

## UNE ANALYSE GÉNÉTIQUE DE L'INTRODUCTION À L'ANALYSE DES LIGNES COURBES ALGÈBRIQUES DE GABRIEL CRAMER (1750)

THIERRY JOFFREDO

---

RÉSUMÉ. — Gabriel Cramer (1704-1752) publie à Genève en 1750 son *Introduction à l'analyse des lignes courbes algébriques* de Gabriel Cramer, un ouvrage important pour l'histoire de la géométrie et de l'algèbre, comme le démontre l'historiographie sur le sujet. Dans cet article, nous ne nous intéresserons pas directement aux contenus de cet ouvrage, mais plutôt à sa genèse et aux grandes étapes de son écriture par le Genevois, qui a conçu ce projet éditorial dix ans avant sa publication. Nous nous appuierons pour cela sur les méthodes de la critique génétique, à partir des sources variées dont nous disposons pour ce texte. Nous présenterons et analyserons sous cet angle les manuscrits inédits de l'*Introduction* aujourd'hui conservés à la Bibliothèque de l'université de Genève, et dégagerons du dossier génétique formé par ces manuscrits et la correspondance de Gabriel Cramer les indices matériels nous permettant de reconstituer les processus de rédaction et de restituer les dynamiques d'écriture de l'auteur durant la décennie qui précède la publication de son ouvrage.

ABSTRACT (A genetic analysis of Gabriel Cramer's *Introduction à l'analyse des lignes courbes algébriques* (1750))

Gabriel Cramer (1704-1752) published in Geneva in 1750 his *Introduction à l'analyse des lignes courbes algébriques*, an important work for the history of geometry and algebra, as historiography on the subject shows. In this article, we will

---

Texte reçu le 2 novembre 2018, accepté le 19 janvier 2019, révisé le 14 avril 2019.

TH. JOFFREDO, Archives Henri Poincaré - Philosophie et Recherches sur les Sciences et les Technologies, UMR 7117 CNRS - Université de Lorraine - Université de Strasbourg, Site de Nancy : 91 avenue de la Libération - BP 454 F-54001 Nancy Cedex, France.

Courrier électronique : [thierry.joffredo@univ-lorraine.fr](mailto:thierry.joffredo@univ-lorraine.fr)

Classification mathématique par sujets (2000) : 01A50, 01A70, 14H50.

Mots clefs : Critique génétique, manuscrit, courbes algébriques, Gabriel Cramer.

Key words and phrases. — Genetic criticism, manuscript, algebraic curves, Gabriel Cramer.

not focus directly on the contents of this book, but rather on its genesis and the main stages of its writing by the Genevan, who conceived this editorial project ten years before its publication. We will rely on the methods of genetic criticism, based on the various sources available to us for this text. We will present and analyse from this angle the unpublished manuscripts of the *Introduction* currently held at the University of Geneva Library, and will identify from the genetic file formed by these manuscripts and Gabriel Cramer's correspondence the material clues enabling us to reconstruct the writing processes and restore the author's writing dynamics during the decade preceding the publication of his work.

## 1. LE SAVANT AU TRAVAIL, L'ŒUVRE EN DEVENIR

La *critique génétique*, ou *génétique des textes*, a pour objet « l'analyse de l'écriture littéraire comme processus et l'interprétation de l'œuvre à la lumière de ses brouillons ou de ses documents préparatoires » [De Biasi 2011, p. 5] et se propose de « renouveler la connaissance des textes à la lumière de leurs manuscrits en déplaçant l'interrogation critique de l'auteur vers l'écrivain, de l'écrit vers l'écriture, de la structure vers les processus, de l'œuvre vers sa genèse » [p. 11]. Elle s'appuie sur « les manuscrits de travail des écrivains en tant que support matériel, espace d'inscription et lieu de mémoire des œuvres *in statu nascendi* » [Grésillon 2016, p. 8]. Elle permet ainsi, grâce aux indices matériels laissés par l'auteur, d'adopter une perspective sur l'œuvre publiée incluant et prenant en compte toutes les étapes de son écriture depuis sa conception, ses modifications, réécritures, corrections, révisions.

Régulièrement mise en œuvre sur les textes littéraires, cette approche a été aussi utilisée en histoire des sciences, en particulier dans les éditions de textes anciens ou modernes, comme en témoignent aussi plusieurs contributions publiées dans le vingtième numéro de la revue *Genesis*, paru en 2003, qui est entièrement consacré à l'écriture scientifique. Dans l'article d'ouverture de ce numéro, intitulé *Sciences : des archives à la genèse. Pour une contribution de la génétique des textes à l'histoire des sciences*, Pierre-Marc de Biasi plaide d'ailleurs pour l'extension du modèle d'analyse génétique des manuscrits littéraires modernes vers les manuscrits scientifiques, malgré leurs spécificités respectives, extension susceptible d'accompagner et d'outiller les historiens des sciences dans les nouvelles approches (sociale, matérielle, etc.) portées par les évolutions récentes de leur champ d'étude [De Biasi 2003].

L'une des conditions *sine qua non* de réussite du transfert de ces méthodes d'un champ à l'autre est, écrit-il, que les archives manuscrites existent bien et en nombre suffisant pour alimenter un dossier génétique suffisamment épais pour être exploité avec pertinence et profit; ce qui n'est pas nécessairement le cas, surtout en ce qui concerne les auteurs du dix-huitième siècle qui ne conservaient pas toujours leurs papiers et manuscrits considérés comme inutiles suite à la publication d'un mémoire ou d'un livre, comme le montrent les exemples de Buffon ou Bernardin de Saint-Pierre présentés dans un autre numéro de *Genesis* consacré, cette fois, aux « Brouillons des Lumières » [Bustarret 2012, p. 37].

Dans le cas de l'*Introduction à l'analyse des lignes courbes algébriques* de Gabriel Cramer [1750a], qui est l'un des plus importants ouvrages du XVIII<sup>e</sup> siècle portant sur la théorie des courbes, nous disposons heureusement de plusieurs sources (correspondances, manuscrits) dont l'étude nous permettra de mener à bien cette analyse génétique. Nous mettrons ainsi en lumière les différentes étapes de la rédaction de l'ouvrage, les variations de périmètre du sujet à traiter et le renforcement des exigences de l'auteur, la prise en compte des travaux de ses contemporains et des échanges avec ses correspondants, ses motivations initiales et les différentes fonctions (scientifique, sociale, académique) qu'il assigne à son œuvre en construction, les modifications structurelles du livre au fil des différentes versions du manuscrit, bref, de voir le savant au travail dans l'élaboration de son œuvre, et celle-ci prendre vie sur l'écritoire.

## 2. UNE PRÉSENTATION DE L'INTRODUCTION

L'*Introduction à l'analyse des lignes courbes algébriques*, publiée à Genève par Gabriel Cramer [1750a], « professeur de philosophie & de mathématiques » à l'Académie de Genève et membre des « Académies & Sociétés Royales de Londres, de Berlin, de Montpellier, de Lyon, & de l'Académie de l'Institut de Bologne », tel qu'il se présente lui-même sur la page de titre de son ouvrage, est un jalon important dans l'histoire de la géométrie des courbes algébriques. Il est régulièrement cité dans les textes traitant d'histoire de la géométrie ou de l'algèbre, les dictionnaires et encyclopédies, et jusque dans les manuels d'enseignement souhaitant offrir quelque aperçu historique des notions et méthodes étudiées au lycée. Le nom du Genevois est aujourd'hui essentiellement attaché à la règle qui intervient dans la résolution des systèmes linéaires d'équations du premier degré à plusieurs inconnues (*règle de Cramer* en français, *Cramer's rule* en anglais, *Cramersche Regel* en allemand), donnée dans l'un des appendices de cette *Introduction*,

utilisant ce que l'on désignera dans le courant du XIX<sup>e</sup> siècle par le terme de *déterminant* du système.

La question de l'étude des courbes constitue un champ de recherches important pour les géomètres de cette première moitié du XVIII<sup>e</sup> siècle, que l'ouvrage de Cramer vient, d'une certaine manière, provisoirement clore<sup>1</sup>. Le Genevois, dans la préface, place son ouvrage en filiation directe des travaux de Newton qui, dès la fin des années 1660, a travaillé à une *Énumération des lignes du troisième ordre*, seulement publiée au tout début du XVIII<sup>e</sup> siècle en annexe de son *Opticks* [Newton 1704, p. 137-162]. Il cite le commentaire du texte newtonien publié quelques années plus tard par James Stirling [1717], qui a cherché à expliciter les méthodes algébriques mises en action par Newton dans cette énumération, déclarant au passage deux espèces de cubiques qui sont venues s'ajouter aux soixante-douze décrites par Newton, ainsi que des travaux du hollandais Gravesande [1727], qui, par ses « Recherches sur les Séries », lui ont permis d'obtenir « la clé de la Théorie des Courbes ». Enfin, il rend compte des tentatives de classification des courbes d'ordres trois et quatre décrites dans quelques mémoires d'académiciens parisiens publiés autour de 1730 [Nicole 1729, Bragelongne 1730a, Bragelongne 1730b, Bragelongne 1731], et indique avoir tiré profit de la lecture des *Usages de l'analyse de Descartes pour découvrir, sans le secours du Calcul Différentiel, les Propriétés, ou Affections principales des Lignes Géométriques de tous les Ordres* de l'abbé Jean-Paul De Gua de Malves [1740], notamment de son *triangle analytique*, variante du *parallélogramme analytique* de Newton, dispositif permettant de déterminer le cours d'une courbe algébrique au voisinage de l'origine ou à l'infini [Cramer 1750a, p. viii-xi].

