je croy quelle pourroit bien estre ecrite a M. de Zuytlichem [Constantin Huygens] ou a M. (Blaumaert) de Schooten car M^r de Zuytliege aymoit beaucoup les Mathematiques et ce qui me fait pencher aussy que c'est M^r (Blaumaert) de Schooten c'est que¹³

(M. Blaumaert demeurait a Harlém ou M^r Desc. le visitait souvent et qu'il semble q[ue] ce fut au port de Harlem qu'il (M. D.)¹⁴ peut avoir a M. D. donné cette lettre : cette lettre)

dans la fin de la 82^e du 3 Vol. p. 472¹⁵ il luy parle d'une nouvelle affiche du sieur Stampion cette lettre

n'est point datée. Mais on voit bien qu'elle est écrite avant la mi novembre car suivant la page 203 de ce volume¹⁶ ce qui avoit donné lieu à Rivet d'écrire de cette affiche au pere Mersenne etoit que Stampion dans son 3^e defy addressé à Jacques Wassenraert avoit nommé M. Desc. Or ce 3^e defy n'avoit été fait q[ue] vers le 15^e Novembre et il y avoit déjà quelque temps que Stampion avoit consigné les 600 [liv]. Or par la pag. 423 de cette 72^e lettre il (ne paroît [illisible]) ne paroît pas que Stampion eut encore consigné son argent¹⁷ ce qui est cause qu'il faut reculer cette lettre jusques au 1^{er} d'octobre 1639. Je la fixe donc a ce jour, jusques a ce que j'aye de meilleures instructions ».

Dans un premier temps, le glossateur¹⁸ mentionne comme destinataire de la lettre de Descartes un de ses amis, le chanoine Bloemert de Haarlem. Descartes avait en effet demandé au père minime dans une lettre à Mersenne qu'on date du 29 juin 1638 d'« [adresser] doresnavant [ses lettres] à Haerlem, au logis de M. Bloemard [...] Prestre, grand amy

¹² Je remercie l'un des deux rapporteurs de m'avoir signalé que la transcription de Victor Cousin était imparfaite et de m'avoir procuré copie des pages de l'*Exemplaire de l'Institut* concernées. Je remercie également Dominique Descotes pour son aide et ses conseils. Deux versions apparaissent dont la première a été barrée et que j'ai essayé de reconstituer. Elle est placée ci-après entre parenthèses.

¹³ Nous ajoutons les alineas pour faire ressortir les deux versions.

¹⁴ Rayé deux fois ? « il » paraît avoir été ajouté ensuite à « q[ue] ».

¹⁵ C'est-à-dire la lettre dont nous proposons une nouvelle datation.

¹⁶ Il s'agit du volume II et non du volume III dans l'édition de Clerselier. La lettre en question est la lettre de Descartes à Mersenne du 29 janvier 1640 citée *supra* p. 205.

¹⁷ Descartes écrit en effet à la fin de sa lettre : « Et si le sieur St[ampioen] estoit assez hardy pour mettre ces cent richedales entre les mains de personnes neutres, qui fussent capables de iuger des coups, il est certain qu'il les perdroit; mais ie m'assure qu'il ne s'y hazardera pas; & en effet il n'en tireroit pas grand profit » [Descartes 1964–1974, II, p. 610].

¹⁸ Il semble en effet d'après la graphie que ce soit le même glossateur qui ait écrit une première note qu'il aurait rayée avant d'en ajouter une seconde.

de M. Bannius, qui ne [manquerait] pas de les [lui] faire tenir promptement » (voir [Descartes 1964–1974, II, p. 191] et [Descartes 1657–1667, II, p. 381]). Or, au début de cette lettre, Descartes écrit en effet :

« L'employai dernierement un quart d'heure, estant dans le bateau de Harlem, à lire le papier que vous m'aviez donné en partant de chez vous » [Descartes 1964–1974, II, p. 601].

Le glossateur modifie ensuite son choix du destinataire en remplaçant Bloemaert par Schooten, vraisemblablement après avoir pris connaissance du contenu mathématique de la lettre.

Adam-Tannery usent du même argument portant sur la controverse avec Stampioen pour dater cette lettre de Descartes de vers fin octobre 1639. C'est qu'ils disposent en effet d'éléments plus détaillés sur la chronologie de la gageure :

« Car Stampioen n'a pas encore consigné les « cent richedales » de la gageure, ce qu'il fit le 5 novembre ; mais il les avait déjà offertes avant l'engagement pris devant notaire, le 20 octobre » [Descartes 1964–1974, II, p. 600 n.].

Ils remarquent également une curieuse coïncidence : le début d'une fièvre de Huygens noté par lui-même dans son journal le 12 octobre et le souhait de Descartes pour le destinataire d'« une parfaite délivrance de sa fièvre » [Descartes 1964–1974, II, p. 611]. Retenant l'hypothèse possible de Huygens comme destinataire, la date de la lettre « semble donc devoir être fixée vers la fin d'octobre 1639 [Descartes 1964–1974, II, p. 600].

Reste que si on abandonne l'hypothèse de Huygens comme destinataire, ce que font Adam & Milhaud, qui retiennent Schooten, la datation de Adam-Tannery vacille. Ajoutons que Descartes mentionne le traité d'algèbre de Stampioen comme s'il n'avait pas encore paru [Descartes 1964–1974, II, p. 604]. Pour cette raison ajoutée au fait que les éléments mentionnés par Descartes renvoient à l'affiche de Stampioen publiée en 1638, Adam & Milhaud ont préféré dater cette lettre de la fin de 1638 ou du début de 1639, datation qui paraît en effet mieux indiquée.

3.3. *Retour sur la datation de l'Exemplaire de l'Institut*

Quelle fut donc la démarche des glossateurs de l'*Exemplaire de l'Institut* qui conduisit aux annotations et datations précédemment citées ? Ceux-ci fondèrent tout d'abord leurs datations sur la collation de trois lettres : la lettre de Descartes à Schooten non datée, la lettre de Descartes sans nom ni date et la lettre de Descartes à Mersenne du 29 janvier 1640.

La collation de la deuxième et de la troisième lettres permettait de dater la deuxième d'octobre 1639 eu égard aux éléments de la gageure dont disposaient les glossateurs. Il fallait donc la « reculer jusqu'au 1^{er} octobre » pour plus de sûreté.

La collation de la première et de la deuxième lettres permettait de désigner vraisemblablement Schooten comme destinataire de la deuxième et conduisait à une confirmation et à une hypothèse portant sur la datation de chacune des lettres. D'une part, la lettre de Descartes à Schooten étant postérieure à l'envoi des *Notes brèves* par Debeaune, l'année 1639 était confirmée pour la deuxième lettre¹⁹. D'autre part, Descartes parlant dans la première lettre à Schooten d'une affiche de Stampioen, il devait donc s'agir d'une des trois affiches de Stampioen dont celui-ci traitait dans la deuxième lettre.

De la filiation de ces deux lettres et de la datation de la deuxième découlait la datation de la première. Comme l'écrivaient les glossateurs de l'*Exemplaire de l'Institut*, certes sans raison apparente mais n'oubliions pas qu'il s'agissait de notes de travail en vue d'une nouvelle édition de la correspondance cartésienne, « il fallait [donc] reculer au 1^{er} septembre 1639 » la première lettre de Descartes à Schooten.

Résumons-nous à l'issue de cette longue discussion qui nous paraît apporter deux éléments de réponse concernant la pratique de datation que l'on retrouve dans les notes de l'*Exemplaire de l'Institut* pour cette lettre de Descartes.

Premièrement, nous pensons avoir établi que la datation par les annotateurs de l'*Exemplaire de l'Institut* de la lettre de Descartes à Schooten n'était pas inconséquente mais reposait sur une hypothèse de rapprochement entre deux lettres de la correspondance cartésienne : celle de Descartes à Schooten et celle de Descartes sans nom ni date traitant de l'affiche de Stampioen. C'est le manque d'éléments chronologiques sur la controverse Stampioen-Waessenaer dont disposaient les glossateurs qui a conduit ceux-ci à proposer des datations qui nous paraissent à présent erronées.

¹⁹ Il est vrai que les glossateurs de l'*Exemplaire de l'Institut* ne le notent pas explicitement.

Deuxièmement, il nous semble avoir mis en évidence dans le cas de cette lettre une pratique de datation des glossateurs qu'on peut justifier par la volonté d'un classement chronologique maniable des lettres. Lorsque ceux-ci ne disposent que d'éléments incertains de datation portant sur l'intervalle au plus d'un mois, ils « reculent » par convention la date de la lettre au premier du mois.

Si l'on souhaitait tirer à partir de ces deux éléments de réponse des conclusions globales s'appliquant à l'ensemble des annotations de l'*Exemplaire de l'Institut*, il serait nécessaire de conduire une étude systématique dont nous n'avons fourni ici qu'un embryon dans le cas d'une seule lettre. Mais il s'agissait pour nous tout d'abord, après avoir présenté la datation de l'*Exemplaire de l'Institut* qui nous semble fausse, de proposer une reconstruction de celle-ci et de comprendre par ce biais les raisons de l'erreur que nous supposons de la part des glossateurs, en postulant non pas l'inconséquence de ceux-ci mais au contraire une logique de datation à l'œuvre de leur part²⁰.

Nous avons vu qu'une des raisons qui présidait à la datation donnée dans l'*Exemplaire de l'Institut* était le choix de Schooten comme destinataire pour la deuxième lettre traitant d'une affiche de Stampioen. On comprend ainsi qu'Adam-Tannery qui ont fait quant à eux le choix de Huygens comme récepteur abandonnent ainsi le lien établi entre ces deux lettres et proposent de relativiser la datation en élargissant l'intervalle, jusqu'à prendre pour borne inférieure mars ou avril 1639.

4. DEBEAUNE

Le premier personnage mentionné dans la lettre de Descartes à Schooten est Florimond Debeaune. Descartes, répondant à une lettre perdue de Schooten, éclaircit tout d'abord une difficulté rencontrée par ce dernier dans sa lecture des « Notes de Monsieur de Beaune » :

« Je n'ai pas examiné soigneusement ce que vous me mandez des Notes de Monsieur de Beaune, parce que je ne crois pas qu'il en soit besoin, ni qu'il ait manqué dans son calcul. Mais je me persuade que tout ce qui vous donne

²⁰ Giulia Belgioioso est à l'origine de cette interrogation sur les raisons de ce qui serait selon nous une erreur de datation de l'*Exemplaire de l'Institut*. Si nous la remercions de nous avoir proposé ce problème, il va de soi que nous assumons entièrement les défauts qui pourraient entacher notre réponse à cette question.

de la difficulté, vient de ce qu'il nomme l'axe de l'hyperbole dans une figure [figure 1, p. 214] la ligne *AY*, & dans l'autre [figure 2, p. 215] la ligne *AN*, qui est la mesme, ce qui est véritablement contre l'usage, & qui toutesfois se peut excuser » [Descartes 1964–1974, II, p. 575].

4.1. *Les Notes brèves*

La première difficulté dans notre étude a trait au texte des *Notes brèves*. L'original français étant perdu, les deux premières sources auxquelles nous pouvons nous référer sont les deux traductions latines de Schooten qui figurent dans les éditions latines de la *Géométrie* de 1649 [Descartes 1649, p. 119–161] et 1659–1661 [Descartes 1659–1661, I, p. 107–142]. D'autre part, nous disposons également de deux copies de l'original français : une copie retrouvée à Londres au British Museum [Harleian M.S. 6796, art. 23] et une copie figurant à Paris à la Bibliothèque nationale [Ms. français 9556, fol. 84–104] auquelle est jointe la lettre de Debeaune précédemment mentionnée (section 2.3, p. 203). La première copie présente des corrections postérieures à 1649, le correcteur relevant des omissions faites par Schooten dans sa traduction latine de 1649. Selon Adam & Milhaud, ce texte, présentant de nombreuses omissions et erreurs de copie, envoyé peut-être par Mersenne en Angleterre comme l'*Introduction à la Géométrie*, serait certainement le plus ancien. Le texte de Paris, beaucoup plus complet et plus exact, est en revanche conforme à une ou deux exceptions près à la traduction latine de Schooten de 1649. Adam & Milhaud l'ont du reste publié dans leur édition de la correspondance cartésienne [Descartes 1936–1963, III, Préface de Gaston Milhaud, p. 356–367 et texte, p. 368–401].

Nous disposons par contre d'éléments de datation relativement précis sur la genèse des *Notes brèves* de Florimond Debeaune, qui remonte à la fin de l'année 1638. Debeaune, qui ne se satisfaisait pas de l'*Introduction à la Géométrie* que lui avait communiquée Mersenne, lui avait annoncé dans une lettre du 13 novembre 1638 son projet « d'écrire l'éclaircissement de toutes les difficultés » se trouvant dans le traité cartésien [Descartes 1964–1974, V, p. 526]. Adam-Tannery conjecturent qu'à la même date Debeaune aurait informé Descartes de son dessein dans sa lettre incluse [Descartes 1964–1974, V, commentaire, p. 524–526 et lettre p. 528].

Trois mois plus tard, Descartes donnait son accord à Mersenne le 9 février 1639 pour qu'on lui envoyât les *Notes* de Debeaune « pour son

utilité particulière » [Descartes 1964–1974, II, p. 499], notes dont Mersenne l'avait semble-t-il entretenu auparavant dans sa lettre du 15 janvier 1639²¹. Le 20 février 1639, Descartes répondait avec empressement et enthousiasme à Debeaune « pour le remercier de ses *Notes* sur la *Géométrie* »²² [Descartes 1964–1974, II, p. 510–512]. Ainsi, Descartes avait dû recevoir dans l'intervalle séparant le 9 du 20 février les *Notes* envoyées par Debeaune, qui lui avaient été au préalable annoncées, soit par Mersenne dans sa lettre du 15 janvier, soit par Debeaune lui-même dans une lettre du 13 novembre 1639.