Cité comme ouvrage de référence par D'Alembert dans l'article COURBE de l'*Encyclopédie* [D'Alembert et al. 1751-1772, vol. IV, p. 377b-389b] et plusieurs articles associés<sup>2</sup>, l'*Introduction* a bénéficié d'une forte notoriété auprès des géomètres des XVIII<sup>e</sup> et XIX<sup>e</sup> siècles, très régulièrement cité aux côtés du second volume de l'*Introductio in analysin infinitorum* de Leonhard Euler [1748a] qui, écrit de manière indépendante au même moment que l'ouvrage de Cramer, traite du même sujet en utilisant des méthodes différentes. Chasles, quelque quatre-vingts ans après la publi-

<sup>1</sup> La question, qui ne connaîtra pas de réel progrès dans la seconde partie du XVIII<sup>e</sup> siècle, resurgira de manière forte en Allemagne dans les années 1830 avec les travaux de Julius Plücker.

<sup>2</sup> On retrouve des mentions au traité des courbes de Cramer dans les articles ASYMPTOTE, AXE, BRANCHE, CENTRE, COURBURE, MAXIMUM, PARALLÉLOGRAMME, POINT MULTIPLE, REBROUSSEMENT, SERPENTEMENT et TRIDENT, où il est très souvent indiqué comme principale référence.

cation de l'*Introduction* de Cramer, le dépeint comme « un traité spécial, le plus complet, et encore aujourd'hui le plus estimé, sur cette vaste et importante branche de la Géométrie » [Chasles 1837, p. 151-152]. Les appendices algébriques du traité ont également été lus et exploités par les mathématiciens qui, à commencer par Étienne Bézout [1764], se sont intéressés à la théorie de l'élimination des inconnues dans les équations.

En guise d'*Introduction*, ce traité est une véritable somme de près de sept cent pages qui expose la mise en œuvre des outils et méthodes algébriques – à l'exclusion de tout recours au calcul différentiel – nécessaires à l'étude des courbes algébriques (branches infinies, asymptotes, tangentes, points singuliers, courbure, etc.) en les illustrant par de nombreux exemples et figures<sup>3</sup>. L'objectif de Gabriel Cramer est de proposer une classification de ces courbes algébriques selon leur ordre (c'est-à-dire le degré de leur équation algébrique) en genres et espèces selon le nombre et la nature de leurs branches infinies et de leurs points singuliers, qu'il expose de manière effective jusque l'ordre 4 dans le chapitre IX.

L'ouvrage est divisé en treize chapitres, contenant trente-trois planches de figures, suivis de trois appendices. Les trois premiers chapitres permettent de rappeler les généralités du sujet : après avoir discuté de la nature des courbes algébriques et de leurs équations, Cramer rappelle les règles de calcul à mener sur ces équations pour effectuer les changements de coordonnées, donnant au passage quelques méthodes pour en simplifier l'exécution, ce qui lui permet de définir l'ordre d'une courbe algébrique. Il introduit pour la première fois, dans ce troisième chapitre, le *triangle analytique*, variante du *parallélogramme analytique* de Newton, un dispositif qui lui permettra notamment, par la suite, d'engager des développements en série donnant la valeur de  $y$  en fonction de  $x$  au voisinage de l'origine ou à l'infini à partir de l'équation algébrique de la courbe. Le quatrième chapitre, qui traite de la construction des égalités – qui est la recherche des solutions d'équations par construction de points d'intersection de courbes d'équations bien choisies – s'inscrit dans la tradition cartésienne de l'étude des courbes géométriques. Les cinquième et sixième chapitres exposent des résultats ou des définitions de notions (diamètre, centre) qui, bien connus dans le cadre de l'étude des coniques (c'est-à-dire les courbes d'ordre 2), s'étendent aux courbes d'ordres supérieurs. Le septième chapitre est central dans l'ouvrage de Cramer : intitulé « Détermination des plus grands Termes d'une equa-

<sup>3</sup> On peut trouver une reproduction numérique de qualité de cet ouvrage sur le portail pour les imprimés numérisés des bibliothèques suisses e-rara.ch, à l'adresse suivante : <http://doi.org/10.3931/e-rara-4048>.

tion. Principes de la Méthode des Séries, ou Suites infinies », il expose en détail les usages du triangle analytique pour déterminer les termes prépondérants de l'équation d'une courbe (à l'origine ou à l'infini), puis calculer des développements en série de la forme  $y = f(x)$  à partir de l'équation  $P(x, y) = 0$  de la courbe. Ce dispositif lui permet, dans le huitième chapitre, de déterminer les branches infinies des courbes et leurs asymptotes, ce qui est à la base de la classification des courbes d'ordres 2, 3 et 4 proposée dans le neuvième chapitre. Enfin, les quatre derniers chapitres proposent une étude des différentes propriétés des courbes : tangentes, points singuliers et multiples, courbure. Les trois appendices qui viennent clore l'ouvrage permettent à l'auteur de s'étendre sur des résultats de nature purement algébrique sans alourdir le texte principal ; il y énonce ses formules pour résoudre les systèmes d'équations linéaires du premier degré, et il y démontre rigoureusement que deux courbes d'ordres  $m$  et  $n$  se coupent en au plus  $mn$  points.

L'*Analyse des courbes* de Gabriel Cramer est le seul ouvrage publié par le Genevois, qui n'a laissé par ailleurs que très peu de publications<sup>4</sup>. Nous ne traiterons pas davantage dans cet article des contenus mathématiques de l'ouvrage<sup>5</sup>. Notre propos sera d'élucider ici les conditions de sa venue à l'existence, autrement dit d'exposer les différentes étapes de la genèse de l'ouvrage – qui s'étend sur une décennie entière – au gré des avancées rédactionnelles et des abandons provisoires, en mobilisant des outils et méthodes empruntés à la critique génétique.

### 3. ÉCLAIRAGES BIOGRAPHIQUES

L'exploitation des sources manuscrites dans le cadre d'une telle étude génétique, n'est pas suffisante en elle-même : « Mais comment approcher l'écriture sans évoquer celui qui écrit ? [...] Écrire comme activité réclame un sujet grammatical. C'est l'écriture la plus intime, celle des cahiers et des carnets, qui montre comment le vécu, le réel, le biographique ont profondément partie liée avec l'écriture de l'œuvre », écrit Almuth Grésillon [2016, p. 32]. Elle ajoute : « Biographie et correspondance de l'auteur, connaissance de l'œuvre dans son ensemble, témoignages de tiers, évé-

<sup>4</sup> On retrouve essentiellement quelques mémoires ou lettres publiés dans les journaux des académies ou sociétés royales de Londres, Berlin, Paris et Montpellier. La liste complète de ces publications est donnée dans la bibliographie de notre thèse de doctorat [Joffredo 2017, p. 442].

<sup>5</sup> Nous renvoyons là aussi le lecteur intéressé vers notre thèse de doctorat [Joffredo 2017, p. 187–226].

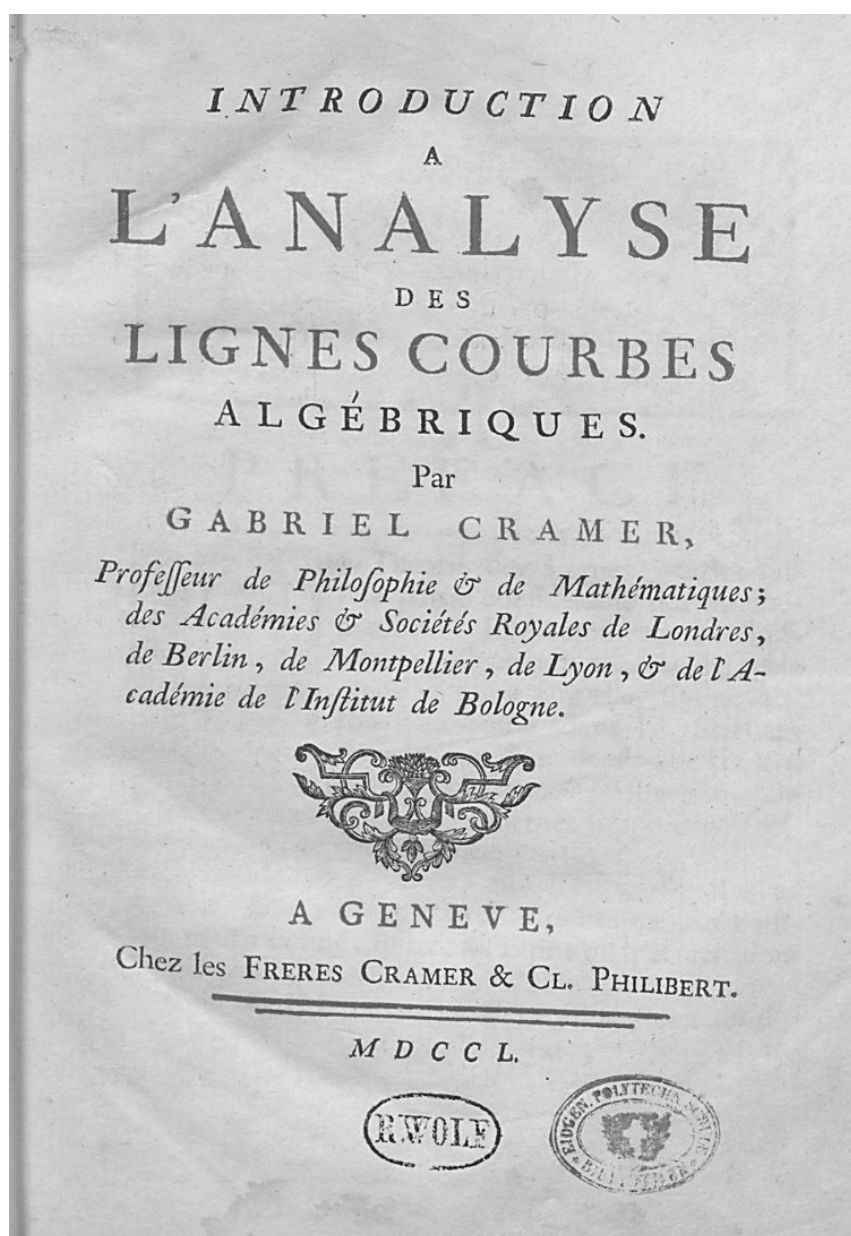


FIGURE 1. Page de titre de l'*Introduction* de Cramer [1750a].  
Source : e-rara.ch.

nements historiques, tout cela nous renseigne sur les conditions externes dans lesquelles se situe une genèse » [Grésillon 2016, p. 36]. Nous commencerons donc notre étude en résumant, à grands traits, la biographie du Genevois et veillerons à rendre compte, en nous appuyant sur cette étude biographique, de la manière dont s'articulent et se répondent la vie du Genevois et le travail de construction de son œuvre, qu'Anne Collinot réunit dans une *dyade biographique* qui les rend solidaires l'une de l'autre, liées par ce qu'elle définit comme l'*œuvre-travail* [Collinot 2012].

La toute première mention au futur traité des courbes apparaît sous la plume de Gabriel Cramer à l'automne 1740, soit dix ans avant sa publication, dans une lettre à son ancien disciple et maintenant collègue professeur à l'Académie de Genève, Jean Jallabert : « Je m'étois un peu amusé, quelques matins, à commencer un petit traité de l'Analyse des Courbes. », écrit-il le 6 novembre<sup>6</sup>, alors qu'il termine les quelques semaines de vacances académiques passées dans sa maison vigneronne de Mont-sur-Rolle, à quelques kilomètres au nord-est de Genève, sur les bords du Léman, et s'apprête à retrouver son domicile et son cabinet de travail genevois.

Gabriel Cramer est alors âgé de 36 ans ; issu d'une de ces quelques familles patriciennes de Genève qui monopolisent alors l'activité politique, académique et scientifique de la cité<sup>7</sup>, il est professeur de mathématiques à l'Académie de Genève depuis 1724, professeur honoraire de philosophie depuis 1734, et membre du Conseil des Deux-Cents<sup>8</sup> depuis la même année. S'il est un acteur important des institutions genevoises, il est également très bien intégré aux réseaux de la République des lettres. Un grand tour de formation l'a mené, entre 1727 et 1729, de Bâle à Paris en passant par Leyde, Cambridge et Londres, au cours duquel il a pu se familiariser avec les méthodes et idées nouvelles en sciences, notamment en mathématiques : calcul différentiel et intégral avec Jean I (Johann I) Bernoulli, calcul des probabilités auprès de Nicolas I (Nicolaus I) Bernoulli, méthode

<sup>6</sup> Lettre de Gabriel Cramer à Jean Jallabert, Mont-sur-Rolle, 6 novembre 1740, Bibliothèque de Genève, Ms 242 f. 50v.

<sup>7</sup> Sur les conditions sociales de l'exercice des activités savantes dans la Genève de la première moitié du XVIII<sup>e</sup> siècle, voir notamment le premier chapitre du livre de Sigris [2011].

<sup>8</sup> Élus dans un système de cooptation réciproque par les membres du Petit Conseil – ou conseil des Vingt-Cinq, véritable gouvernement de la République genevoise – les membres du Conseil des Deux-Cents se réunissent tous les premiers lundis du mois ou sur convocation du Petit Conseil, pour exercer leurs prérogatives essentiellement législatives et consultatives. Si cette élection s'accompagne d'un certain prestige, presque toujours réservé aux membres de la haute bourgeoisie, elle est souvent vue comme une simple étape sur le chemin de l'accession au Petit Conseil.

des séries et étude des courbes auprès des newtoniens Nicholas Saunderson, James Stirling et Willem Jacob 's Gravesande. À son retour il a entretenu jusqu'au premier tiers des années 1730 une correspondance nourrie avec des savants comme Alexis-Claude Clairaut, Georges-Louis Leclerc (futur compte de Buffon), Jean-Jacques Dortous de Mairan, Jean I et Nicolas I Bernoulli, ou encore James Stirling.

Comme le montre l'analyse de sa correspondance, son activité épistolaire a cependant très nettement fléchi à partir de 1734, date à partir de laquelle il concentre ses efforts sur son activité à Genève, tant à l'Académie qu'au Conseil des Deux-Cents. Ses ambitions portent alors essentiellement sur des enjeux locaux, et ses responsabilités croissantes au niveau académique et politique l'accaparent ; il est probable qu'en souhaitant suivre le *cursus honorum* républicain, il aspire, par ambition ou nécessité sociale, à imiter son frère aîné Jean qui vient d'être appelé au Petit Conseil deux ans plus tôt<sup>9</sup>. Mais ces ambitions ont été contrariées : les troubles politiques qui agitent la République de Genève depuis 1734 culminent en août 1737, lors d'une journée de révolte qui fera plusieurs morts. Le *Règlement de l'Illustre Médiation*, adopté en mai 1738, qui vient mettre fin à ces troubles en renforçant les droits de certains des habitants de Genève et leur représentation dans les instances de gouvernement<sup>10</sup>, comporte une disposition qui précise que « les Frères de même rang, ainsi que les Uterins, Oncles & Neveux d'une même famille, comme aussi les Neveux d'alliance de même nom, seront exclus à l'avenir du petit Conseil », empêchant de fait Gabriel Cramer d'accéder à de plus hautes fonctions<sup>11</sup>.

Ce dernier, au moment de l'écriture de sa lettre à Jallabert, se trouve ainsi à une période de sa vie où, s'il reste très impliqué dans la vie de la République de Genève, il cherche à (re)trouver une place plus importante au sein de la République des lettres, ce qui se traduira dans les années 1740 par un renouveau de son activité scientifique, une réactivation progressive de ses réseaux épistolaires, et la recherche active d'affiliations aux académies et sociétés royales de Berlin, Londres, et surtout Paris.

<sup>9</sup> Professeur de droit à l'Académie de Genève depuis 1723, le frère aîné de Gabriel Cramer est entré au Petit Conseil en 1738, avant d'occuper les plus hautes fonctions de l'Etat, cinq fois syndic et une fois premier syndic de la République de Genève entre 1747 et 1770.

<sup>10</sup> À propos de cette période de troubles et du Règlement qui en est issu, on pourra lire, par exemple, [Brandli 2012, p. 39-51].

<sup>11</sup> Gabriel Cramer sera tout de même élu au conseil des Soixante en 1751, mais cette instance intermédiaire entre le Petit Conseil et le Conseil des Deux-Cents ne se réunit alors que très rarement, et cette élection est pour l'essentiel honorifique.

Ainsi, au moment même où il dit avoir commencé la rédaction de son traité des courbes, Gabriel Cramer vient de s'engager auprès de deux imprimeurs-libraires pour superviser l'édition scientifique des Œuvres des frères Jean et Jacques (Jacob) Bernoulli : avec Marc-Michel Bousquet à Lausanne, il s'attaque aux *Johannis Bernoulli Opera omnia*<sup>12</sup> (avec le soutien de son fils Jean II), qui paraîtront en avril 1743, et avec ses cousins Gabriel et Philibert Cramer à Genève, aux *Jacobi Bernoulli Opera*<sup>13</sup> (avec le concours, cette fois, de Nicolas, neveu de Jean et Jacques) qui seront publiées en janvier 1744. Ces travaux d'édition, pour lesquels il sera loué<sup>14</sup>, l'occupent fortement entre 1740 et 1744. Cramer sera également sollicité par Leonhard Euler, en mai 1743, pour superviser l'édition de son *Methodus inveniendi lineas curvas maximi minimive proprietate gaudentes* [Euler 1744], dont il a confié le manuscrit à Bousquet; surchargé de travail, il déclinera en septembre 1744 la proposition du même Euler pour l'édition de son *Introductio in analysin infinitorum*, qui ne paraîtra que quatre ans plus tard [Euler 1748a].

La correspondance du Genevois, dans cette première moitié des années 1740, s'enrichit nettement : outre les échanges avec Jean II et Nicolas I Bernoulli pour les éditions des *Johannis Bernoulli Opera omnia* et des *Jacobi Bernoulli Opera* (respectivement), il écrit régulièrement à Jean Henri Samuel Formey et Leonhard Euler à Berlin, entre en relation avec Étienne-Hyacinthe De Ratte et François Boissier de Sauvages à Montpellier, prend le prétexte de la parution des *Opera* des frères Bernoulli pour reprendre les échanges avec ses correspondants parisiens (Alexis-Claude Clairaut, Georges-Louis Leclerc de Buffon, Pierre Louis Moreau de Maupertuis et Bernard Le Bouyer de Fontenelle) et entre en commerce épistolaire avec Émilie du Châtelet à Cirey. Il est également élu dans diverses académies et sociétés royales : la première à s'associer le Genevois est la Société royale des sciences de Montpellier qui, en 1743, ouvre une première classe de savants étrangers, immédiatement suivie par l'Académie des sciences de l'institut de Bologne. Des élections plus prestigieuses suivront, afin

<sup>12</sup> [Bernoulli 1742].

<sup>13</sup> [Bernoulli 1744].

<sup>14</sup> Dans son *Mémoire Historique sur la vie et les ouvrages de M. Jean Bernoulli* paru au Mercure de France en mars 1748, D'Alembert écrit : « On a publié en 1743 à Lausanne le recueil de tous les écrits de Bernoulli : ce recueil précieux, fait avec un soin et une intelligence qui méritent la reconnaissance de tous les Geomètres, est dû à l'un des plus célèbres disciples de l'Auteur, M. Cramer Professeur de Mathématiques à Genève, que l'étendue de ses connoissances dans la Géométrie, dans la Physique & dans les Belles Lettres rendent digne de toutes les Sociétés sçavantes, & dont l'esprit philosophique & les qualités personnelles relèvent encore les talens. » [D'Alembert 1748].

d'affirmer son insertion dans les réseaux des académies savantes de la République des lettres : à l'Académie de Berlin tout d'abord, avec l'appui de Formey, Maupertuis et surtout Euler, en décembre 1746 ; puis à la Société royale de Londres en 1749, avec le soutien, cette fois, de Buffon. L'unique affiliation académique qu'il recherchera sans succès, malgré deux tentatives en 1748 et 1750, est l'élection à l'Académie royale des sciences de Paris, qui aurait revêtu pour lui une importance toute particulière en lui accordant la reconnaissance pleine et entière des savants parisiens qu'il tenait en très haute estime, comme Dortous de Mairan, Buffon et Clairaut.