4.2. *Retour sur la datation d'Adam-Tannery*

On se souvient qu'Adam-Tannery jugeaient dans leur datation de la lettre de Descartes à Schooten que possiblement celui-ci eût pu commencer son travail sur la *Géométrie* en vue d'une édition latine dès le début de 1639. Or, le 25 décembre 1639, un an environ après avoir abandonné le projet de faire imprimer l'*Introduction* de Godefroy de Haestrecht²³, Descartes mentionne en réponse à une lettre de Mersenne du 10 décembre son projet d'une édition latine de la *Géométrie* auquelle seraient adjointes les *Notes* de Debeaune :

« Je n'ai point dessein ni occasion de faire imprimer les *Notes* que Mr de Beaune a pris la peine de faire sur ma *Géométrie*; mais s'il les veut faire imprimer lui-même, il a tout pouvoir; seulement aimerais-je mieux qu'elles fussent en latin, et ma *Géométrie* aussi, en laquelle j'ai dessein de changer quasi tout le second Livre, en y mettant l'analyse des lieux, et y éclaircissant la façon de trouver les tangentes; ou plutôt (à cause que je me dégoûte tous les jours de plus en plus de faire imprimer aucune chose), s'il lui plaît d'ajouter cela en ses *Notes*, je m'offre de lui aider en tout ce qui sera de mon pouvoir » [Descartes 1964–1974, II, p. 638].

Descartes avait-il déjà confié une telle édition à Schooten dans l'intervalle séparant le 9 février du 25 décembre 1639, comportant en particulier la traduction en latin des *Notes* de Debeaune? Il semble que non,

²¹ Descartes répond à une lettre de Mersenne du 15 janvier 1639, lettre aujourd'hui perdue, lorsqu'il excepte les *Notes* de Debeaune de son interdiction à recevoir quelque écrit que ce soit par l'entremise de Mersenne.

²² Voir également le début de la lettre de Descartes à Mersenne du même jour [Descartes 1964–1974, II, p. 523].

²³ Voir la lettre de Descartes à Mersenne du 15 novembre 1638 [Descartes 1964–1974, II, p. 421].

si l'on s'en tient à cette dernière déclaration de Descartes. Dans ce cas, il faudrait donc avancer la lettre de Descartes à Schooten et la dater postérieurement à cette lettre du 25 décembre 1639.

Mais alors, la datation ne saurait coïncider avec les développements de la controverse avec Stampioen, le détachement de Descartes face à l'affiche contenant les trois problèmes de Stampioen paraissant étonnant au regard de la violence de la polémique.

4.3. *D'une question de vocabulaire*

Dans sa réponse, Descartes fait référence à deux parties distinctes des *Notes* de Debeaune. Dans l'observation deuxième « sur la construction des lieux plans et solides » [Descartes 1936–1963, III, p. 378] pour la copie de Paris (voir [Descartes 1649, p. 131–134] et [Descartes 1659–1661, I, p. 118–120]) pour les deux traductions latines, Debeaune examine le cas où « il n'y aurait point de m en l'équation » générale du lieu de Pappus à quatre lignes [Descartes 1964–1974, VI, p. 399–400]

$$(1) \quad y = m - \frac{n}{z}x + \sqrt{m^2 + ox - \frac{p}{m}x^2}$$

qui « pourrait donner de la difficulté ».

Descartes reconnaît en effet dans la *Géométrie* que les courbes solutions de problèmes de Pappus à quatre lignes qui sont définies par une équation du second degré en x et y sont des sections coniques [Descartes 1964–1974, VI, p. 406–407] et les nomme courbes du « premier genre ». D'autre part, dans une lettre à Mersenne du 31 mars 1638, il affirme qu'en changeant les signes $+$ et $-$ ou en supposant certains termes nuls, il « [comprend] par l'équation (1) toutes celles qui peuvent se rapporter à quelque lieu plan ou solide » [Descartes 1964–1974, II, p. 84]. Néanmoins, comme le remarque Debeaune, il existe des équations de lieu solide qui ne tombent pas sous ce modèle.

Debeaune prend ainsi pour exemple la courbe AX de sommet A et d'équation

$$(2) \quad y^2 = bx + xy$$

en coordonnées rectangulaires relativement à l'axe – au sens moderne – AY des y , où $AB = b$ et $XY = x$ (figure 1). En effet, dans ce cas, on obtient

$$(3) \quad y = \frac{1}{2}x + \sqrt{bx + \frac{1}{4}x^2}.$$

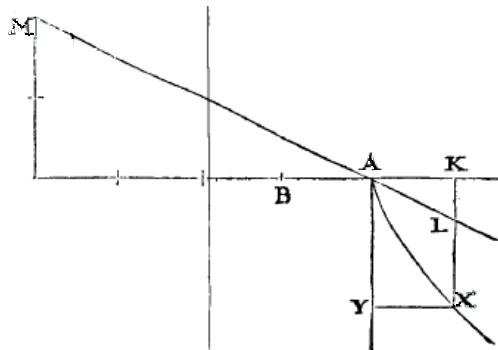


FIGURE 1. Voir [Descartes 1649, p. 132] et [Descartes 1659–1661, I, p. 119]

Debeaune démontre ensuite qu'il s'agit d'une hyperbole²⁴ de diamètre – au sens classique – AL et d'ordonnée XL puis donne la construction [Descartes 1936–1963, III, p. 379–381].

D'autre part, Debeaune reprend cette même courbe dans sa note « sur la page 341 et les suivantes où est comprise l'invention pour trouver les contingentes des lignes courbes » (voir [Descartes 1936–1963, III, p. 390–392], [Descartes 1649, p. 147–150] et [Descartes 1659–1661, I, p. 130–133]). Modifiant ces notations, il nomme la courbe AM , l'axe – au sens moderne – des y AN (figure 2), et note pour conclure qu'il s'agit de l'hyperbole construite auparavant. Comme le remarquent Adam-Tannery [Descartes 1964–1974, II, p. 579], il suffit de considérer les figures de l'édition latine (figures 1 et 2) pour comprendre la réponse cartésienne.

Debeaune, en usant donc du terme « axe » au sens moderne, ne s'est pas fait comprendre de Schooten qui l'entend au sens classique : dans Apollonius, l'axe d'une conique est en effet, parmi tous ses diamètres, celui qui coupe les ordonnées à angles droits [Apollonius 1959, Déf. VII, p. 4].

²⁴ Le coefficient en x^2 est en effet strictement positif. Debeaune s'appuie ainsi sur la discussion donnée par Descartes de l'équation (1) dans sa solution du problème de Pappus à quatre lignes [Descartes 1964–1974, VI, p. 401].

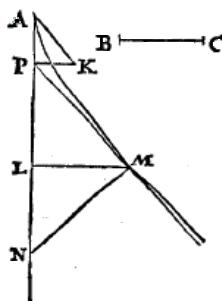


FIGURE 2. Voir [Descartes 1649, p. 147] et [Descartes 1659–1661, I, p. 131]

Descartes explique et excuse le choix de Debeaune de nommer les lignes droites AY et AN « axe » de la courbe qui leur est rapportée de la façon suivante :

« Car comme, dans l'hyperbole & aux autres sections coniques, lors qu'elles sont connues, on nomme leur axe la ligne qui rencontre a angles droits les appliquées par ordre, ainsi dans cette ligne courbe, qu'il ne considere pas encore comme vne hyperbole, mais comme vne courbe dont il cherche la nature, il a pû appeler son axe la ligne AN [figure 2] ou AY [figure 1], pour ce qu'il y applique par ordre les lignes LM et YX , qui la rencontrent à angles droits. Et cela n'empesche pas que, par apres²⁵, lorsqu'il reconnoist que cette ligne courbe est une hyperbole, dont AL est vn diametre auquel XL est appliquée par ordre, il n'ait raison de dire que AM est son costé traversant, au regard de ce diamètre AL ; car vous sçaez qu'en vne même hyperbole il y a autant de divers costéz traversans que de diamètres » [Descartes 1964–1974, II, p. 575].

La justification de Debeaune dans sa réponse à Schooten reprend les mêmes arguments :

« Au reste, vous avez raison de remarquer touchant l'observation seconde [figure 1] que la ligne ay n'est pas proprement l'axe de l'hyperbole et j'aime beaucoup mieux que vous la nommiez une ligne droite à laquelle tous les points de la courbe sont rapportés²⁶. (Et de même en la figure sur la page 34

²⁵ L'explication qui suit porte sur la figure 1.

²⁶ Debeaune reprend ici le vocabulaire employé par Descartes dans la méthode des normales au sein de la *Géométrie* de 1637 [Descartes 1964–1974, VI, p. 414].

[figure 2] que vous me mandez²⁷) Mais encore que j'appelle le point *A* le sommet de l'hyperbole, j'entends qu'il est le sommet du diamètre *AL* de l'hyperbole et non pas le sommet de l'axe de l'hyperbole, et vous le pouvez nommer ainsi pour ôter une difficulté ; puis donc que *AL* est diamètre, et la ligne *AM* en la continuation le côté traversant, et le centre au point qui la divise également en deux, et enfin que la ligne *LX* appliquée par ordre au diamètre *AL* ne fait pas l'angle *XLA* droit, il est certain que *AL* n'est pas l'axe de l'hyperbole et que tant s'en faut que *aK* le soit qu'il n'est pas diamètre à cause qu'il ne passe pas par le centre » [Descartes 1936–1963, III, p. 321–322].

Dès lors, l'établissement d'une datation relativement certaine pour la lettre de Debeaune à Schooten, joint à la présentation d'éléments contextuels qui démontreraient la contemporanéité de cette lettre et de la lettre de Descartes à Schooten permettraient de confirmer et d'affiner la datation pressentie par Adam & Milhaud. C'est là l'objet des sections qui suivent.

4.4. *La lettre de Debeaune à Schooten*

Si la datation de la réponse de Descartes à Schooten pose problème, en revanche, celle de la réponse de Debeaune nous semble plus aisée. Le premier élément de datation dont nous disposons, relevé par Adam & Milhaud, nous est donné par la mention que fait Debeaune de l'envoi de ses *Notes* à Descartes :

« Cependant, j'apprends par la vôtre que vous avez traduit en latin certaines notes, que j'ai envoyées, il y a environ dix ans à Monsieur Descartes, faites sur sa *Géométrie* pour avoir occasion de m'éclaircir avec lui de quelques difficultés. Vous pouvez bien penser que je ne croyais pas qu'elles dussent être publiques, puisque je n'avais alors vu aucun autre livre de l'analyse spécieuse qu'Hérigone²⁸ et que j'eusse plus apporté de circonspection à les écrire. Néanmoins c'est le moins que je dois à la peine que vous avez pris de les traduire que de trouver bon que vous en usiez à votre liberté » [Descartes 1936–1963, III, p. 321].

L'envoi de Debeaune de ses *Notes* à Descartes datant du début de l'année 1639, la lettre présente serait donc de 1648–1649.

²⁷ Si on considère en effet le texte de la copie de Paris des *Notes brèves* figurant au côté de la lettre de Debeaune à Schooten, l'observation consacrée à l'exposition de la méthode des tangentes ne comporte pas de figure. Schooten l'aurait donc inséré dans sa traduction latine pour l'intelligence du texte ?

²⁸ Debeaune fait référence ici au deuxième tome du *Cursus mathematicus*, manuel mathématique bilingue de cinq tomes composé en latin et en français par Pierre Hérigone et publié à Paris en 1634. Pour plus d'informations sur Hérigone et plus précisément sur son traité d'algèbre, on peut consulter Massa Esteve [à paraître].

Dans cette lettre, Debeaune s'était tout d'abord plaint de son état de santé qui s'était aggravé depuis sa rencontre avec Schooten lors du voyage de celui-ci en France en 1641 [Descartes 1964–1974, V, p. 563] :

« Les incommodités que j'avais lorsque vous étiez en cette ville ne sont pas passées, et je crois que M. Descartes vous aura pu dire que l'année dernière, je fus réduit au point de me faire couper un pied » [Descartes 1936–1963, III, p. 321].

et terminait sa lettre en remerciant Schooten pour l'envoi d'un livre par l'entremise de Descartes :

« Enfin il ne me reste qu'à vous remercier de tant de peines que vous vous êtes données et des livres que Monsieur Descartes me mande que vous lui avez envoyés pour me les tenir [...] » [Descartes 1936–1963, III, p. 321].

Or, une lettre de Descartes à Debeaune écrite à Paris le 5 juin 1648²⁹, figurant dans le supplément à la correspondance de Adam-Tannery, nous paraît certainement être la lettre précédemment citée à l'origine de la réponse de Debeaune à Schooten :

« Estant arriué en cete ville avec intention d'y faire quelque seiour, l'vne des premières choses dont ie me suis enquis, a esté si vous y estiez, pource que vous m'auiez fait esperer d'y venir, lorsque i'eu l'honneur de vous voir l'année passée ; & ne vous y trouvant pas, ie trace ces lignes pour vous offrir mon tres humble service, & vous adresser l'enclose que j'ai receuë dvn jeune mathematicien qui vous a vu autrefois chez vous & est maintenant professeur à Leyde. Il y a ioint vn livre que je n'envoye pas, pource que ie croy qu'il ne contient rien que vous ayez impatience de voir, & que vous aymerez mieux que ie le garde iusques à ce que vous soyez ici, où l'on m'a fait esperer que vous viendrez ; & vous y estes particulierement attendu [...] » [Descartes 1964–1974, V, p. 562].