Quelque vingt ans après son premier séjour, Gabriel Cramer a une nouvelle occasion de venir à Paris lorsque le duc Frédéric III de Saxe-Gotha-Altenburg, qui a envoyé son jeune fils suivre des études à Genève, lui demande d'accompagner ce dernier lors d'un voyage à Paris en tant que précepteur. C'est ainsi qu'en avril 1747, le Genevois peut s'affranchir de ses tâches d'enseignement et de ses missions politiques pour renouer, pendant une année entière, avec ses amis de l'Académie royale des sciences (Clairaut, Dortous de Mairan, Buffon) qui l'accueillent à bras ouverts et l'introduisent dans les cercles savants et mondains. Il y fait quelques rencontres déterminantes, notamment celle de quelques femmes influentes tenant salon (madame Geoffrin, Élisabeth Ferrand), mais aussi de Condillac et de D'Alembert, avec qui il nourrit une correspondance particulièrement riche et assidue. Les décès de deux associés étrangers de l'Académie (Jean Bernoulli et Joseph Cervi en janvier 1748) et les élections perdues qui suivent lui donnent l'occasion de mesurer les soutiens dont il bénéficie à Paris ; c'est donc particulièrement heureux et tout auréolé d'une certaine gloire qu'il rentre à Genève en mai 1748. Au printemps 1750, l'élection au Petit Conseil de son ami et collègue Jean-Louis Calandrini, lui permet enfin d'accéder à la chaire de philosophie de l'Académie de Genève, Jean Jallabert lui succédant à la chaire de mathématiques. Cette accession à une position académique très recherchée lui donne l'occasion d'écrire un discours remarqué sur l'utilité de la philosophie dans le gouvernement de la cité, qu'il fait imprimer et diffuser en Europe [Cramer 1750b].

Hélas, alors que son traité des courbes vient de paraître et qu'il en reçoit des échos très positifs de toute l'Europe savante, Cramer tombe gravement malade en 1751, suffisamment pour l'empêcher de travailler et de tenir sa correspondance. Parti en décembre 1751 pour un voyage dans le sud de la France dans une tentative de recouvrer la santé, il meurt au petit matin du 4 janvier 1752, à Bagnols-sur-Cèze près de Nîmes, sur la route qui devait le mener à Montpellier. Son décès fera dire à Daniel Bernoulli, dans

une lettre partiellement retranscrite dans un éloge publié dans le *Journal helvétique* de mars 1752 : « J'ai perdu un intime ami ; Vôte Ville & nôtre Suisse ont perdu un de leurs plus beaux Ornemens, & toute l'Europe un savant du premier Ordre, né pour augmenter & pour perfectionner les Sciences. C'étoit non seulement un illustre, mais encore un aimable Savant » [Baulacre 1752, p. 118].

#### 4. JALONS D'ÉCRITURE

Au dossier génétique de l'*Introduction à l'analyse des lignes courbes algébriques*, nous verserons en premier lieu l'abondante correspondance scientifique de son auteur pour la décennie 1740–1750. Dans les échanges de lettres entre Gabriel Cramer et plusieurs de ses correspondants, au premier rang desquels on trouve Alexis-Claude Clairaut et Leonhard Euler, il est régulièrement question de ce projet éditorial et de ses évolutions au cours du temps. Cette correspondance nous donne un aperçu des différentes étapes de la rédaction du traité des courbes, nous permet de poser quelques jalons temporels, et nous ouvre quelques perspectives sur les motivations de l'auteur pour l'écriture et la publication de son ouvrage. L'étude systématique de cette correspondance, avec l'éclairage apporté par l'étude biographique menée ci-dessus, permet de reconstituer les différentes étapes de l'écriture de l'*Introduction à l'analyse des lignes courbes algébriques* et les états successifs du manuscrit au cours de la décennie, cette analyse s'inscrivant dans un dialogue permanent entre la vie du savant et l'élaboration de son œuvre. En s'inscrivant dans une étude génétique qui mobilise de multiples sources et adopte différents points de vue, l'étude de cette correspondance contribuera fortement à notre propos, tout en prenant soin d'éviter le piège d'une construction téléologique sur lequel nous alerte Jeanne Peiffer [1998]<sup>15</sup>.

---

<sup>15</sup> « En histoire des sciences, les lettres ont été considérées depuis fort longtemps comme sources pour l'étude de la genèse de l'œuvre d'un savant ainsi que de sa réception. De fait, on y a cherché des informations situées en amont et en aval de l'œuvre publiée et c'est par rapport à elle qu'on les a interprétées. Cette approche repose en fin de compte sur une construction téléologique qui, ne prenant son sens que par rapport à l'œuvre publiée, se révèle insuffisante pour donner une image "dense" et rendre justice à la complexité de l'activité scientifique », écrit-elle p. 145.

#### 4.1. Le « premier jet » de 1740–1741

La lettre de Gabriel Cramer à Jean Jallabert, déjà mentionnée, ne fait pas que marquer le début de son projet éditorial<sup>16</sup>; elle contient également quelques informations importantes sur le contenu de ce premier jet du traité réalisé pendant les vacances académiques passées à Mont-sur-Rolle en septembre-octobre 1740 :

Je m'étois un peu amusé, quelques matins, à commencer un petit traité de l'Analyse des Courbes. Il nous manque un ouvrage de ce genre qui soit élémentaire. J'aurais voulu d'abord expliquer les différentes sortes de courbes, la manière d'exprimer leur Nature par une Equation, les degrés analytiques des Courbes, les propriétés de celles du 2<sup>nd</sup> ordre qui sont les Sections Coniques démontrées analytiquem[en]t & quelques exemples des plus connues des Courbes des Ordres supérieurs. Mais je n'ai gueres avancé, le travail devient long, quand on n'a point le secours des livres, & je n'ai ici que des livres de bagatelles, desquels je m'occupe plus que rien autre.

Si l'on en croit ce passage, la portée de ce premier essai sur l'« Analyse des Courbes » reste limitée par le temps qu'il a pu y consacrer (« quelques matins », répartis sur six ou sept semaines au maximum) et par l'éloignement des ressources de son cabinet de travail. Après quelques généralités sur les courbes algébriques, leurs équations et leur degré, l'étude porterait sur le traitement analytique des courbes du second ordre, dont il démontrerait que ce sont les sections coniques et dont il déduirait les propriétés, et présenterait quelques exemples d'études analytiques de courbes d'ordres supérieurs (probablement trois ou quatre) sans approche générale de la question. L'étude des sections coniques à l'aide de l'analyse (finie ou infinie) est un sujet déjà bien traité par ailleurs en 1740 : en témoignent, par exemple, le *Traité des sections coniques* de L'Hospital [1707]. On trouve également dans les archives de la Bibliothèque de Genève un *Cours de géométrie sublime* de Calandrini<sup>17</sup>, daté de 1731, dont le premier tome est intitulé *Traité des lignes courbes*, dans lequel les coniques sont étudiées

<sup>16</sup> Il n'est pas exclu que les premières velléités de Cramer soient plus anciennes; ainsi, dans une lettre datée du 8 janvier 1728, répondant à une lettre hélas perdue de Cramer alors à Londres, Calandrini écrit : « Je me réjouis fort de voir votre traité, et il ne fâche pas qu'il devienne grand. Dites-moi, ces courbes serpentées, sont-elles le genre des développées, des cycloïdes, ou le genre commun des deux ? À quels cas pratiques s'appliquent-elles ? Un mot là-dessus ; j'attendrai votre livre pour en savoir davantage » (Bibliothèque de Genève, Ms. Fr. 2588 f. 8–9, lettre citée dans [Galiffe 1877, p. 12]). Mais c'est une référence tout à fait isolée, et il n'est plus fait état de cette première intention nulle part ensuite.

<sup>17</sup> *Géométrie sublime*, de M. le prof. Calandrini, 1731, Bibliothèque de Genève Ms Fr 654.

et leurs propriétés démontrées à l'aide du calcul différentiel et intégral. Il faut donc interpréter, dans la lettre de Cramer, la phrase « Il nous manque un ouvrage de ce genre qui soit elementaire », comme l'indice d'une probable tentative d'étudier les courbes algébriques du second ordre, en partant de leur équation générale (de la forme  $ax^2 + bxy + cy^2 + dx + ey + f = 0$ ), en démontrant que ces courbes sont les sections coniques, et en déduisant leurs propriétés bien connues à partir de cette équation générale, ce qui n'a pas encore été réalisé en 1740, l'abbé Jean-Paul De Gua de Malves, par exemple, n'ayant fait qu'en tracer le programme dans ses *Usages de l'analyse de Descartes* parus cette même année à Paris [De Gua de Malves 1740, p.426-436.]. On peut également noter, à la lecture de ce passage, que les motivations de Cramer pour se lancer dans l'écriture de cet ouvrage semblent plutôt intrinsèques, sans incitation ou contrainte extérieure manifeste.