Les deux lettres coïncident de façon remarquable sur deux points. D'une part, nous apprenons que Descartes a rendu visite à Debeaune à Blois en 1647 lors de son voyage en France et que les deux hommes avaient convenu de se revoir l'année suivante, en 1648, à Paris. Nous ignorons s'ils se rencontrèrent, à Paris ou à Blois, entre mi-mai et août 1648, période du séjour de Descartes en France [Descartes 1964–1974, V, p. 563].

D'autre part, Debeaune répond dans sa lettre à l'enclose de Schooten transmise par Descartes. Schooten aurait ainsi écrit à Descartes, avant que

²⁹ La lettre est établie à partir d'un manuscrit autographe, ce qui garantit la véracité de la date.

celui-ci ne part pour la France, en joignant à sa lettre une enclose et un livre³⁰ pour Debeaune.

Reste un unique point de dissemblance : Descartes mentionne « un livre », tandis que Debeaune remercie Schooten « des livres » envoyés à Descartes. On peut apporter une solution au problème en remarquant que l'ouvrage de Schooten comporte deux traités de nature différente, dont l'un est annexé en appendice.

Il nous semble ressortir de ces éléments de concordance une conclusion relativement certaine concernant la datation de la lettre de Debeaune à Schooten. Elle est postérieure à la lettre de Descartes du 6 juin 1648 et antérieure à la prise de connaissance du livre de Schooten par Debeaune. Il paraît clair d'autre part que Debeaune a répondu sans délai à Schooten après avoir reçu la lettre de Descartes, en tout cas avant de se rendre à Paris, comme il l'avait prévu et où il était « particulièrement attendu ». Ceci nous conduit à proposer comme datation juin 1648 pour la lettre de Debeaune à Schooten.

4.5. *Retour sur la datation d'Adam et Milhaud*

La lettre de Descartes à Schooten dont nous proposons une nouvelle datation serait alors la réponse de Descartes à la lettre de Schooten. Schooten aurait naturellement soumis à Descartes ses questions sur les *Notes brèves* de Debeaune, avant d'en demander éclaircissement à Debeaune, puisque c'était à Descartes qu'il remettait la lettre contenant ces mêmes questions assorties d'une demande d'autorisation de publication de la traduction latine des *Notes brèves* dans l'édition latine de la *Géométrie*.

Cette lettre de Descartes à Debeaune du 5 juin 1648 (voir *supra*, p. 217) non citée par Adam & Milhaud, apporterait ainsi un nouvel élément qui permettrait de corroborer l'hypothèse de ceux-ci selon laquelle la lettre de Descartes à Schooten appartiendrait à un ensemble d'échanges du printemps de l'année 1648. Elle établirait de surcroît une raison naturelle qui justifierait la double interrogation par Schooten de Descartes et Debeaune au sujet des *Notes brèves*.

³⁰ Il s'agit vraisemblablement selon Adam-Tannery [Descartes 1964–1974, V, p. 563–564] du traité de Schooten [1646] intitulé *De organica conicarum* auquel est joint un appendice *De cubicarum aequationum resolutione* que l'on retrouve dans [Descartes 1659–1661, I, p. 345–368].

4.6. *Descartes et l'édition latine de la Géométrie de 1649*

Si Descartes préfère garder l'ouvrage de Schooten à Paris, attendant la visite de Debeaune puisqu'ils avaient convenu ensemble l'année précédente de se revoir à cette occasion, en revanche, il ne diffère pas plus longtemps son envoi de la lettre de Schooten à Debeaune. Cette initiative, à peine trois semaines après l'arrivée de Descartes à Paris, nous paraît significative. Ainsi, pour solliciter l'autorisation de Debeaune pour la publication de la traduction des *Notes brèves* dans l'édition latine de la *Géométrie*, Descartes a donc pris la peine de s'impliquer personnellement. Peut-il en effet ignorer la demande qui en est faite à Debeaune par Schooten dans sa lettre ? Peut-être d'ailleurs la reprise de la controverse à Paris au sujet de sa solution du problème de Pappus (section 5.5, p. 235) l'incite à procéder à un tel envoi ?

Selon une telle hypothèse, la participation de Descartes à l'édition latine de Schooten aurait donc été non négligeable et celui-ci serait demeuré un interlocuteur attentif de Schooten, au moins jusqu'au printemps 1648, malgré ses dénégations dans ses lettres à Mersenne du 4 avril 1648 [Descartes 1964–1974, V, p. 143] et à Carcavi du 17 août 1649 [Descartes 1964–1974, V, p. 392]. Cette participation et cette attention de Descartes à l'entreprise de Schooten de proposer une traduction latine commentée de la *Géométrie* nous semblent avoir été ignorées ou mésestimées jusqu'à présent par l'historiographie cartésienne.

4.7. *Une dernière observation*

Debeaune, dans sa lettre à Schooten, avait joint une dernière observation :

« Je désire seulement qu'avant de finir les observations sur les lieux, plans et solides, vous ajoutiez la dernière que je vous envoie à part de cette lettre, afin qu'il ne reste rien à désirer touchant ces lieux » [Descartes 1936–1963, III, p. 322].

Comme l'ont montré Adam & Milhaud [Descartes 1936–1963, III, p. 357–358 et p. 364–365] en comparant les deux copies et la traduction latine de 1649 des *Notes brèves*, cette observation qui ne figurait pas dans la première version des *Notes* de Debeaune est la cinquième observation dans l'édition latine. Celle-ci répond aux critiques que Descartes s'était adressées dans sa lettre à Debeaune du 20 février 1639 [Descartes 1964–1974, II, p. 510–511] au sujet de sa classification des lieux solides déduite

de sa solution du problème de Pappus. De surcroît, elle développe le cas où il n'y aurait pas de y^2 dans l'équation du lieu de Pappus, omission avouée par Descartes dans cette même lettre.

Mais à quelle époque Debeaune a-t-il rédigé cette dernière observation ? À la suite de Adam & Milhaud [Descartes 1936–1963, III, p. 357–358], il est possible de proposer des hypothèses. A-t-il rédigé cette note ou un brouillon de celle-ci pour lui seul à la suite de la lettre de Descartes du 20 février 1639, ne la communiquant pas à Descartes, pour ne la proposer à Schooten qu'en juin 1648 ? Ou bien Debeaune l'a-t-il seulement rédigée au printemps 1648 ? Quelle que soit l'époque de la rédaction de cette note, impossible à présent à déterminer, deux questions nous paraissent néanmoins plus importantes. Descartes fut-il informé préalablement par Debeaune de son envoi à Schooten ? Pourquoi Debeaune juge-t-il nécessaire et essentiel en juin 1648 de faire en sorte « qu'il ne reste rien à désirer touchant ces lieux (plans et solides) » ?

Debeaune, qui devait rencontrer Descartes en France à cette époque, aurait-il pu commettre l'indélicatesse de reprendre ainsi les « omissions » de son ami, de surcroît à partir des propres confidences de celui-ci, sans l'en aviser auparavant ? Cela nous paraît peu probable. Aurait-il pu *a fortiori* prendre de lui-même cette initiative ? Il fallait soit que le contexte l'y encourageât fortement, soit qu'il répondît à une sollicitation de Descartes. C'est ici que s'insère une nouvelle pièce du « puzzle » de cette lettre : il s'agit du renouveau de la controverse sur la solution du problème de Pappus par Descartes, intervenu au printemps 1648 (voir *infra* section 5.5, p. 235).

Mais auparavant il nous faut revenir sur la réponse de Descartes dans sa lettre à « la remarque de N. » transmise par Schooten et donner l'histoire de la controverse avec Roberval au sujet de la solution du problème de Pappus dans la *Géométrie* de 1637.

5. ROBERVAL

5.1. Une remarque de Roberval ?

Dans sa lettre à Schooten, Descartes, après avoir négligemment répondu à Schooten au sujet des *Notes brèves* – car il savait que Debeaune y pourvoirait – développait bien plus précautionneusement des arguments

contre une remarque de « N. »³¹, proposant même à Schooten d'insérer un avertissement dans son édition latine :

« Pour la remarque de N., elle est impertinente, encore qu'elle ne soit pas tout à fait fausse. Car on sait bien que, les mesmes lignes droites étant posées & la question n'estant point changée, le lieu ne peut pas estre tout ensemble au cercle & à l'hyperbole. Et il ne faut pas aussi avoir grande science pour connoistre que la ligne courbe doit passer en cet exemple par les quatre intersections qu'il remarque. Car, dans la figure de la page 325 [figure 3], on voit à l'œil que, puisque CB multipliée par CF doit produire vne somme égale à CD multipliée par CH , le point C se rencontre nécessairement aux quatre intersections susdites, à scavoir : en l'intersection A , pour ce qu'alors les lignes BC & CD sont nulles, & par consequent, estant multipliées par les deux autres, elles composent deux riens, qui sont égaux entr'eux ; tout de mesme, en l'intersection G , les lignes CH & CB sont nulles ; & ainsi, en l'vne des deux autres intersections qui ne sont pas marquées dans la figure, CD & CF , & dans l'autre, CH & CF sont nulles. Mais on peut changer la question, en sorte que le mesme n'arrue point ; et cela n'empesche pas que, voulant vser de brieueté et rapporter tous les cas à vn seul exemple, comme i'ay fait, (à scavoir, ie les ay tous rapporté à l'exemple proposé dans la figure de la page 311 [Descartes 1964–1974, VI, p. 384]), ie n'aye eu raison, apres avoir donné le vray lieu de cet exemple, qui est vn cercle, d'y appliquer aussi l'hyperbole, afin que, toutes les lettres $IKLBCD$ &c. s'y trouvant aux mesmes lieux qu'auparavant, on pust entendre le peu que i'en voulois dire, plus facilement qu'on n'eust fait si la figure eust esté changée. Il me semble donc que vous ne deuez point y mettre d'autre figure ; car il faudroit aussi changer le discours, & la solution en seroit plus embrouillée. Mais vous pourrez mettre cet aduertissement dans la page 331, ou quelqu'autre semblable » [Descartes 1964–1974, II, p. 576].

Si auparavant Descartes avait répondu dédaigneusement aux attaques contre sa solution du problème de Pappus, celui-ci répond ici à la fois de façon bien plus nuancée et plus détaillée à cette remarque « pas tout à fait fausse » par un éclaircissement inséré avec quelques modifications et additions mineures par Schooten dans les éditions latines de la *Géométrie* [Descartes 1649, p. 196–197] et [Descartes 1659–1661, I, p. 224–225].

La remarque est double. D'une part, le même lieu de Pappus peut-il être formé du cercle et de l'hyperbole qui apparaissent dans la solution cartésienne [Descartes 1964–1974, VI, resp. p. 402–403 et p. 403–404] ? N'est-il pas abusif également d'user de la même configuration des droites dans le cas du cercle et de l'hyperbole ? De façon plus implicite et plus générale, le lieu de Pappus est-il formé par deux coniques ? D'autre part,

³¹ « N. » pour *nihil*. Cette notation provient de l'édition des lettres de Clerselier lorsque celui-ci, soit ne disposait pas du nom du personnage cité, soit désirait préserver l'anonymat de ce dernier.

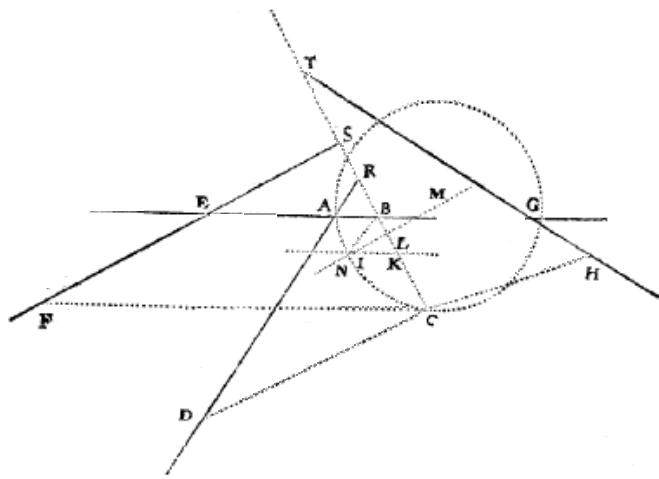


FIGURE 3. *Géométrie*(1637), p. 325 et [Descartes 1964–1974, VI, p. 398]

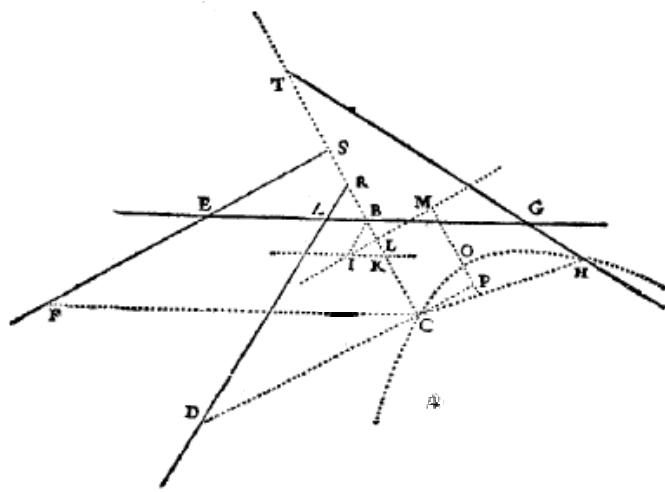


FIGURE 4. *Géométrie*(1637), p. 331 et [Descartes 1964–1974, VI, p. 402]

la figure de la page 325 (figure 3) n'est-elle pas incomplète du fait que le cercle ne passe pas par les quatre points d'intersection des quatre droites qui sont des solutions évidentes du problème ?