À son retour à Genève, Gabriel Cramer est rapidement accaparé par ses activités à l'Académie, ses responsabilités politiques et surtout par les éditions des *Johannis Bernoulli Opera omnia* et des *Jacobi Bernoulli Opera* sur lesquelles il vient de s'engager. En août 1741, à la faveur d'un échange épistolaire avec Nicolas Bernoulli qui lui apporte son concours pour le recueil des travaux de son oncle Jacques, Gabriel Cramer entre en possession d'un manuscrit dont l'objet est une énumération des courbes du troisième ordre réalisée en 1705, intitulé *Typus Locorum Hypersolidorum*<sup>18</sup>. Les deux savants tombent d'accord pour dire que ce texte ne mérite sans doute pas d'être publié et inclus dans les *Opera*, notamment en regard de l'énumération des cubiques publiée par Newton en 1704, en annexe de son *Opticks* [Newton 1704], qui est la référence des géomètres de cette première partie du XVIII<sup>e</sup> siècle sur ce sujet. C'est l'occasion pour Gabriel Cramer d'entretenir son correspondant bâlois de son projet d'ouvrage<sup>19</sup> :

J'ai cru pourtant qu'on pouvoit reduire avec un peu plus de facilité, l'equation generale aux 4 Classes de Mr. Newton, & je l'avois fait dans un petit Ouvrage commencé ou plutot ébauché sur l'Analyse des Courbes, qui n'est pas encore, & ne sera vraisemblablement jamais fini, faute de loisir. Le nombre des Espèces des Courbes est assés difficile à determiner parce que le mot même d'espece est equivoque. [...] Je crois outre cela qu'on peut trouver quelques espèces en epluchant bien tous les cas. Cependant il est vrai de dire que cet Ouvrage de Mr. Newton est magnifique.

<sup>18</sup> Ce que l'on peut traduire par *Catalogue des lieux hypersolides*, le mot *hypersolides* étant à prendre ici au sens de *constructibles par des courbes d'ordre trois*. Ce texte est édité et commenté dans [Mattmüller et al. 1999].

<sup>19</sup> Lettre de Gabriel Cramer à Nicolas I Bernoulli, Genève, 15 août 1741, Bibliothèque de l'Université de Bâle, L Ia 22 Nr. 66.

La mention au traité des courbes, commencé presque un an auparavant, est fugitive, et le Genevois ne s'appesantit pas davantage sur ce sujet. Mais elle suffit pour constater que, d'une part, il poursuit ses travaux sur les courbes et continue de faire vivre et évoluer son manuscrit, et d'autre part que le projet éditorial s'est enrichi : là où l'ambition initiale était de démontrer analytiquement les propriétés des courbes du second ordre et de ne traiter que quelques exemples de courbes d'ordres supérieurs, il s'agit maintenant de s'attaquer à la classification des courbes du troisième ordre en intégrant et reprenant les travaux de Newton.

Enfin, un dernier indice est donné par Cramer lui-même dans la préface de l'ouvrage publié en 1750<sup>20</sup> :

Cet Essai étoit à peu près fini, quand Mr. l'Abbé DE GUA fit paroître l'*Usage de l'Analyse de DESCARTES pour découvrir les propriétés des Lignes géométriques de tous les Ordres*. La substitution qu'il y fait du Triangle algébrique au Parallélogramme de NEWTON est une idée heureuse, dont j'ai profité avec reconnaissance, aussi bien que de quelques autres pensées ingénieuses de cet Auteur.

Les *Usages de l'analyse de Descartes* sont publiés à Paris au printemps 1740 ; au vu de ce que déclare Cramer, il est raisonnable de penser qu'il a pris connaissance des contenus de cet ouvrage au plus tard en 1741, et qu'il a alors intégré certains éléments de l'ouvrage de De Gua de Malves à son manuscrit. L'utilisation du triangle algébrique, variante du parallélogramme analytique de Newton, pour attaquer la classification des courbes du troisième ordre et des ordres supérieurs, est cohérente avec ce qu'il dit à Nicolas Bernoulli de l'avancement de ses travaux. Rétrospectivement, Cramer considérerait donc que le premier jet de 1740–1741 constituait une version plutôt finalisée de son projet éditorial, incluant a minima une étude systématique des courbes du troisième ordre. Cet élargissement du périmètre adressé dans son ouvrage sera la seule indication du travail mené sur son manuscrit pour l'année 1741 : il ne sera plus question pendant plusieurs années de ce « petit Ouvrage commencé ou plutôt ébauché sur l'Analyse des Courbes, qui n'est pas encore, & ne sera vraisemblablement jamais fini, faute de loisir ».

#### 4.2. Maturation du projet 1744–1746

Il n'est en effet plus fait mention du manuscrit de l'Analyse des courbes dans la correspondance de Cramer avant 1744. En janvier de cette année, à l'occasion des parutions successives des *Johannis Bernoulli Opera Omnia* et

<sup>20</sup> [Cramer 1750a, p. xi].

des *Jacobi Bernoulli Opera*, qui ont représenté une charge de travail considérable, Cramer reprend contact avec certains de ses correspondants du début des années 1730, notamment les Parisiens, pour leur faire parvenir un exemplaire. C'est ainsi que le sujet des courbes algébriques émerge à nouveau dans une lettre à Clairaut<sup>21</sup> datée de mars 1744 :

Des bagatelles qui se suivent sans interruption m'empêchent toujours de m'attacher à rien de bon ; et quand elles m'en laisseroient le loisir il faudroit des talens bien supérieurs aux miens pour produire quelque chose digne de vous. Vous ne serez guères content de moi quand je vous dirai que j'ai travaillé en dernier lieu à démontrer un Principe généralement admis, mais sans démonstration que je sache. C'est que deux courbes algébriques, l'une de l'ordre  $m$ , l'autre de l'ordre  $n$  ne peuvent se rencontrer en plus de  $mn$  points. Cela ne laisse pas de faire un assez long Mémoire parce qu'il a fallu remonter plus haut, et chemin faisant, il s'est présenté quelques considérations, qui ne sont pas inutiles dans l'algèbre commune.

Ce mémoire, aujourd'hui hélas perdu, est envoyé à Clairaut en mai 1744, comme en témoigne la lettre suivante de Cramer<sup>22</sup> :

Je ne puis donc assés admirer mon imprudence de vous envoyer ce gros Mémoire où je nomme ce que vous avés souhaité de voir sur le nombre des intersections de 2 Courbes algébriques. Je l'ai intitulé de l'Evanouissement des gr. inconnuës, parce qu'en effet c'est là son principal objet et le principe d'où découle la démonstration de ce Théorème sur les inters[ections] des Courbes. Je crois ce principe assés fécond, et il est certain qu'il y a beaucoup de choses dans l'Algèbre des Courbes, permettes moi cette expression, qui en dépendent.

Clairaut s'engagera à le lire devant l'Académie, mais y renoncera finalement, découragé par la difficulté des calculs et des notations adoptées par le Genevois. Si Cramer n'évoque pas directement, ni dans ces lettres ni dans les suivantes, son Analyse des courbes en cours d'écriture, cet échange permet de dater à début 1744 ses travaux algébriques sur les intersections des courbes qui feront la matière du second appendice de l'*Introduction à l'analyse des lignes courbes algébriques* [Cramer 1750a, p. 660–676].

La correspondance de Gabriel Cramer avec Leonhard Euler<sup>23</sup> débute en mai 1743, alors que le Bâlois l'a sollicité pour superviser l'édition de son *Methodus inveniendi*. Le Genevois reçoit à la fin de l'été 1744 une nou-

<sup>21</sup> Lettre de Gabriel Cramer à Clairaut, Genève, mars 1744, Bibliothèque de Genève, Ms. Fr. 657b f. 8 (brouillon), éditée dans [Speziali 1955, p. 215-217].

<sup>22</sup> Lettre de Gabriel Cramer à Clairaut, Genève, mai 1744, Bibliothèque de Genève, Ms. Fr. 657b f. 9 (brouillon), éditée dans [Speziali 1955, p. 218-219].

<sup>23</sup> Cette correspondance a récemment été éditée par Bodenmann et al. [2017].

velle sollicitation, de la part de l'imprimeur Bousquet, cette fois pour assurer l'édition de l'*Introductio in analysin infinitorum* d'Euler, qui paraîtra quelque quatre ans plus tard [Euler 1748a]. Gabriel Cramer, cette fois, décline l'offre pour deux raisons qu'il expose en ces termes à Euler<sup>24</sup> :

La première, c'est le grand nombre d'autres occupations, qui quoi que minces chacune à part, font toutes ensemble une grande charge. La seconde un peu plus délicate, c'est que j'ai aussi composé, il y a déjà 4 ou 5 ans, un petit Essai qui roule a peu près sur la même matière, que la seconde partie de votre traité. Je l'intitulois Introduction à l'Analyse des lignes courbes.

Ainsi débute un échange très intéressant pour notre étude, qui s'étend sur plusieurs mois, au cours duquel le Genevois lève le voile sur l'état de son manuscrit et confronte ses travaux à ceux de son illustre correspondant bâlois qui a travaillé la même matière. Dans la même lettre du 30 septembre 1744, Cramer écrit<sup>25</sup> :

Je crois être obligé de vous donner ici, Monsieur, quelque idée de l'ordre que j'ai suivi dans cet Essai. Je distingue d'abord les Courbes en régulières et irrégulières, puis en courbes à simple et à double courbure. J'explique ce que c'est que la Nature des premières, et ici vient la Division des Courbes en algébriques, mécaniques et exponentielles. Me bornant aux algébriques, je fais voir ce que c'est que son équation, comment elle représente la courbe, comment chaque racine en exprime une branche, en quel cas elle est l'équation d'une seule courbe, ou l'équation de plus[ieurs] tracées sur un même plan.

Ce premier point vient préciser et compléter l'information donnée à Jallabert quatre ans auparavant qui se contentait simplement de mentionner « la manière d'exprimer leur Nature par une Equation ». Il poursuivait alors en indiquant aborder la notion de « degrés analytiques des Courbes », ce qu'il développe fortement dans la lettre à Euler en préférant maintenant utiliser le mot *ordre*<sup>26</sup> :

Je divise ensuite les courbes en leurs differens ordres, j'examine combien il faut de points pour determiner une Courbe d'un ordre donné, je viens ensuite à la transposition des coordonnées, et je fais voir que cette transposition ne fait point passer une Courbe d'un ordre dans l'autre ; j'indique plus[ieurs] methodes pour operer commodément ces transformations si nécessaires : je de-

<sup>24</sup> Lettre de Gabriel Cramer à Leonhard Euler, Genève, 30 septembre 1744, Archives de l'Académie des sciences de Saint-Petersbourg, f. 136 op. 2 n° 13 f. 4-5v (original), Bibliothèque de Genève, Ms. Fr. 657b f. 14 (minute), éditée dans [Bodenmann et al. 2017, p. 189-197].