5.2. Une lacune dans la solution du problème de Pappus

Ces deux remarques sur la nature de la solution du lieu de Pappus³² nous semblent démontrer une certaine maîtrise et compréhension du problème mathématique sous-jacent. La solution est en effet bien formée d'un système de deux coniques, ce que Descartes passe sous silence – par négligence ou à dessein – dans sa propre résolution du problème.

De façon moderne, si nous nous plaçons dans un repère xOy oblique d'angle α et qu'on considère une droite ℓ_i d'équation $a_i x + b_i y + c_i = 0$, on sait bien³³ que la distance oblique d_i d'un point C de coordonnées (x, y) selon un angle α_i à cette droite est égale à

$$(4) \quad d_i = \pm \frac{(a_i x + b_i y + c_i) \sin \alpha}{\sin \alpha_i \sqrt{a_i^2 + b_i^2 - 2a_i b_i \cos \alpha}},$$

le signe du numérateur étant déterminé par la position du point C relativement à la droite ℓ_i .

Mais alors, du fait du double signe qui apparaît dans l'expression précédente, il est clair que le lieu de Pappus des points C dont le produit des distances obliques à deux droites ℓ_1 et ℓ_3 est égal au produit des distances obliques à deux autres droites ℓ_2 et ℓ_4 , c'est-à-dire en reprenant nos notations, tels que $d_1 d_3 = d_2 d_4$, est formé par un système de deux coniques.

En supposant ainsi le point C non dans l'angle \widehat{DAG} mais dans l'angle³⁴ \widehat{DAE} (figure 3), et en usant d'un calcul semblable à celui de Descartes [Descartes 1964–1974, VI, p. 382–384], on obtient l'équation

$$(5) \quad y^2 = \frac{(-de kz^2 - c f g \ell z)y + (bc gz - c f g z + de z^2)xy + bc f g \ell x + bc f g x^2}{ez^3 + cg z^2}$$

qui est celle d'une hyperbole et non d'un cercle.

³² Pour plus de détails sur la solution de Descartes au problème de Pappus, on peut voir [Bos 2001, Chap. 19, p. 271–284 et Chap. 23, p. 313–334].

³³ Pour un exposé mathématique et historique détaillé de géométrie analytique, on peut consulter par exemple [Dingeldey *et al.* 1911–1915].

³⁴ Plus précisément, en prenant le point C' tel que le point B' , pied de l'ordonnée, se trouve entre le point E et le point A (figure 5). Nous traitons plus en détail des questions de signes dans la détermination de l'équation du lieu de Pappus dans [Maronne 2007].

Retenant les données numériques fournies par Descartes³⁵ à la fin de sa solution du problème [Descartes 1964–1974, VI, p. 405], dont on voit qu’elles correspondent, une unité de longueur étant fixée, à la configuration de droites apparaissant dans les figures de la *Géométrie* (voir par exemple figure 3), on trouve pour l’équation de l’hyperbole

$$(6) \quad y^2 = -\frac{8}{3}y + \frac{2}{3}xy + \frac{5}{3}x + \frac{1}{3}x^2 \quad \text{et} \quad y = -\frac{4}{3} + \frac{1}{3}x \pm \sqrt{\frac{16}{9} + \frac{7}{9}x + \frac{4}{9}x^2}.$$

Ajoutons que la racine négative non considérée par Descartes permet d’obtenir la partie du lieu qui se trouve de l’autre côté de l’axe des abscisses³⁶.

Descartes avait trouvé quant à lui pour le cercle (figure 3) l’équation³⁷

$$(7) \quad y^2 = 2y - xy + 5x - x^2 \quad \text{et} \quad y = 1 - \frac{1}{2}x + \sqrt{1 + 4x - \frac{3}{4}x^2}.$$

Or, cette hyperbole solution (figure 5) n’est pas celle dont une branche apparaît dans la figure (figure 4) et n’est pas mentionnée par Descartes.

D’autre part, en effet quatre des six points d’intersection des droites ℓ_1 , ℓ_2 , ℓ_3 et ℓ_4 sont solutions du problème de Pappus. Il s’agit des points d’intersection de la droite ℓ_1 (resp. ℓ_3) avec les droites ℓ_2 et ℓ_4 qui vérifient bien la condition précédente puisqu’ils conduisent à des expressions nulles de part et d’autre de l’égalité. De surcroît, pour cette même raison, toute autre point d’intersection avec les quatre droites est impossible.

Or, dans les figures données par Descartes (figures 3 et 4) apparaissent seulement deux de ces points d’intersection : il s’agit des points A et G .

³⁵ Elles correspondent à $z = 1$, $b = 1$, $c = \frac{3}{2}$, $d = \frac{1}{2}$, $e = 2$, $f = 1$, $g = \frac{2}{3}$, $k = 3$, $\ell = 5$. Rabuel donne la mesure des angles des droites et des projections de la figure de la *Géométrie* dans un des exemples qu’il traite dans ses *Commentaires* [Rabuel 1730, p. 203–205]. Pour chaque conique solution qui apparaît dans la solution générale de Descartes dans la *Géométrie*, il propose ainsi de nombreux exemples en faisant varier la configuration des droites et l’équation du problème de lieu [Rabuel 1730, p. 146–253].

³⁶ Un tel raisonnement ne paraît néanmoins pas impossible pour Descartes. Qu’on pense par exemple à la construction de l’équation de la trisection de l’angle dans le Livre III de la *Géométrie* où la parabole coupe le cercle en trois points, dont deux possèdent une ordonnée positive et le troisième une ordonnée négative qui correspond à la racine « fausse » de l’équation [Descartes 1964–1974, VI, p. 470–471].

³⁷ Dans ce cas, la racine négative donne donc l’arc de cercle situé au dessus de l’axe des abscisses.

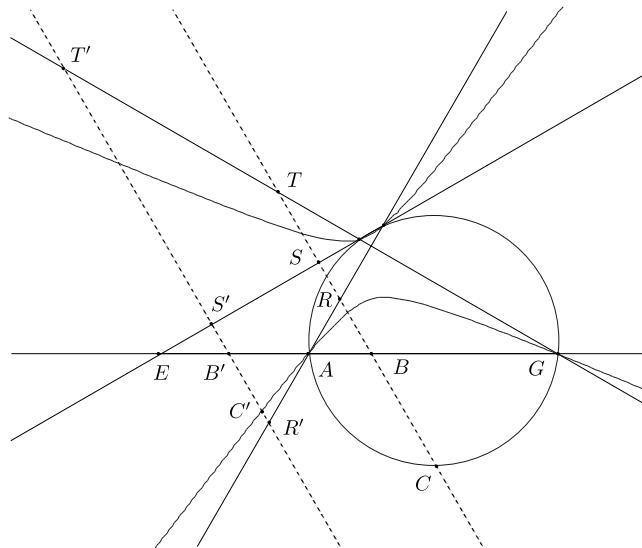


FIGURE 5. Le cercle et l'hyperbole solutions du problème de Pappus $CD \times CH = CB \times CF$

Au contraire, les deux points d'intersection de la droite EF avec les droites AD et GH qui sont bien solutions du problème de Pappus donné par l'égalité $CB \cdot CF = CD \cdot CH$ sont tous deux absents de la figure.

De surcroît, le point d'intersection entre l'arc d'hyperbole solution et la droite GH ne se trouve pas là où il devrait être dans la figure (figure 4), ce que remarquera Roberval.

Mais précisons le rôle de cette figure. En effet, lorsque Descartes étudie l'équation (1) générale du lieu de Pappus (voir *supra*, p. 213), il mentionne une alternative pour la détermination de la section conique solution où se trouve le point C solution du problème :

« [soit] l'un des diamètres est en la ligne IL , & la ligne LC est l'une de celles qui s'appliquent par ordre à ce diamètre [figure 3]; ou au contraire LC est parallèle au diamètre, auquel celle qui est en la ligne IL est appliquée par ordre [figure 4] » [Descartes 1964–1974, VI, p. 401].

Dans la suite, il traite le premier cas, pour la parabole et les coniques à centre [Descartes 1964–1974, VI, p. 401–402] en s'appuyant sur la figure (figure 3), tandis qu'il traite le second cas, pour une hyperbole telle que,

dans l'équation (1), le discriminant du radicande est strictement négatif³⁸, en s'appuyant précisément sur la figure (figure 4).

Dans ces conditions, une telle figure ne peut être que fausse. En effet, pour la configuration de droites choisie, le point C détermine le cercle solution de la figure (figure 3) et non l'hyperbole, du moins en conservant le même problème, ce que reconnaît d'ailleurs Descartes qui attribue à cette figure un rôle uniquement didactique.

Néanmoins, il aurait pu donner une figure et une construction correctes en considérant précisément l'hyperbole solution qu'il passe sous silence, et dont les coefficients³⁹ de l'équation (6) conduisent bien à cette seconde construction (figure 5). Descartes aurait-il donc ignoré la présence de cette hyperbole solution ?

En effet, comme l'observent Adam-Tannery [Descartes 1964–1974, II, p. 580], Descartes répond à tort que « le lieu ne peut estre tout ensemble au cercle et à l'hyperbole ». Cette réponse erronée contraste avec le soin apporté par Descartes à joindre un avertissement qui sera reproduit plus tard par Schooten dans l'édition latine de 1649. Celui-ci n'aurait-il pas considéré tous les cas de figure possibles et ce faisant n'aurait pas fait la synthèse complète du lieu ?

Toujours est-il que cette remarque mathématiquement plus profonde semble poser plus de problèmes à Descartes qui abandonne, pour une fois, la morgue dont il a fait preuve jusqu'à cette lettre à l'égard de ceux qui critiquaient sa *Géométrie* (voir *infra* section 5.4). Bien sûr, ce changement d'attitude ne peut que nous interroger sur les raisons qui poussent Descartes à en rabattre, et cela d'autant plus qu'on le compare aux dénégations opposées à Mersenne dans la lettre du 4 avril 1648 [Descartes 1964–1974, V, p. 143] et à Carcavi dans celle du 17 août 1649 [Descartes 1964–1974, V, p. 392], lorsque ceux-ci interrogent le philosophe au sujet de sa participation à l'édition latine de la *Géométrie*.

Considérons à présent plus en détail l'éclaircissement apporté par Descartes dans cette même lettre.

³⁸ Descartes écrit : « quand la quantité oo est nulle ou plus petite que $4pm$ [Descartes 1964–1974, VI, p. 403].

³⁹ En effet, $m = \frac{4}{3}$, $o = \frac{7}{9}$, $p = \frac{16}{27}$ et $(\frac{7}{9})^2 < 4 \times \frac{16}{9} \times \frac{4}{3}$.

5.3. *L'éclaircissement de Descartes*

Nous citons *in extenso* la traduction française de cet éclaircissement donné par Adam & Milhaud :

« Il faut noter que l'hyperbole est appliquée ici à une position des lignes, avec laquelle cadre seulement le cercle, comme on le montrera peu après : ce qu'on a fait par amour de la clarté et en même temps de la briéveté ; car il est plus facile d'entendre ce qui est écrit ici, quand les notations (ou les lettres) *A B C D*, etc., se trouvent aux mêmes endroits dans toutes les figures, que s'il fallait les chercher tantôt sur l'une, tantôt sur l'autre. Et il ne s'ensuit non plus de là aucune erreur : car la question n'a pas encore été déterminée ; elle ne l'est qu'à la page 333⁴⁰ ; car il peut se faire, en y changeant peu de chose, que l'hyperbole cadre avec la même position des lignes, avec laquelle coïncide le cercle, et une hyperbole qui ne passe pas par des intersections des lignes données, de la manière dont elle est représentée ici : comme, par exemple, si le rectangle *FC* × *CD* doit être plus grand que le rectangle *CB* × *CH* d'une quantité donnée, ou quelque chose de pareil. Par un même amour de briéveté, on ne fait pas non plus mention ici d'hyperboles opposées, non pas que l'auteur les ignore, attendu que peu après, à la page 336⁴¹, il a développé quatre lignes voisines de l'hyperbole qui sont opposées entre elles. Mais il faut noter que, dans sa *Géométrie*, il a presque toujours négligé ce qui est plus facile, mais n'a rien omis de ce qui est plus difficile en ce qu'il a entrepris de traiter ; et c'est pour cela qu'il a mieux aimé représenter ici une position de lignes, avec laquelle cadre un cercle, que d'autres positions, avec lesquelles cadreraient des ellipses ou des hyperboles, parce que l'invention de celle-là offre une particulière difficulté... » [Descartes 1936–1963, IV, p. 319].

Au début comme à la fin de cette note, Descartes semble renvoyer à la présence d'*une seule* conique solution, le cercle, qu'il associe ainsi à une position donnée des lignes et qui passe par les quatre points d'intersection précédemment décrits des quatre lignes données de position du problème. Rien donc ici au sujet d'une seconde conique solution, bien au contraire.

Il est vrai néanmoins que Descartes renvoie aux deux conchoïdes de parabole qui sont solutions du problème de Pappus à cinq lignes⁴² où quatre des cinq droites sont parallèles, la cinquième leur étant perpendiculaire [Descartes 1964–1974, VI, p. 408–411] qu'il nomme « *adjointes* » car elles sont obtenues à partir de la même parabole selon

⁴⁰ Précisément, quand Descartes « [explique] les quantités données par nombres » et déduit l'équation (7) du cercle [Descartes 1964–1974, VI, p. 405–406].

⁴¹ Voir [Descartes 1964–1974, VI, p. 408].

⁴² Pour plus de détails, on peut voir la reconstruction et l'étude donnée par Henk Bos [2001, p. 274–276 et p. 325–333].

que « le sommet est tourné vers (l'un ou) l'autre côté ». Descartes les décrit comme étant formée chacune par deux lignes « contreposées » qui proviennent de chacun des deux arcs de parabole symétriques par rapport à l'axe [Descartes 1964–1974, VI, p. 409–410]. Toutefois, il paraît plutôt insister sur le fait que chacune est formée comme l'hyperbole de deux branches qu'il a bien considérées. De surcroît, la configuration très particulière ici choisie et la génération de la ligne courbe solution par le mouvement d'une parabole induit, nous semble-t-il, une reconnaissance plus aisée par Descartes de la seconde courbe solution.

Henk Bos a ainsi donné une reconstruction de l'invention par Descartes en 1632 de la solution du problème de Pappus à cinq lignes [Bos 2001, p. 274–278] qui peut s'accorder avec notre argument. Descartes aurait déduit cette solution de celle du problème de Pappus à trois lignes dont deux sont perpendiculaires à la troisième [Bos 2001, p. 277–278] en employant sa méthode de description d'une courbe par l'intersection avec une règle pivotante d'une première courbe se déplaçant le long d'une règle fixe, qui est donnée par lui dans la *Géométrie* [Descartes 1964–1974, VI, p. 393–395] et [Bos 2001, p. 278–281]. Or, dans ce cas, on a en effet deux paraboles d'équations $y(a - y) = \pm cx$ qui sont solutions du problème de Pappus à trois lignes⁴³ $d_1 d_2 = cd_3$, et apparaissent naturellement du fait de la symétrie de la configuration (figure 6).

Un géomètre – plus encore un Grec – considérerait sans doute la précision de la seconde parabole comme superflue puisque c'est la « même » parabole, de même qu'il aurait jugé incongru de mentionner deux bissectrices quand l'usage n'en retient qu'une, mais il en est tout autrement dans le cas général du problème de Pappus où les deux coniques solutions peuvent être de nature distincte.

Descartes justifie d'autre part son choix d'une unique figure par un souci conjugué de simplicité et de généralité ; on retrouve ici la même affirmation qui sous-tend la solution donnée dans la *Géométrie* de 1637. Il affirme en effet avoir donné une solution générale et entière car il a usé d'une position des lignes qui, bien que très particulière, puisqu'elle

⁴³ Deux hyperboles d'équations $xy = \pm c(a - y)$ sont aussi solutions du problème de Pappus à trois lignes $d_1 d_3 = cd_2$ (figure 6).

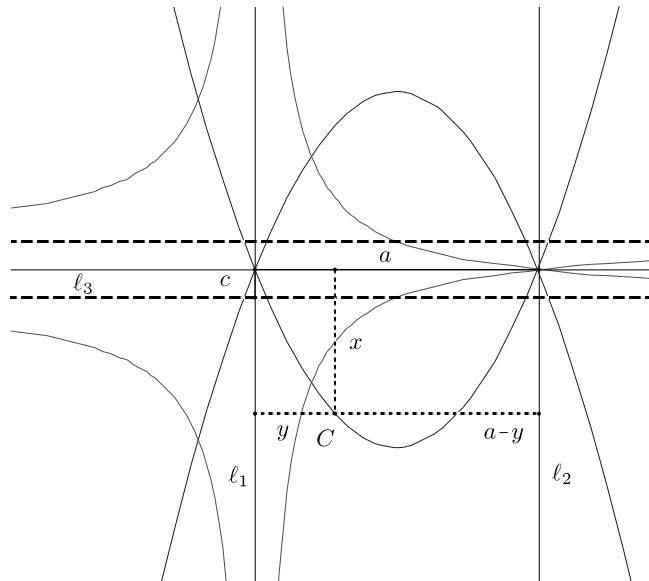


FIGURE 6. Le problème de Pappus à trois lignes

conduit à un cercle, est générique et peut donc être appliquée sans changement de raisonnement ni de notations à d'autres positions, en modifiant simplement les signes + et - qui interviendront dans les calculs et l'équation finale.

Quant à la figure erronée et incomplète de Schooten (figure 4), Descartes en rend doublement compte. Il propose en effet de considérer le lieu de Pappus donné par l'égalité

$$(8) \quad CD \times CF = CB \times CH + Q$$

à la place de $CD \times CH = CB \times CF$, où Q est une quantité donnée, par exemple un rectangle ou un carré donné si l'on veut conserver l'homogénéité, pour répondre à l'erreur maladroite portant sur l'intersection de l'hyperbole avec la droite GH . Descartes échange ainsi les rôles de CF et CH et propose une généralisation du problème de Pappus en ajoutant « une quantité donnée ou quelque chose de pareil » à l'équation du lieu.

D'autre part, pour ce qui regarde le caractère incomplet de la figure, puisque manque la seconde branche d'hyperbole, il renvoie à l'exemple

de la conchoïde de parabole traitée dans le cas du problème de Pappus à cinq lignes.

En reprenant les données numériques fournies par Descartes, on trouve que le problème donné par l'équation (8) avec $Q = 0$ admet pour solutions une hyperbole et une ellipse⁴⁴ (figure 7).

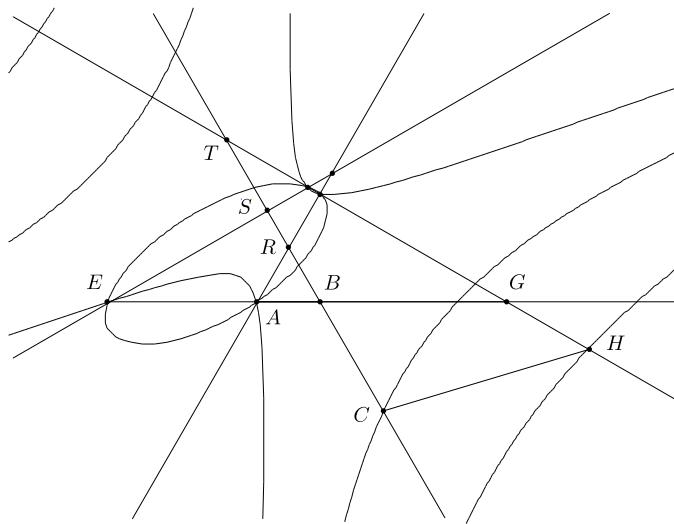


FIGURE 7. L'ellipse et l'hyperbole solutions du problème de Pappus $CD \times CF = CB \times CH$

⁴⁴ En se plaçant dans l'angle DAG , on obtient une hyperbole d'équation

$$y = -\frac{1}{4} - \frac{31}{28}x \pm \sqrt{\frac{1}{16} - \frac{11}{8}x + \frac{457}{784}x^2},$$

tandis qu'en se plaçant dans l'angle DAE , on obtient une ellipse d'équation

$$y = -\frac{47}{44} + \frac{23}{44}x \pm \sqrt{\frac{47}{1936} + \frac{107}{968}x - \frac{263}{1936}x^2}.$$

Si on interprète à présent « quantité donnée » au sens de constante⁴⁵ ainsi que semble le suggérer Descartes, on obtiendra une équation⁴⁶ qui ne permet pas d'obtenir une branche d'hyperbole passant à la fois par les points C et H comme dans la figure (figure 4)⁴⁷. Ajoutons qu'une manipulation semblable dans l'équation (6) de la première hyperbole solution passée sous silence par Descartes n'aboutit pas plus.

Ainsi, à nouveau, les réponses de Descartes portant sur une seconde conique solution paraissent au mieux évasives.

5.4. *La controverse avec Roberval*

Comme l'indiquent Adam-Tannery [Descartes 1964–1974, II, p. 580], Roberval avait fait à Descartes en 1642 un reproche semblable à la seconde remarque portant sur les points d'intersection entre la conique solution et les quatre droites du problème de Pappus (section 5.1). Descartes répliquait à cette époque avec mépris à Mersenne dans une lettre du 13 octobre 1642 :

« Ceux qui reprenent les figures de ma Dioptrique & Geometrie, sont aussi ridicules, et ne font paroistre qu'une ignorance ou malignité puerile. [...] Et de vouloir, page 331, qu'on marquist tous les poins ou la ligne droite coupe l'hyperbole, c'est vouloir vne chose impertinante, a cause que ces intersections ne servent de rien au sujet; & l'hyperbole estant une figure sans fin, on ne la peut jamais tracer toute entiere. [...] & il n'y a rien en tout cela qui n'ait esté fait avec dessein, ni que je voulusse changer en faisant r'imprimer le liure » [Descartes 1964–1974, III, p. 583–584].

En effet, comme on l'a vu, dans la figure de Descartes (figure 4), on trouve une des deux branches de l'hyperbole solution qui coupe seulement une des quatre droites du problème, qui plus est en un point fautif.

⁴⁵ Rabuel est revenu sur cette remarque de Descartes [Rabuel 1730, p. 211–212] et montre dans plusieurs exemples qu'en conservant les mêmes lignes mais en modifiant l'équation du lieu de Pappus, on peut bien en effet obtenir d'autres coniques solutions que le cercle comme une parabole [Rabuel 1730, p. 182–183] ou une ellipse [Rabuel 1730, p. 208]. Il affirme également que le lieu défini par $CB \times CH = CD \times CF - \frac{7}{3}BC$ correspond à la figure (notre figure 4) [Rabuel 1730, p. 235], ce qui est faux d'après notre vérification. Il considère ainsi dans ces exemples que la quantité Q peut contenir un ou des termes inconnus. Ajoutons qu'il ne mentionne nulle part dans son *Commentaire* l'existence de deux coniques solutions.

⁴⁶ Il s'agit de l'équation $y = -\frac{1}{4} - \frac{31}{28}x \pm \sqrt{\frac{3}{7}Q + \frac{1}{16} - \frac{11}{8}x + \frac{457}{784}x^2}$.

⁴⁷ En faisant varier Q , on obtient une famille d'hyperboles disjointes dont deux distinctes passent respectivement par les points C et H (figure 7).

Cette controverse avec Roberval au sujet de la solution par Descartes du problème de Pappus, qui avait commencé dès 1638⁴⁸, ne s'était toujours pas éteinte en 1646. À cette époque, Roberval semblait toujours poursuivre Descartes de ses questions et critiques⁴⁹. Descartes, dans une lettre à Mersenne qu'on suppose du 2 mars 1646, exigeait de la part de son contradicteur qui prétendait que sa solution était incomplète, de mettre ses critiques et sa solution par écrit. Roberval s'en était en effet auparavant entretenu avec Mersenne qui l'avait rapporté à Descartes. Piqué au vif, ce dernier n'avait pas voulu différer de répondre avec acrimonie en recensant par après les fautes contenues dans l'*Aristarque* de Roberval :

« Encore qu'il n'y ait que huit iours que ie vous ay écrit, ie trouve deux choses dans vostre derniere, ausquelles ie ne veux pas differer de répondre.

La premiere est que M. de Roberual dit que ie n'ay pas resolu le lieu de Pappus, & qu'il a vn autre sens que celuy que ie luy ay donné. Sur quoy ie vous supplie tres-humblement de luy vouloir demander, de ma part, quel est cét autre sens, et qu'il prenne la peine de le mettre par écrit, afin que ie le puisse mieux entendre. Car, puis qu'il dit qu'il s'est offert de me le demonstrar, lorsque l'estois à Paris, (comme, de fait, ie croy qu'il m'en a dit quelque chose, mais ie ne scay plus du tout ce que c'est), il ne me doit pas refuser cette faueur; & afin de l'y obliger d'autant plus, ie m'offre, en recompense, de l'avertir des principales fautes que i'ay remarquées dans son Aristarque » [Descartes 1964–1974, IV, p. 363].

Tannery rapproche dans une note [Descartes 1964–1974, IV, p. 364–366] ce passage d'un autre qui apparaît dans une lettre postérieure de Descartes à Mersenne du 12 octobre 1646 [Descartes 1964–1974, IV, p. 526] pour tâcher de préciser la critique de Roberval. Il considère ainsi que celle-ci visait l'interprétation et la traduction par Descartes dans la version latine de Commandin d'un passage obscur de Pappus concernant la composition par les Anciens d'une ligne courbe solution du problème de lieu à plus de quatre lignes⁵⁰.

⁴⁸ Voir par exemple la lettre de Descartes à Mersenne du 31 mars 1638 [Descartes 1964–1974, II, p. 83-84].

⁴⁹ Pour une narration des épisodes de la dispute entre Descartes et Roberval de 1646 à 1649, on peut consulter l'étude de Paul Tannery [1926, Chap. IV, « La seconde dispute entre Roberval et Descartes »]. Jean-Louis Gardies consacre également quelques pages à cette controverse dans son ouvrage portant sur l'analyse : [Gardies 2001, Chap. V, p. 126–130, « Les deux formes d'analyse impliquées dans la démarche cartésienne », p. 126–130].