<sup>25</sup> *Ibid.* p. 189.

<sup>26</sup> *Ibid.* p. 189.

montre que la ligne droite est la seule ligne du premier ordre, qu'elle ne sauroit couper une Courbe qu'en autant de points qu'il y a d'unités dans l'exposant de son ordre, et que deux lignes ne se coupent pas en plus de points qu'il n'y a d'unités dans le produit des exposants de leurs ordres. (Principe qui n'a point encore été démontré que je sache, quoi que comunément reçu et très utile dans la connoissance des Courbes).

Ce passage confirme par ailleurs que Cramer a intégré à son traité le contenu du mémoire sur l'évanouissement des grandeurs inconnues, envoyé à Clairaut et à l'Académie des sciences de Paris au printemps précédent.

La suite diffère sensiblement des indications contenues dans la lettre à Jallabert de 1740. À l'époque, Cramer ne mentionnait comme faisant partie de son premier jet que « les propriétés de celles du 2<sup>nd</sup> ordre qui sont les Sections Coniques démontrées analytiquement<sup>t</sup> & quelques exemples des plus connues des Courbes des Ordres supérieurs ». La description faite à Euler s'enrichit de plusieurs indications méthodologiques<sup>27</sup> :

A cette occasion je dis un mot de la construction des equations. Je dis ensuite, que les courbes n'ont rien de plus remarquable, ni qui les distingue mieux que leurs branches infinies, et leurs points singuliers, soit multiples, soit d'inflexion simples ou composés. J'entre dans un grand détail, suivant la Methode de M<sup>r</sup> de Gua, sur la manière de déterminer le nombre, la position et la nature de ces branches infinies et de ces points singuliers; ce qui ne se peut sans chercher la Tangente et quelquefois la Parabole osculatrice de la Courbe : et cela mène aux Recherches des Maxima et Minima, comme aussi des developées. De là je passe aux divisions generales des Lignes du 2. 3. et 4. ordre avec quelque détail sur les deux premiers, car pour le dernier je l'ai trouvé immense. Je viens ensuite aux propriétés generales des Courbes de chaque ordre tirées de leur equation, aux diametres rectilignes et curvilignes, et aux Contrediametres et Centres géométriques.

Après la lecture de cette lettre à Euler, il est certain que ce manuscrit s'est considérablement enrichi dans la période de quatre ans qui la sépare de la lettre à Jallabert : insertion d'une section – classique depuis Descartes – sur la construction géométrique des équations, étude des branches infinies et des points singuliers « suivant la Methode de M<sup>r</sup> de Gua » (ce qui permet de supposer que le manuscrit de 1744 présente une partie théorique sur le dispositif du triangle algébrique et son application à la détermination des branches infinies et des points singuliers), recherche des tangentes, des courbures, des extrema et calcul des développées, étude systé-

<sup>27</sup> *Ibid.* p. 190.

matique et classification des courbes des second et troisième ordres et début d'étude des courbes du quatrième ordre<sup>28</sup>. Enfin, il traite des notions de diamètre, contre-diamètre et centre d'une courbe, avant de revenir au traitement analytique du cas des sections coniques et d'envisager une dernière partie sur l'art de décrire (c'est-à-dire construire, tracer) quelques courbes d'ordres supérieurs<sup>29</sup> :

Tout cela se termine par des Demonstrations purem[en]t analytiques des propriétés des Sections Coniques, traitées dans cet Ordre, Hyperbole, Parabole, Ellipse. J'avois dessein d'examiner ensuite les diverses descriptions des Courbes qui se trouvent dans les Autheurs, et de les rendre aussi generales qu'il me seroit possible. Mais ce morceau est encore en herbe, n'en aiant que les principaux Materiaux. Le reste est à peu près fini, il y a plus de 4 ans. Je l'avois composé pour un ami, qui s'amuse à ces speculations, et qui en a pris copie dans ce tems là et depuis. Dès lors je l'avois négligé, entraîné par d'autres occupations, dans le dessein de le reprendre quelque jour, et d'y donner les coups de lime dont il a besoin.

Nous pouvons exposer la structure de l'ouvrage en cours d'écriture telle qu'elle est donnée par Cramer en ce mois de septembre 1744 de la manière suivante :

- 1° Nature des courbes algébriques et de leurs équations.
- 2° Ordre d'une courbe algébrique, conservation de l'ordre après transposition des coordonnées.
- 3° Nombre de points d'intersection d'une droite et d'une courbe, de deux courbes (avec démonstration algébrique).
- 4° Construction des équations.
- 5° Branches infinies (nombre, position, nature).
- 6° Points singuliers (multiples, inflexions).
- 7° Recherche des tangentes, des paraboles osculatrices, des maxima, des développées.
- 8° Division générale des courbes des 2<sup>e</sup>, 3<sup>e</sup>, 4<sup>e</sup> ordres.
- 9° Propriétés générales : diamètres, contre-diamètres, centres.
- 10° Démonstrations analytiques des propriétés des coniques.
- 11° Description de quelques courbes d'ordres supérieurs (ébauche).

Le contenu de cette lettre, qui indique que l'essentiel du manuscrit était déjà écrit en 1740-1741, montre tout de même un projet éditorial bien

28 Dans le brouillon de cette lettre, Cramer précise : « Cela me donne lieu de diviser 1° les lignes du second ordre en leurs 3 espèces, 2° celles du 3<sup>e</sup> [biffé : en 78 espèces] selon la div. de M. Newton, [biffé : qui en a ? oublié 6], 3° celles du 4<sup>e</sup> en general, car le detail serait immense. »

29 *Ibid.* p. 190.

plus ambitieux que celui ébauché dans la lettre de novembre 1740 adressée à Jallabert. Nous ne savons pas, aujourd'hui, qui pourrait être cet « ami » pour qui le traité aurait pu être écrit, et la copie manuscrite réalisée de la main de cet ami « dans ce tems là et depuis » n'a pas été retrouvée. Ce passage – en plus d'éclairer la genèse de l'*Introduction* d'une nouvelle motivation, extrinsèque cette fois – confirme néanmoins que l'essentiel du texte a été rédigé trois ou quatre ans auparavant, et qu'il a peu évolué depuis, à cause des occupations de Cramer qui l'empêchent, dit-il, de le finaliser. Il faut toutefois remarquer, comme c'était déjà manifeste dans ses échanges du printemps précédent avec Clairaut, qu'il travaille en cette année 1744 à démontrer algébriquement quelques résultats saillants sur les courbes, notamment sur le nombre de points d'intersection de deux courbes. Il soumet à Euler, toujours dans cette lettre de septembre 1744, un paradoxe sur le nombre de points nécessaires à la définition d'une courbe<sup>30</sup> :

Deux lignes du 3<sup>e</sup> ordre se peuvent couper en 9 points. Ainsi une ligne du 3<sup>e</sup> ordre n'est pas suffisamment déterminée en la faisant passer par 9 points, et de même pour les ordres supérieurs. Auriez vous, Monsieur, vous qui savez si bien approfondir les matières, quelque bonne explication de cette Difficulté.

En effet, Cramer a établi deux résultats qui semblent se contredire :

- une courbe algébrique d'ordre  $n$  est déterminée par la donnée de  $\frac{n(n+3)}{2}$  points ;
- deux courbes algébriques d'ordres  $m$  et  $n$  se coupent en  $m \times n$  points.

Pour  $n = 3$  (et cela reste valable pour les valeurs supérieures de  $n$ ) le paradoxe<sup>31</sup> est le suivant : comment expliquer que deux courbes du troisième ordre distinctes puissent se couper en neuf points ( $3 \times 3$ ), sachant que ces neuf points  $\left(\frac{3(3+3)}{2}\right)$  déterminent *a priori* une seule et unique courbe du troisième ordre ? Euler, dans sa réponse du 20 octobre<sup>32</sup>, y répondra en invoquant un argument de dépendance entre les neuf points d'intersection<sup>33</sup>, ce qu'il développera dans un mémoire donné en 1748 à l'Aca-

<sup>30</sup> *Ibid.*

<sup>31</sup> Ce paradoxe reste d'ailleurs aujourd'hui connu sous le nom de *paradoxe de Cramer* ou *paradoxe d'Euler-Cramer*.

<sup>32</sup> Lettre de Leonhard Euler à Gabriel Cramer, Berlin, 20 octobre 1744, Smithsonian Institution Libraries MSS 490A, éditée dans [Bodenmann et al. 2017, p. 198-201].

<sup>33</sup> « Toutes les fois, que deux lignes du troisieme ordre, se coupent en 9 points, ces points seront tels, qu'ils ne déterminent pas tout à fait la ligne du troisieme ordre, & que dans l'équation générale, après qu'on l'aura appliquée à ces neuf points, il restera un coefficient indéterminé » [Euler 1748b, p. 232].

démie de Berlin intitulé *Sur une contradiction apparente dans la doctrine des lignes courbes* [Euler 1748b].