⁵⁰ Descartes propose comme « divination » de cette ligne courbe solution une conchoïde de parabole solution du problème de Pappus à cinq lignes, en supposant que le cas le plus

Dans cette même note [Descartes 1964–1974, IV, p. 365], Tannery écarte au contraire l'hypothèse selon laquelle Roberval reprocherait à Descartes de n'avoir donné qu'une seule des deux coniques solutions du problème de Pappus à quatre lignes (section 5.2), même s'il pense que Roberval devait avoir reconnu sans peine ce défaut de la solution cartésienne alors que celui-ci approfondissait la question, ainsi qu'en témoigne une remarque de ce dernier transmise par Carcavi à Descartes dans sa lettre du 9 juillet 1649 (voir [Descartes 1964–1974, V, p. 373–374] et section 5.6, p. 237). Néanmoins celui-ci n'aurait guère attaché d'importance à cet oubli⁵¹.

Roberval avait en effet, semble-t-il, donné une solution entière et fort longue du problème de Pappus à trois et quatre lignes dès 1637. C'est du moins ce qu'il affirmait dans une lettre à Fermat du 4 août 1640, où il prétendait l'avoir résolu « depuis plus de trois ans, quoique, pour n'y rien oublier, il ne [fallût] guère moins de discours qu'aux six premiers livres des *Éléments* » [1891–1922, II, p. 201–202]. Carcavi confirmait ce témoignage dans sa lettre à Descartes du 24 septembre 1649 :

« [...] & ayant pris vostre enonciation en mesme sens que vous, il m'en a fait voir la desmonstration, ainsi que ie vous ay dit, il y a tres-longtemps, & mesme la publia dés l'année 1637⁵², en l'assemblée de quelques Messieurs qui conferoient des Mathematiques » [Descartes 1964–1974, V, p. 415].

manifeste examiné par les Anciens est celui où quatre des cinq droites sont parallèles, la cinquième leur étant perpendiculaire [Descartes 1964–1974, VI, p. 408–411] et *supra*, p. 227. Cette cubique joue un rôle essentiel dans la *Géométrie*. Elle est la seule solution étudiée par Descartes d'un problème de Pappus à cinq lignes. Il donne d'autre part la normale [Descartes 1964–1974, VI, p. 415 et 420–422] d'une courbe cubique plus générale mais conceptuellement semblable et emploie cette même courbe pour construire les problèmes « sur-solides » – *i.e.* ceux conduisant à des équations de degré 5 ou 6 – en l'intersectant avec un cercle [Descartes 1964–1974, VI, p. 477–484]. Pour plus de précisions, on peut consulter l'étude de Massimo Galuzzi [1996] ainsi que [Bos 2001, p. 368–372].

⁵¹ Tannery ajoute d'ailleurs à titre de justification : « Mais, quelqu'important que nous puise paraître aujourd'hui ce défaut, ce n'était point une de ces erreurs tangibles sur lesquelles les géomètres d'alors, cherchaient, dans leurs disputes, à s'attaquer » [Descartes 1964–1974, IV, p. 365].

⁵² Tannery considère dans son éclaircissement que Carcavi commettrait ici un anachronisme, à moins qu'il ne s'agisse d'une coquille d'impression dans le texte de Clerselier et qu'il ne faille lire 1639 pour 1637, date coïncidant opportunément avec celle avancée par Adam-Tannery pour la lettre de Descartes à Schooten qui constitue l'objet de notre étude. Voir [Descartes 1964–1974, V, p. 423–424]. Ce faisant, Tannery ne fait aucun lien avec la déclaration précédente de Roberval à Fermat sur le même sujet.

Restait que la longueur de la solution pouvait laisser penser qu'elle fût embarrassée et que Roberval fût incapable, par là-même, d'en retirer la signification profonde du problème et de formuler des critiques de fond et non pas seulement de forme sur la solution cartésienne.

Indépendamment de toute datation de la lettre de Descartes à Schooten, on peut donc penser à la suite d'Adam-Tannery [Descartes 1964–1974, II, p. 580] que « N. » désigne Roberval. Cette première supposition accordée, il reste à dater l'époque d'apparition des critiques de Roberval auxquelles répond Descartes dans sa lettre à Schooten.

L'interprétation d'Adam-Tannery précédemment mentionnée selon laquelle Roberval reconnaissait déjà en 1639 tout en le négligeant l'oubli dans la solution cartésienne de la seconde conique solution nous paraît sujette à caution et trois épisodes que l'on retrouve dans la correspondance cartésienne et dans la correspondance de Huygens l'attestent. Pour nous, au contraire, Roberval n'aurait reconnu ce défaut entâchant la solution de Descartes que bien plus tard, comme nous allons essayer de le démontrer dans les trois prochaines sections.

Si nous montrons en effet que Roberval non seulement n'a pas formé de telles critiques en 1639, mais encore que celles-ci sont plus vraisemblablement apparues en 1648, nous disposerons d'un nouvel argument infirmant l'hypothèse de datation d'Adam-Tannery de 1639 et corroborant au contraire celle d'Adam & Milhaud et la nôtre de 1648. La lettre de Descartes à Schooten s'insérerait ainsi dans une discussion bien postérieure à 1639 ayant eu lieu en 1648 et 1649 portant sur la solution de Descartes au problème de Pappus.

Ajoutons pour terminer un dernier argument que nous reprendrons dans la section suivante. Descartes dans sa lettre à Schooten paraît répondre à une remarque adressée par Roberval d'abord à Schooten qui aurait ensuite sollicité son aide. Mais si cette lettre de Descartes à Schooten date bien de 1639, quelles raisons pouvaient pousser un contradicteur de Descartes à adresser ses critiques sur le problème de Pappus à Schooten encore inconnu en France à cette époque, et dont vraisemblablement on ignorait qu'il serait le futur éditeur de l'édition latine de la *Géométrie* ?

5.5. *La controverse de 1648*

On trouve dans la correspondance de Huygens une lettre de Mersenne à Constantin Huygens qu'on date du 17 avril 1648⁵³ (voir [Mersenne 1945–1986, XVI, p. 229] et [Huygens 1888–1950, XXII, p. 425 n.]), portant sur un nouveau développement de la controverse engagée par Roberval contre la solution par Descartes du problème de Pappus. Cette reprise de la controverse résultait d'une nouvelle solution au problème apparemment complète, apportée par le jeune Blaise Pascal. Voici ce qu'écrivait alors Mersenne :

« Si votre Archimète [Christiaan Huygens] vient avec vous, nous lui ferons voir l'un des plus beaux traitez de Geometrie qu'il ayt jamais vû, qui vient d'estreachevé par le jeune Paschal. C'est la solution du lieu de Pappus ad 3 et 4 lineas qu'on pretend icy n'avoit pas esté résolu par Mr des Cartes en toute son estendue. il a fallu des lignes rouges, vertes et noires etc. pour distinguer la grande multitude de considérations [configurations?] » [Huygens 1888–1950, I, p. 83–84] et [Mersenne 1945–1986, XVI, p. 230].

Dans le traité cité par Mersenne intitulé *De loco solido* et aujourd'hui perdu, Pascal donnait en effet une solution projective du problème de Pappus à quatre lignes, reposant sur différentes définitions et propriétés de l'hexagramme mystique⁵⁴.

Des germes de cette controverse sur la solution par Descartes du problème de Pappus étaient apparus dès auparavant dans la correspondance du Père Minime. Pierre Chanut répondait ainsi de Stockholm à une lettre perdue de Mersenne du 19 janvier 1648 dans une lettre du 21 Mars 1648 :

« A ce que vous m'ecriuez sur la geometrie, si M^r Roberval, defié par escrit ne l'ose faire, il y a grande presomption qu'il s'est trompé lui mesme, pour ce qu'il n'est pas croyable qu'il pardonne a M^r Descartes de pure charité » [Mersenne 1945–1986, XVI, p. 195–196].

Si Roberval n'avait semble-t-il toujours pas satisfait en janvier 1648 le vœu exprimé par Descartes en 1646 (section 5.4, p. 232) de produire par

⁵³ Bien que le manuscrit autographe porte la mention du 17 mars 1648, les éditeurs respectifs de la correspondance de Huygens et Mersenne supposent que Mersenne s'est trompé dans la date. La présente lettre répond en effet de façon manifeste dans sa dernière partie à une lettre précédente de Constantin Huygens datée du 6 avril. Mersenne aurait ainsi commis une erreur en écrivant le nom du mois. On peut aussi imaginer que Mersenne a commencé à écrire la première partie de la lettre le 17 mars 1648 puis l'a complétée plus tard après avoir reçu la lettre du 4 avril de Constantin Huygens avant de finalement l'envoyer.

⁵⁴ Pour plus de détails, voir l'article de René Taton [1962, p. 214 et p. 225–231].

écrit ses critiques ou mieux encore une solution véritablement claire et complète du problème de Pappus, Pascal l'avait suppléé et lui avait décillé les yeux quant aux défauts de la solution cartésienne, ceci au plus tard en avril 1648.

Nouvelle coïncidence certes, mais également nouvelle présomption, pourrait-on nous rétorquer. Pas seulement. Souvenons-nous que Descartes répondait dans sa lettre à une remarque de Roberval transmise par Schooten. Or, peu de temps après, le 4 avril 1648, Descartes, furieux, se plaignait dans une lettre à Mersenne [Descartes 1964–1974, V, p. 141–144] de l'envoi par celui-ci de remarques de Roberval à Schooten contre sa *Géométrie* :

« Au reste, ie n'ai pû lire sans quelque indignation ce que vous me mandez auoir escrit au S^r. Schooten, touchant ma Geometrie, & vous m'en excuserez, s'il vous plaist. I'admire votre credulité : vous auez vû plusieurs fois tres clairement, par experiance, que ce que le Roberval disoit contre mes escrits estoit faux & impertinent, & toutefois vous supposez que i'y doy changer quelque chose, a cause que Roberval dit qu'il manque quelque chose en ma solution du lieu *ad 3 & 4 lineas*, comme si les visions d'un tel homme deuoient estre considerables. Ma Geometrie est comme elle doit estre pour empescher que le Rob. & ses semblables n'en puissent medire sans que cela tourne a leur confusion ; car ils ne sont pas capables de l'entendre, & ie l'ay composée ainsi tout a dessein, en y omettant ce qui estoit le plus facile, & n'y mettant que les choses qui en valoient le plus la peine. Mais ie vous avouë que, sans la considération de ces esprits malins, ie l'aurois escrit tout autrement que ie n'ay fait, & l'aurois renduë beaucoup plus claire ; ce que ie feray peutestre encore quelque iour, si ie voy que ces monstres soient assez vaincus ou abaissez.

Ce qui est cause que ie n'ay point voulu voir la version de Schooten, encore qu'il l'ait désiré ; car, si i'eusse commencé a la corriger, ie n'eusse pû m'empescher de la rendre plus claire qu'elle n'est, ce que ie ne désire point. Et pour ce que Schooten n'est pas scâvant en latin, ie m'assure que sa version sera bien obscure, & qu'il y aura peutestre des equiuocoques, qui donneront des prétextes de cauillation à ceux qui en cherchent ; mais on ne pourra me les attribuër, a cause que son latin n'est point du tout semblable au mien » [Descartes 1964–1974, V, p. 142–143].

Descartes – aurait-il reconnu dans la remarque de Roberval un défaut dans sa solution du problème de Pappus qui lui avait échappé ? – se défaussait ainsi aux dépens de Schooten du fardeau des polémiques et controverses qui n'avaient pas cessé depuis la publication de la *Géométrie* de 1637. Non pas qu'il n'eût point vu la version de ce dernier comme il le prétendait, ajoutant, menteur maladroit, que l'autre l'avait pourtant désiré, la lettre de Descartes à Schooten témoigne en effet du contraire. Au fond, il s'agissait pour Descartes une fois encore de prendre masque

et bouclier qui pût préserver sa *Géométrie* des « esprits malins » et de la flétrissure de leurs accusations.

5.6. *La correspondance avec Carcavi de 1649*

On retrouve à nouveau des critiques de Roberval visant la solution cartésienne du problème de Pappus en 1649. Celles-ci furent transmises par Carcavi dans une première lettre du 9 juillet 1649 [Descartes 1964–1974, V, p. 373] à laquelle Descartes répondit le 17 août 1649 [Descartes 1964–1974, V, p. 394–397] et dans une seconde lettre du 24 septembre 1649 [Descartes 1964–1974, V, p. 415–416, Éclaircissement, p. 422–425] laissée cette fois-ci sans réponse par Descartes qui interrompit alors sa correspondance avec Carcavi.

Dans sa première lettre, ce dernier indiquait trois critiques :

« Page 326 [Descartes 1964–1974, VI, p. 398–399] Que le point *C* est par tous les angles que vous avez nommez, & que vous ne nommez point celuy ou il ne peut estre; & que iamais la question n'est impossible » [Descartes 1964–1974, V, p. 373].

Les deux premières critiques de Roberval concernent la présence du point *C* dans chacun des quatre angles définis par Descartes dans sa solution du problème de Pappus, à savoir les angles \widehat{DAG} , \widehat{DAE} , \widehat{EAR} et \widehat{RAG} (voir figure 3).

Il est clair que ces critiques renvoient implicitement à la seconde conique solution⁵⁵, ce qui sera confirmé par la seconde lettre de Carcavi à Descartes. En effet, en soutenant que le point *C* peut être choisi à l'intérieur des quatre angles, et donc que les deux coniques solutions traverseront ces quatre angles, Roberval regarde la figure et la solution de Descartes comme incomplètes.

Quant à la troisième critique, elle renvoie à une remarque de Descartes tout à fait générale apparaissant dans sa solution du problème, énonçant que dans le cas où les équations obtenues dans chacun des quatre angles ne possèdent pas de racines (positives) non nulles, « la question serait impossible au cas proposé » [Descartes 1964–1974, VI, p. 399].

⁵⁵ Comme le remarque d'ailleurs Tannery : « [...] il n'est guère admissible que la reconnaissance de l'existence de points du lieu dans les quatre angles n'ait pas été immédiatement suivie de la conclusion que le lieu comprenait plusieurs coniques » [Descartes 1964–1974, V, p. 423].

Descartes, qui semble mentionner implicitement le cas du point dans la lettre à Mersenne précédemment citée du 31 mars 1638⁵⁶, comme « un cas, des plus aysez de tous, qu'[il a] omis pour sa trop grande facilité », pourrait qualifier dans ce cas le problème de lieu d'impossible, refusant de compter le point au sein des coniques solutions et reprenant ainsi la distinction traditionnelle d'origine euclidienne entre point et ligne⁵⁷.

Descartes répondait à chacune de ces trois critiques⁵⁸ dans la lettre qui suivait du 17 août 1649 :

« A quoy ie n'ay pas be[s]oin de rien adioûter pour faire voir clairement qu'il se trompe, premierement en ce qu'il dit le point *C* est *par tous les angles que i'ay nomm z*. Car, en l'exemple proposé, il ne se peut trouver dans l'angle *DAE* [...] Ainsi le cercle *CA* passe par les angles *DAG* & *EAR*, mais non point par l'angle *DAE*.

[...] Il est evident aussi qu'il se trompe, en ce qu'il dit que ie n'ay pas nommé l'angle où le point *C* ne peut estre ; car, ayant nommé tous les quatre angles qui se font par l'intersection des deux lignes *DR* et *EG*, i'ay nommé toute la superficie indefiniment estendue de tous costez, & par consequent tous les lieux, tant ceux où le point *C* peut estre, que ceux où il ne peut pas estre ; en sorte qu'il auroit est  superflu que i'eusse considéré d'autres angles.

Enfin, il se trompe de dire que cette question n'est iamais impossible ; car, bien qu'elle ne le soit pas en la façon que ie l'ay proposée, on la peut proposer en plusieurs autres, dont quelques-unes sont impossibles, & ie les ay voulu toutes comprendre dans mon discours » [Descartes 1964–1974, V, p. 395–397].

Force est de constater que ces réponses ne sont guère convaincantes. Dans la première, après avoir engagé une polémique stérile sur le sens accordé par Roberval  « se trouver par les angles » [Descartes 1964–1974, V, p. 395–396], Descartes ne semble considérer que le cercle comme unique conique solution au problème. Le cercle ne passe pas en effet par l'angle \widehat{DAE} au contraire de l'hyperbole (figure 5). Descartes paraît donc ignorer  nouveau et de façon plus explicite encore la seconde conique solution. Quant aux deux autres réponses, elles demeurent 

⁵⁶ C'est l'hypothèse de Tannery. Voir [Descartes 1964–1974, II, p. 84]. Il se ravise néanmoins dans [Descartes 1964–1974, VI, *Note sur le problème de Pappus*, p. 725] et considère que Descartes mentionnerait le cas où le coefficient en y^2 est nul dans l'équation du lieu de Pappus  quatre lignes.

⁵⁷ Rabuel prétend donner deux exemples de « lieu impossible » qu'il a produit en modifiant l'équation *ad hoc* de façon  ce qu'elle ne possède pas de racines réelles [Rabuel 1730, p. 183 et 200].

⁵⁸ J'ajoute des *aline s* au texte.

Mais Carcavi allait revenir à la charge en présentant des critiques bien plus fondées et pertinentes sur le plan mathématique⁵⁹ :

« Il [Roberval] ne s'est pas aussi arrêté aux figures de vostre livre, mais seulement à vostre enonciation ; car celle de la page 331 [figure 4] monstre evidemment le peu d'intelligence de celuy à qui vous vous estes fié pour la tracer : c'est ou le lieu est représenté par une hyperbole, laquelle, ne passant par aucun des six points où les quatre lignes peuvent s'entrecouper, coupe neantmoins la ligne TG au point H , fort éloigné de tous ces six points, qui est une absurdité si manifeste, qu'encore que ledit sieur de Roberval croye que vous ne vous soyez pas donné la peine de construire ce lieu, il ne doute pas toutesfois que vous ne la voyiez incontinent.

De mesme que celle de la page 308 [Descartes 1964–1974, VI, p. 381], où vous dites que, *pour trois ou quatre lignes données, les points cherchez se rencontrent tous en une section conique* ; ce qui n'est pas véritable : car ils ne se trouvent pas tous dans une de ces sections, quand vous prendriez les deux hyperboles opposées pour une section, comme nous faisons avec les Anciens.

Et il m'a fait remarquer que cette faute peut bien avoir été cause d'une autre dans la page 313 [Descartes 1964–1974, VI, p. 381], où vous dites qu'*on pourra trouver une infinité de points par lesquels on décrira la ligne demandée*. Car il se pourra faire que tous ces points ne seront pas dans une mesme ligne, scavoir, lors que quelques-uns d'iceux seront dans l'un des espaces qui sont distingués par les quatre lignes données, & d'autres en un autre espace.

Et finalement, il soutient que vous ne scauriez donner aucun cas auquel la question ne soit tousiours possible [...] » [Descartes 1964–1974, V, p. 415–416].

Ces critiques de Roberval qui reprennent en les développant les critiques précédentes de 1648 et 1649 apparaissent comme un point d'aboutissement de la controverse. Elles ne reçurent jamais de réponse de Descartes.

Ainsi, la figure 4 est clairement fausse et témoigne selon Roberval que Descartes « ne [se soit] pas donné la peine de construire ce lieu ». Mais plus importante encore est la deuxième critique. Roberval énonce en effet pour la première fois explicitement que la solution de Descartes est incomplète car elle ne considère qu'une conique solution.

D'autre part, il est vrai que dans le cas général du problème de Pappus à un nombre quelconque de lignes où deux courbes algébriques sont solutions, en construisant les équations du lieu qu'on obtiendra en postulant diverses positions du point C lors de l'analyse, à moins de disposer d'un critère permettant d'affirmer que deux équations sont ou ne sont

⁵⁹ J'ajoute à nouveau des *alineas*.

pas celles d'arcs ou de branches d'une même courbe, on pourrait mal décrire ces courbes solutions en recollant ensemble des arcs de l'une et de l'autre. Cette difficulté est d'ailleurs évacuée dans le problème à quatre lignes car Descartes s'appuie non pas sur une construction par points mais sur les *Coniques* d'Apollonius pour décrire une des deux coniques solutions en donnant côté droit, diamètre, centre et côté traversant [Descartes 1964–1974, VI, p. 400–404].

Mais si Roberval avait remarqué bien plus tôt de tels défauts dans la solution cartésienne et avait formulé ses premières critiques dès 1639 selon la datation de la lettre de Descartes à Schooten par Adam-Tannery, pourquoi n'aurait-il développé celles-ci que neuf à dix années plus tard ? Pourquoi n'aurait-il pas auparavant présenté sa solution par écrit comme le lui demandait Descartes ? Nous prétendons donc au contraire que c'est seulement à partir de 1648 – la solution de Pascal ayant vraisemblablement joué le rôle de matrice pour cette nouvelle controverse – que Roberval a formulé de telles critiques sur la solution cartésienne.

La lettre de Descartes à Schooten, pour ce qui concerne le problème de Pappus, se trouverait ainsi insérée dans un groupe d'échanges bien plus tardifs, ce qui apporterait un nouvel argument d'ordre spéculatif pour notre datation de 1648. En effet, en témoignent, d'une part, la qualité des arguments mathématiques touchant la solution du problème de Pappus auxquels répond prudemment Descartes dans sa lettre à Schooten, d'autre part, la présence d'arguments semblables en 1648 et 1649 dans les discussions apparaissant au sein de la correspondance de l'époque.

Nous allons voir à présent que ces questions vont se poser à nouveau lors de la préparation par Schooten en 1656 de la seconde édition latine de la *Géométrie* et engendrer une nouvelle controverse entre Schooten, Huygens et Roberval.

5.7. *Une reprise de la controverse en 1656*

Schooten, qui projetait une nouvelle édition de la *Géométrie* dès 1654 à la demande de Louis Elzevier, s'était adressé le 25 octobre 1654 à Huygens⁶⁰ pour faire le relevé des fautes de l'édition de 1649 [Huygens 1888–1950, I, p. 301]. Celui-ci lui avait alors transmis copie de ses annotations en marge de son exemplaire dans une lettre d'octobre ou novembre 1654 [Huygens 1888–1950, I, p. 303–305].

Moins de deux années plus tard, Huygens sollicitait l'avis de Roberval au sujet de la *Géométrie* de Descartes dans une lettre qu'on date de mars 1656 :

« Vous me ferez plaisir de m'enseigner les lieux dans la Geometrie de des Cartes ou vous avez trouvé de l'abus, car il y a ici des personnes [Schooten?] qui soutiennent que tout se peut concilier » [Huygens 1888–1950, I, p. 397].

Dans sa réponse datée du 6 juillet 1656 [Huygens 1888–1950, I, p. 449–452], Roberval après avoir rappelé dans un premier paragraphe ses critiques que l'on retrouvait déjà transmises par Carcavi dans ses lettres du 9 juillet et du 24 septembre 1649 (section 5.6), expliquait ainsi ce qu'il jugeait être à l'origine des fautes cartésiennes dans la résolution du problème de Pappus :

« La faute du bon-homme vient, à mon avis de ce qu'il n'a pas connu qu'un tel lieu pour estre parfait, demande deux sections à la fois, et chacune tout entière. Par une section entière, j'entends ou une circonference de cercle entière, ou une Ellipse entière, ou une Parabole entière, ou deux hyperboles opposées entières qui ne sont ensemble qu'une section, ou deux lignes droites infinies qui s'entrecoupent⁶¹; et en general ce que peut faire un plan coupant une superficie conique entière, et composee de deux cornets opposez au sommet l'un de l'autre, suivant la definition d'Apollonius : il faut, dis-je deux de ces sections entières, autant qu'en peuvent faire deux plans : tellement qu'une circonference de cercle, pour exemple, n'est pas suffisante, mais il luy faut encore pour l'ordinaire, deux hyperboles opposées, affin que le lieu soit tout parfait; et souvent il faut quatre hyperboles opposées deux à deux⁶². Par le moyen de

⁶⁰ Christiaan Huygens a participé aux deux éditions latines de la *Géométrie*. Il a ainsi échangé une correspondance avec Schooten pour la préparation de la seconde édition de 1659–1661 à laquelle il collabora activement. Voir par exemple [Huygens 1888–1950, XIV, p. 409–427].

⁶¹ Ces deux droites correspondent naturellement au cas d'une hyperbole dégénérée. Néanmoins, il faut parfois considérer qu'une ligne droite seule forme un lieu ainsi que le rappelle Huygens dans la réponse qui suit.

⁶² La remarque de Roberval est tout à fait exacte. Dans un des deux problèmes de Pappus à trois lignes, on obtient en effet deux hyperboles solutions (figure 6). Plus généralement, on sait qu'un faisceau de coniques à quatre points base ne contiendra que des hyperboles

deux tels lieux entiers, le point C se trouvera dans tous les espaces que j'ai specifiez⁶³, sans que le probleme puisse jamais estre impossible » [Huygens 1888–1950, I, p. 450–451].

On ne peut être que frappé par la précision de Roberval qui nous paraît montrer qu'il a soit disposé, soit pris connaissance en 1656 d'une solution claire et complète du lieu de Pappus qui lui découvrait les défauts de la solution cartésienne. D'autre part, comment le défaut qu'il considérait avec tant d'acuité en 1656 comme majeur dans la solution de Descartes aurait-il pu lui apparaître autrement auparavant? Enfin, si celui-ci avait déjà découvert ce défaut en 1639, pourquoi n'en faisait-il état que bien plus tard en 1649 par l'intermédiaire de Carcavi ou en 1656 à la requête de Christiaan Huygens? Au contraire, la datation de 1648 pour la lettre de Descartes à Schooten peut s'accorder avec la chronologie de la controverse de Descartes avec Roberval au sujet de la solution du problème de Pappus.

Dans la même lettre, Roberval citait la note de Descartes insérée avec quelques modifications par Schooten dans son édition de 1649 sans, semble-t-il, en soupçonner l'auteur :

« Je scay bien que Monsieur Schoten page 197, de ses commentaires sur cette geometrie, tache d'excuser la faute de son auteur, voulant qu'il se doive entendre quelquefois quand les rectangles sont tels que l'un soit à l'autre (*majus dato quam in ratione*) » [Huygens 1888–1950, I, p. 451].

Descartes avait en effet considéré dans l'avertissement inséré dans sa lettre à Schooten (section 5.3, p. 227) que le lieu de Pappus pouvait être entendu en se donnant la différence des rectangles comme dans l'équation (8), plutôt qu'en se donnant plus classiquement le rapport

lorsque un de ces points est intérieur au triangle formé par les trois autres [Dingeldey *et al.* 1911–1915, p. 171]. Ainsi lorsque les quatre points d'intersection solutions des quatre droites du problème de Pappus forment cette configuration, c'est-à-dire lorsque ces points sont les sommets d'un quadrilatère non croisé et non convexe, les solutions du problème seront nécessairement deux hyperboles. Ajoutons que cette remarque de Roberval paraît montrer qu'il a pris connaissance de nombreux cas de figure du problème.