D'ailleurs, dans sa lettre suivante à Euler<sup>34</sup>, datée du 11 novembre 1744, Gabriel Cramer lève le voile sur un « Théorème [qu'il a] trouvé sur cette matière, et que l'amour propre [lui] fait trouver assés élégant », que nous ne reproduirons pas ici, mais dont l'énoncé est presque identique à celui que l'on retrouvera en 1750 dans le premier appendice du traité publié, et qui contient le détail de ce que l'on appelle aujourd'hui la *règle de Cramer*, ou *formules de Cramer*, pour la résolution des systèmes linéaires d'équations du premier degré. Le Genevois met ainsi en évidence que, dans certains cas, lorsque le déterminant du système qui permet de calculer les  $\frac{n(n+3)}{2}$  coefficients de l'équation d'une courbe passant par  $\frac{n(n+3)}{2}$  points donnés est nul, dirions-nous aujourd'hui, la dépendance des équations du système entre elles se traduit par la possibilité d'avoir une infinité de courbes passant par ces  $\frac{n(n+3)}{2}$  points, ce qui ouvre la voie à la résolution du paradoxe. Il écrit, à la suite de sa démonstration, manifestement lui-même surpris :

Quoi ! Dès que deux Lignes du 3<sup>e</sup> Ordre peuvent passer par neuf points donnés, on peut tracer par ces 9 points, une infinité de lignes du même Ordre. Cela est bien surprenant. Il est facheux qu'on ne puisse le voir intuitivement, que par un Calcul immense.

Une discussion sur les points de rebroussement de seconde espèce, qui débute dans cette même lettre du 11 novembre 1744, est également très intéressante pour notre étude<sup>35</sup>. Le marquis de L'Hôpital est le premier à évoquer cette sorte de points singuliers, qu'il baptise *points de rebroussement de la seconde sorte*, dès 1696 dans son *Analyse des infiniment petits*, dans laquelle il annonce que ce genre de point apparaît dans la développée d'une courbe autour d'un point d'inflexion [L'Hospital 1696, p. 102]. Maupertuis, dans un mémoire de 1729 sur les *affections des lignes courbes*, le définit comme l'union d'un point de rebroussement et d'un point d'inflexion [Maupertuis 1729, p. 279–280]. Néanmoins l'existence de ces points est fortement remise en cause par l'abbé De Gua de Malves dans ses *Usages de l'analyse de Descartes*, où il réfute fermement la possibilité qu'ils puissent se rencontrer dans les courbes géométriques, et cette position est alors com-

<sup>34</sup> Lettre de Gabriel Cramer à Leonhard Euler, Mont-sur-Rolle, 11 novembre 1744, Archives de l'Académie des sciences de Saint-Petersbourg, f. 136 op. 2, n° 13, f. 6-7v (original), Bibliothèque de Genève, Ms. Fr. 657b f. 18-19 (brouillon) éditée dans [Bodenmann et al. 2017, p. 201-208].

<sup>35</sup> À ce sujet, on pourra se référer à Joffredo [2016].

munément admise parmi les géomètres, personne n'ayant pu exhiber un exemple d'équation d'une courbe présentant une telle singularité.

Cette discussion est relancée par Euler qui, dans sa lettre à Cramer du 20 octobre 1744, reconnaît une erreur commise dans le manuscrit de son *Introductio* et admet la réalité de l'existence de ces points de rebroussement de seconde espèce<sup>36</sup> :

Il s'y trouve même des recherches si épineuses, où il faut apporter toute l'attention possible pour ne s'y tromper pas, ce qui m'est arrivé en développant la nature du point de rebroussement de la seconde espèce. M<sup>r</sup> le Marquis de l'Hopital avoit fait voir qu'il y avoit en effet des courbes douées d'un tel point, mais M<sup>r</sup> Gua de Malves pretend, que les deux branches de la courbe, qui forment ce point, s'étendent toujours de l'autre côté, de sorte que selon lui ce point n'est autre chose, qu'une intersection de deux branches, qui se croisent à un angle infiniment petit. Les raisons qu'il en apporte me sembloient asses fortes, et j'en ai encore trouvé d'autres, qui m'ont déterminé à croire, qu'il avoit raison, comme Vous aures sans doute remarqué en parcourant mon ouvrage. Mais depuis j'ai reconnu très clairement, que je m'étois trompé sur ce point, et qu'il y a effectivement des courbes, qui ont un tel point de rebroussement tout net, sans qu'on le puisse regarder comme une intersection infiniment proche de deux branches.

Et il propose l'exemple suivant, équation d'une courbe du quatrième ordre, en appui de son affirmation :

$$y^4 - 2xy^2 + xx = x^3 + 4yxx$$

qui présente effectivement un point de rebroussement de la seconde espèce à l'origine.

L'exhibition de cette courbe fait changer Cramer d'opinion sur le point de rebroussement de seconde espèce, malgré tout le soin qu'il a apporté à tenter de mettre en défaut l'exemple d'Euler; voici ce qu'il répond le 11 novembre 1744<sup>37</sup> :

Le point de rebroussement de la seconde espèce est un véritable Paradoxe. Il est bien vrai que les raisons de Mr de Gua ne m'avoient pas paru tout à fait démonstratives : c'est pourquoi je n'en avois rien dit, me contentant de passer cette espèce de point sous silence dans l'énumération des diverses sortes de points doubles. Mais je vous avouerai pourtant que, comme vous, j'étois fort pré-

<sup>36</sup> Lettre de Leonhard Euler à Gabriel Cramer, Berlin, 20 octobre 1744, Smithsonian Institution Libraries MSS 490A, éditée dans [Bodenmann et al. 2017, p. 198-201].

<sup>37</sup> Lettre de Gabriel Cramer à Leonhard Euler, Mont-sur-Rolle, 11 novembre 1744, Archives de l'Académie des sciences de Saint-Petersbourg, f. 136 op. 2, n° 13, f. 6-7v (original), Bibliothèque de Genève, Ms. Fr. 657b f. 18-19 (brouillon) éditée dans [Bodenmann et al. 2017, p. 201-208].

venu contre l'existence de ces points-là, n'en aiant jamais trouvé avant celui que Vous m'indiquez. J'ai fait tout mon possible pour chicaner votre Courbe. Mais il n'y a point moi en de résister à l'évidence.

Les lettres suivantes, échangées avec Euler entre décembre 1744 et août 1746, achèveront de le convaincre effectivement de l'existence de ces points de rebroussement de la seconde espèce, dont il trouvera d'autres exemples dans les courbes d'ordre quatre ou supérieurs<sup>38</sup>. Nous avons ici un jalon important dans la rédaction de l'*Analyse des courbes* de Cramer. En effet ce dernier décide alors, en 1745–1746, d'intégrer les points de rebroussement de seconde espèce à son traité, comme il le confirmera *a posteriori* dans une lettre à Euler, écrite en 1750, quelques semaines après la publication de l'*Introduction*<sup>39</sup> :

J'en avois dès 4 ou 5 ans changé quelques endroits du dernier Chap[itre] sur les Rebroussemens, que j'appelle en Bec, au sujet des éclaircissemens que vous aviez eu la bonté de me donner, dans les Lettres que nous échangeions en ce tems-là.

Nous pourrions revenir sur cet aménagement important apporté au manuscrit de Cramer, en 1745–1746, lorsque nous étudierons les manuscrits Jallabert.

Le projet éditorial du Genevois connaît donc quelques évolutions majeures pendant ces années 1744–1746, et il en partage les fruits avec quelques personnes de son entourage proche, comme en témoigne Jean-Louis Calandrini en février 1745 dans une lettre à l'un de ses correspondants anglais<sup>40</sup> :

Notre Cramer fait de meilleures choses. Il prépare un grand ouvrage sur les courbes en général, ou considérées relativement aux équations. J'en ai parcouru quelques parties. On y trouve bon nombre de propositions nouvelles, et les anciennes sont démontrées avec plus d'exactitude que ce n'est généralement le cas.

<sup>38</sup> « Au reste je me suis si bien familiarisé avec vos rebroussements de la seconde espèce, que je connois des courbes de tous les ordres dès le quatrième, qui ont des Points de cette sorte », lui écrit-il dans une lettre datée du 30 août 1746 [Bodenmann et al. 2017, p. 224].

<sup>39</sup> Lettre de Gabriel Cramer à Leonhard Euler, Genève, 25 septembre 1750, Archives de l'Académie des sciences de Saint-Petersbourg f. 136 op. 2 n° 13 f. 17 (original), Bibliothèque de Genève, Ms. Fr. 657b f. 78 (minute), éditée dans [Bodenmann et al. 2017, p. 243–244].

<sup>40</sup> Lettre de Calandrini à John Williamson, partiellement traduite et reproduite dans [Galiffe 1877, p. 26–29].

Néanmoins, une nouvelle fois, Cramer semble négliger ce projet d'ouvrage, et il n'est plus évoqué dans sa correspondance avant mai 1748, dans des circonstances que nous allons voir. Élu à l'Académie des sciences et belles-lettres de Berlin en décembre 1746, notamment grâce à l'appui d'Euler, Cramer prépare au début de 1747 un voyage qui doit le mener à Paris pour une année entière (d'avril 1747 à mai 1748) dans l'entourage du Prince héréditaire de Saxe-Gotha, venu à Genève quelques années auparavant pour faire ses études à l'Académie, et qui a sollicité celui qui lui donne déjà des cours d'arithmétique pour l'accompagner dans ce séjour parisien.

#### 4.3. *Finalisation et publication 1748–1750*

Au cours de ce second séjour parisien, presque vingt ans après le premier, Cramer renoue avec ses amis de l'Académie des sciences, au premier rang desquels on trouve Clairaut, Dortous de Mairan et Buffon. Il y fait de nouvelles rencontres, comme celle, déterminante, de D'Alembert, et y gagne de nombreux et influents soutiens – comme madame de Tencin, madame Geoffrin ou mademoiselle Ferrand – dans ses premières candidatures infructueuses, au début de l'année 1748, aux sièges vacants d'associés étrangers de la prestigieuse académie parisienne.