⁶³ Roberval avait indiqué auparavant dans la lettre que les points C du lieu de Pappus se trouvent dans tous les espaces triangles et quadrangles éventuellement infinis délimités par les quatre lignes droites du problème, à l'exception peut-être d'au plus un [Huygens 1888–1950, I, p. 449–450]. Si cela est vrai pour l'exemple choisi par Descartes (figure 5), cela n'est pas vrai en général comme on le voit figure 7 et figure 8, une des deux figures données par Huygens comme contre-exemples dans sa lettre à Roberval du 27 juillet 1656 citée *infra* [Huygens 1888–1950, I, p. 464].

entre les deux rectangles *i.e.*

$$(9) \quad CD \times CF : CB \times CH = G_1 : G_2$$

où $G_1 : G_2$ est un rapport donné.

Huygens reprenait les arguments de Roberval dans une lettre qu'il adressait à Schooten le 25 juillet 1656 en donnant la figure de l'hyperbole solution [Huygens 1888–1950, I, p. 461-462] et répondait favorablement à Roberval dans une seconde lettre⁶⁴ probablement du 27 juillet 1656 tout en corrigant certaines de ses assertions :

« Ayant examiné vos remarques sur des Cartes je les trouve tresbelles et veritables [et votre censure très juste]. Et je m'estonne qu'il s'est laisse eschapper des fautes si grossieres en une matiere ou il a voulu montrer ce qu'il scavoit par dessus l'antiquité [de plus que les autres]. Je ne me suis pas donné la peine de faire le calcul selon l'algebre, mais en considerant seulement la figure avec attention, j'ay veu que si l'on distingue les 2 lignes AB , CD , sur lesquelles il faut mener les droites CP ; CO , qui sont l'un des rectangles, d'avec les 2 autres AB , BF sur lesquelles tombent les droites CM , CN qui font l'autre rectangle (j'ay fait ici les 2 premieres plus grosses que les 2 autres). J'ay donc veu, que par toutes les intersections d'une grosse et d'une menue, il doibt passer deux lieux et que par consequent le point C se trouve dans tous les espaces ou il y a un angle compris d'une grosse et d'une menue. Et quelquefois aussi dans les autres [...] Quant aux deux lieux entiers du point C , je crois qu'on le trouvera toujours ainsi, pourvu que par un lieu entier on entende aussi quelquefois une seule ligne droite ; et c'est ce que fait un plan qui touche deux cones opposez⁶⁵ [...] au reste la speculation de ce double lieu me semble tresexcellente et j'ay escrit à Monsieur Schoten, en lui envoyant vostre lettre, qu'il seroit tres bien de la mettre dans ses commentaires » [Huygens 1888–1950, I, p. 464].

L'usage du terme « double lieu » pour qualifier les deux solutions témoigne de l'étonnement à considérer qu'un problème de lieu géométrique eût pu conduire non pas à une mais à deux courbes géométriques solutions distinctes.

Schooten répondit trois jours après aux critiques de Roberval transmises par Huygens le 28 juillet 1656 [Huygens 1888–1950, I, p. 466–470] de façon détaillée en prenant la défense de Descartes. Il ne céda qu'à

⁶⁴ Nous plaçons entre crochets les mentions qui apparaissent dans la copie de Huygens.

⁶⁵ C'est ce qui peut se produire lorsque les quatre droites sont parallèles ou concourantes. Huygens donne d'ailleurs ce second exemple dans cette même lettre pour montrer à Roberval que dans ce cas quatre espaces délimités par les droites ne seront pas traversés par le lieu. Voir également [Rabuel 1730, p. 158–159 et 161–163] où sont traités ces deux exemples.

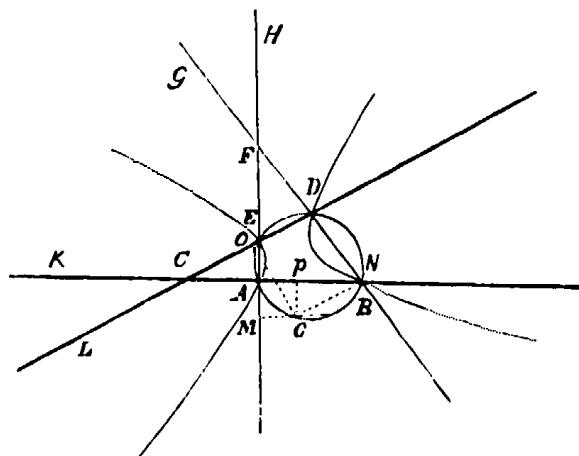


FIGURE 8. La figure de Huygens dans la lettre à Roberval du 27 juillet 1656

demi aux instances de Huygens en ne modifiant rien du texte de la solution du problème de Pappus à quatre lignes donnée par Descartes dans la *Géométrie*, respectant en cela la volonté de l'Auteur, mais en ajoutant une seconde note BB [Descartes 1659–1661, I, p. 179–181] où il mentionne l'hyperbole solution, sans citer Huygens ni Roberval, mais en se conformant ensuite néanmoins d'assez près à une partie [Huygens 1888–1950, I, p. 523] d'une lettre postérieure de Huygens du 6 décembre 1656 [Huygens 1888–1950, I, p. 519–524] consacrée à cette question et bien plus longue et détaillée⁶⁶.

6. CONCLUSION

Nous arrivons au terme de notre étude ayant réuni, pour reprendre le vocabulaire judiciaire, un « faisceau de présomptions ». Deux conclusions nous semblent en ressortir.

⁶⁶ Les références précédentes sont empruntées au commentaire susnommé [Huygens 1888–1950, XIV, p. 414].

Premièrement, la lettre de Descartes à Schooten nous paraît devoir être datée de mars ou avril 1648, soit que Descartes ait répondu à Schooten avant d'écrire à Mersenne, soit qu'il l'ait fait postérieurement à sa lettre du 4 avril, selon la date de réception des questions de Schooten, et ceci de toute façon avant son départ pour la France depuis la Haye le 8 mai 1648 au matin⁶⁷. Nous renvoyons à l'index ci-après pour un rappel des lettres et de la chronologie.

Secondement, il nous semble que nous disposons d'un premier élément montrant que Descartes, malgré ses nombreuses dénégations, a participé à l'élaboration de la première édition latine de la *Géométrie*, y tenant vraisemblablement un rôle d'« architecte » et s'abritant derrière le fidèle disciple et zélateur qu'était Schooten.

La dissimulation choisie par Descartes une fois de plus nous paraît être en outre plus que la manifestation du caractère secret du philosophe. Selon nous, elle renverrait à un fait mathématique et à un événement bien précis. Il s'agit de l'oubli par Descartes de la seconde conique dans sa solution au problème de Pappus figurant dans la *Géométrie* qu'il avait désignée comme exemplaire de sa Méthode, et de la reconnaissance de cet oubli lors de la controverse en 1648 dont témoigne peut-être la violence de la lettre à Mersenne du 4 avril 1648 précédemment citée [Descartes 1964–1974, V, p. 141–144].

Remerciements

Je remercie C. Alvarez, G. Belgioioso, E.-J. Bos, D. Descotes, M. Galuzzi, V. Jullien, M. Panza, M. Savini, T. Verbeek ainsi que les deux rapporteurs pour leurs précieuses remarques et suggestions.

⁶⁷ Voir la lettre de Brasset à Chanut citée en note [Descartes 1964–1974, V, p. 183].

INDEX DES LETTRES CITÉES

Nous présentons ici pour terminer un index chronologique des lettres citées dans l'article que nous utilisons en vue de notre datation⁶⁸ :

7 mars 1648 : **Vivien à de Witt** (voir [Descartes 1964–1974, V, p. 574])

Les pamphlets de Stampioen.

(mars-avril 1648) : **Descartes à Schooten** (voir [Descartes 1964–1974, II, p. 574–578])

Une question de vocabulaire dans les *Notes brèves*.

Une remarque de « N » sur le problème de Pappus.

4 avril 1648 : **Descartes à Mersenne** (voir [Descartes 1964–1974, V, p. 141–144])

L'envoi de remarques de Roberval à Schooten sur le problème de Pappus.

La non participation de Descartes à l'édition latine de la *Géométrie* par Schooten.

17 avril 1648 : **Mersenne à Huygens** (voir [Huygens 1888–1950, I, p. 83-84])

et [Mersenne 1945–1986, XVI, p. 229–230])

Une nouvelle solution du problème de Pappus par Pascal.

La controverse sur la solution de Descartes.

8 mai 1648 : **Brasset à Chanut** (voir [Descartes 1964–1974, V, p. 183 n.])

Le départ de Descartes pour Paris.

5 juin 1648 : **Descartes à Debeaune** (voir [Descartes 1964–1974, V, p. 562-564])

Une lettre et un ouvrage de Schooten pour Debeaune.

(juin 1648) : **Debeaune à Schooten** (voir [Descartes 1936–1963, III, p. 321–322])

Réponse à la lettre de Schooten transmise par Descartes.

Une question de vocabulaire dans les *Notes brèves*.

Une dernière observation sur le problème de Pappus.

BIBLIOGRAPHIE

APOLLONIUS

- [1959] *Les Coniques d'Apollonius de Perge*, éd. par Paul ver Eecke, Paris : Albert Blanchard, 1959.
- Bos (Henk J.M.)
[2001] *Redefining Geometrical Exactness. Descartes' Transformation of the Early Modern Concept of Construction, Sources and Studies in the History of Mathematics and Physical Sciences*, New York : Springer, 2001.

⁶⁸ Les dates entre parenthèses sont les nôtres.

BOSMANS (Henri)

- [1927] L'auteur principal de l'*On-Wissen Wiskonstenaer I.I. Stampioenius ont-deckt door Jacobus a Waessenaer*, Leyde, 1640, *Revue des questions scientifiques*, 1(11) (1927), p. 113–141.

DESCARTES (René)

- [1649] *Geometria à Renato des Cartes Anno 1637 Gallicè edita; nunc autem...*, éd. par Frans van Schooten, Lugduni Batavorum : ex Officina J. Maire, 1649.
- [1657–1667] *Lettres de M. Descartes*, 3 vols. éd. par Claude Clerselier, Paris : Angot, 1657–1667.
- [1659–1661] *Geometria à Renato des Cartes Anno 1637 Gallicè edita; postea autem...*, éd. par Frans van Schooten, Amstelædami : 2 vols., L. & D. Elzevirios, 1659–1661.
- [1824–1826] *Œuvres de Descartes*, éd. par Victor Cousin, Paris : 11 vols., F.-G. Levrault, 1824–1826.
- [1936–1963] *Correspondance*, éd. par Charles Adam et Gaston Milhaud, Paris : 8 vols., Alcan-PUF, 1936–1963.
- [1964–1974] *Œuvres de Descartes* (nouvelle édition), éd. par Charles Adam et Paul Tannery, Paris : 11 vols., Vrin, 1964–1974.
- [2003] *The Correspondence of René Descartes 1643*, éd. par Theo Verbeek (Erik-Jan Bos et Jeroen van de Ven), *Quæstiones Infinitæ*, vol. XLV, Utrecht : Zeno Institute of Philosophy, 2003.

DINGELDEY (F.), FABRY (E.) & BERZOLARI (L..)

- [1911–1915] Géométrie algébrique plane, dans Molk (Jules), éd., *Encyclopédie des sciences mathématiques pures et appliquées*, Tome III – Géométrie, vol. 3, Gauthier-Villars, 1911–1915.

FERMAT (Pierre de)

- [1891–1922] *Œuvres de Fermat*, éd. par Charles Henry et Paul Tannery, 5 vols., Paris, Gauthier-Villars, 1891–1922.

GALUZZI (Massimo)

- [1996] La soluzione dell'equazione di sesto grado nella *Géométrie* di Descartes, dans Beretta (Marco), éd., *Per una storia critica della scienza*, Quaderna di Acme, vol. 26, Bologna : Cisalpino, 1996, p. 315–330.

GARDIES (Jean-Louis)

- [2001] *Qu'est-ce que et pourquoi l'analyse ? Essai de définition*, Coll. Problèmes et Controverses, Paris : Vrin, 2001.

HUYGENS (Christiaan)

- [1888–1950] *Œuvres complètes publiées par la Société Hollandaise des Sciences*, La Haye : 22 vols., Martinus Nijhoff, 1888–1950.

MARONNE (Sébastien)

- [2007] *La théorie des courbes et des équations dans la Géométrie de Descartes : 1637–1649*, Thèse, sous la direction de Marco Panza. Université Paris 7, Paris, 2007.

MASSA ESTEVE (Maria Rosa)

[à paraître] Symbolic Language in the Algebraization of Mathematics : the *Algebra* of Pierre Hérigone (1580–1643).

MERSENNE (Marin)

[1945–1986] *Correspondance du P. Marin Mersenne, religieux minime*, éd. par Cor-nélis de Waard et Armand Beaulieu, 17 vols., Paris, PUF/CNRS, 1945–1986.

RABUEL (Claude)

[1730] *Commentaires sur la Géométrie de M. Descartes*, Lyon : Marcellin Duplain, 1730.

SCHOOTEN (Frans van)

[1646] *De organica conicarum sectionum in plano descriptione... Cui subnexa est Appendix de cubicarum aequationum resolutione*, Batavorum, Lugduni : ex Officina Elzeviriorum, 1646.

STAMPIOEN DE JONGHE (Johan)

[1639] *Algebra ofte Nieuwe Stel-Regel*, La Haye : Sphæra Mundi, 1639.

TANNERY (Paul)

[1926] La Correspondance de Descartes dans les inédits du fonds Libri étudiée pour l'histoire des mathématiques, dans Gino Loria, éd., *Mémoires scientifiques*, Vol. VI, Paris/Toulouse : Gauthiers-Villars, 1926, p. 149–268.

TATON (René)

[1962] L'œuvre de Pascal en géométrie projective, *Revue d'histoire des sciences*, XV (1962), p. 197–252.