Il semble bien que ces nouvelles ambitions académiques constituent la source de motivation principale de Cramer pour finaliser et publier son ouvrage. À son retour à Genève en mai 1748, il écrit à Clairaut<sup>41</sup> :

J'aurais bien voulu vous voir pour vous demander vos bons avis sur le Plan de mon ouvrage des Courbes. Vous entendez ces matières mieux qu'aucun géomètre et vous êtes plus en état qu'aucun autre de me donner des conseils, et je les recevrai plus volontiers de vous, que de personne. Mais puisque je ne sais quelle fatalité ne m'a pas permis ce bonheur, je vais envoyer cet ouvrage à l'Imprimeur, tel qu'il est.

Cramer finalise rapidement son manuscrit et le remet, quelque part dans la seconde moitié de l'année 1748, à ses cousins imprimeurs-libraires genevois, Gabriel et Philibert Cramer<sup>42</sup>, pour qu'il soit imprimé dans

41 Lettre de Gabriel Cramer à Clairaut, Genève, 11 mai 1748, Bibliothèque de Genève, Ms. Fr. 657b f. 47 (brouillon), éditée dans [Speziali 1955, p. 223-224].

42 Pour être plus précis, ces deux frères sont des cousins issus de germain de Gabriel Cramer : leurs grands-pères sont frères. Connue sous la raison sociale Frères Cramer et Claude Philibert depuis très peu de temps, leur maison d'édition est issue, en 1748, du renouvellement de la société Héritiers Cramer et frères Philibert qui a officié durant les années 1738–1748, dans laquelle les deux frères Cramer (encore mineurs en 1738) ont fait leur apprentissage du métier d'imprimeur-libraire auprès des frères An-

les meilleurs délais et qu'il soit possible de le présenter en gage de ses qualités de savant pour la prochaine élection à l'Académie des sciences de Paris, lui qui n'a, à ce jour, encore rien publié de significatif. L'occasion se présente dès février 1750, lors du décès de Jean-Pierre de Crousaz, professeur de philosophie à Lausanne, associé étranger à Paris depuis 1725. Une nouvelle fonction est donc assignée par Cramer à son ouvrage sur les courbes, celle de témoin attendu de l'importance de son activité savante, encore non matérialisée dans un ouvrage d'importance publié, et donc de son rang dans la République des lettres, pour gagner de nouveaux soutiens et favoriser sa candidature à cette élection. Deux lettres viennent soutenir cette hypothèse; la première<sup>43</sup> prend place dans un échange entre Cramer et Levesque de Champeaux<sup>44</sup> qui se tient au printemps 1750, alors que l'ouvrage est sous presse depuis déjà plusieurs mois :

Et puis, que sçai-je, si cet ouvrage ne contribuera point, plutôt à m'éloigner du but qu'à m'en approcher. [...] Ainsi je ne puis point espérer que ce livre voie le jour avant la décision du procès<sup>45</sup>.

La seconde<sup>46</sup> vient de madame Geoffrin qui, au moment même où l'élection de 1750 se joue, rappelle à son correspondant genevois la valeur d'un ouvrage publié pour les personnes qui prennent part aux décisions lors des élections académiques :

Lui [Dortous de Mairan] et vos amis (et vous en avés beaucoup) désir[e]roient que vous fissiez imprimer quelques choses; cela fait une autorité auprès des ministres à qui on ne peut pas parler assés long tems pour leur faire conoitre le mérite, et l'esprit des personnes que l'on leur recommande, un livre est plus tot montré.

D'autres amis parisiens de Cramer s'impatientent de voir enfin le traité des courbes sortir de l'imprimerie. Ainsi Clairaut ou D'Alembert

---

toine et Claude Philibert, ce dernier gardant des parts dans la société en 1748. Gabriel Cramer, homonyme de notre savant, est surtout connu pour avoir édité les œuvres de Voltaire à Genève à la fin des années 1750.

<sup>43</sup> Lettre de Gabriel Cramer à Levesque de Champeaux, Genève, mars 1750, Bibliothèque de Genève, Ms. Fr. 657b f. 56-57 (minute).

<sup>44</sup> Gérard Levesque de Champeaux (1694–1778) a occupé entre 1739 et 1749 le rôle de Résident de France auprès de la République de Genève.

<sup>45</sup> C'est-à-dire la décision concernant l'élection à l'Académie.

<sup>46</sup> Lettre de Marie-Thérèse Geoffrin à Gabriel Cramer, Paris, 26 juin 1750, BnF Ms NAF 24340 f. 43-45.

s'enquièreent-ils régulièrement de l'avancement de l'impression auprès de Cramer, comme ici le premier, en février 1749<sup>47</sup> :

Qu'est devenu le livre des Courbes. Vous m'avez dit une fois des raisons très recevables pour différer de commencer l'impression mais vous ne me dites point si on s'y est mis actuellement, si l'ouvrage est prest en entier. S'il sera fort étendu sur quoy rouleront les choses les plus neuves.

ou encore le second, en mars de la même année<sup>48</sup> :

Je suis bien fâché que votre ouvrage sur les courbes aille si lentement, je seray charmé de le lire, et cette importante matière avoit besoin d'être traitée par un homme comme vous.

Près d'un an plus tard, en février 1750, c'est véritablement exaspéré par ce retard, alors même que la parution du traité serait un atout dans sa candidature à l'Académie des sciences de Paris, qu'il écrit à Dortous de Mairan<sup>49</sup> :

Mon Traitté des Courbes devoit être imprimé, il y a longtems, mais la lenteur de l'imprimeur est désespérante. Il ne s'imprime gueres qu'une feuille en 5 jours, et le livre en aura encore 80. J'éprouve ce que disoit Mr Godeau, que le Paradis d'un Auteur, c'est la composition de son Ouvrage, que son Purgatoire est la Revision, & l'Enfer l'impression. Je compte pourtant de sortir de cet Enfer dans quelques mois.

C'est résigné qu'il écrit à Levesque de Champeaux en mars 1750, dans la lettre déjà citée *supra*. On y lit quelques détails intéressants sur la dernière phase de l'impression :

C'est peut être un malheur que mon Imprimeur ait travaillé si lentement : mais il n'y a point de ma faute. Vous avez été témoin du chagrin que ses longueurs me causoient, & je serois peu philosophe si je m'affligeois à l'excès d'un malheur qui n'a point dépendu de moi. [...] Il y a environ 550 pages d'imprimées, j'en compte encore environ 200 à imprimer. Les figures sont toutes gravées au nombre de 33 Pl[anches] : mais on ne peut encore tirer les dernières parce qu'il faut marquer au haut de chaque Planche à quelle page du livre elle doit être insérée, ce qui ne se peut connoître que par l'impression.

<sup>47</sup> Lettre d'Alexis-Claude Clairaut à Gabriel Cramer, Paris, 10 février 1749, Bibliothèque de Genève, Ms. Suppl. 384 f. 138-139 [Speziali 1955, p. 223].

<sup>48</sup> Lettre de D'Alembert à Gabriel Cramer, 4 mars 1749, Bibliothèque de Genève, Ms. Suppl. 384 f. 181-182 [Passeron 2015, p. 199-206].

<sup>49</sup> Lettre de Gabriel Cramer à Dortous de Mairan, Genève, février 1750, Bibliothèque de Genève, Ms. Fr. 657b f. 55 (brouillon).

Georges-Louis Le Sage, ancien étudiant de Gabriel Cramer à l'Académie, et qui sera bientôt connu pour son explication mécaniste de la gravitation universelle, alors installé comme maître de mathématiques et de physique à Genève, a été sollicité directement par l'auteur et/ou par les imprimeurs-libraires pour corriger les épreuves du traité des courbes. C'est lui-même qui l'écrit au dos d'une de ses cartes à jouer (un roi de pique), datée de 1750, rangée dans une enveloppe intitulée *Dates de mes relations & conversations avec Mr Cramer sur d'autres objets que la Gravité*<sup>50</sup> :

Je corrigeai les 2<sup>es</sup> épreuves de l'Introd. à l'Anal. des Lignes courbes algébriques. Ce qui me valut de la part des libraires, un accroissement notable à ma bibliothèque.

Il donne même, sur une autre carte à jouer (une dame de pique, cette fois) placée dans l'enveloppe *Notices sur les Eloges historiques de Mr Cramer et petit supplément à ces éloges*, des détails pratiques sur la manière qu'a eue Cramer de travailler avec ses imprimeurs :

En mettant au net pour l'Impression, une copie de son Introduction & c. ; Mr Cramer mit en usage un Moyen bien commode, pour remplacer les Soulignemens qui auroient surchargé les calculs : savoir ; d'écrire avec de l'encre rouge tout ce qui devoit être imprimé en caractères italiques. Mais il me rapporta : Que les Imprimeurs, loin de lui en savoir bon gré, en avoient beaucoup murmuré ; parce que cela les sortoit de leur Routine habituelle.

Les premiers exemplaires de l'ouvrage, dans une belle édition in-quarto, sortent finalement des presses des frères Cramer au tout début du mois d'août 1750<sup>51</sup> : mais cette parution intervient trop tard pour peser sur l'opinion des juges qui ont finalement décidé, à la fin du mois de juin, d'élire le médecin autrichien Van Swieten à la place d'associé étranger convoitée par Cramer. Ce dernier enverra plusieurs volumes à ses correspondants partout en Europe : à Berlin (pour Maupertuis, Euler et Formey), à Bâle (pour Nicolas, Jean II et Daniel Bernoulli), mais surtout à Paris, en expédiant pas moins de 23 exemplaires (sous forme de feuilles non reliées) à Dortous de Mairan, charge lui étant laissée de les distribuer à ses destinataires, presque tous aristocrates influents ou membres importants de l'Académie : le marquis de Paulmy, le Chancelier D'Aguesseau,

<sup>50</sup> Papiers Georges-Louis Le Sage père et fils. Polémique avec Gabriel Cramer au sujet de la découverte du mécanisme de la gravité, Bibliothèque de Genève Ms Fr 2017.

<sup>51</sup> Date donnée par Cramer lui-même dans une lettre adressée à Levesque de Champeaux datée du 7 septembre 1750, dont un brouillon est conservé à la Bibliothèque de Genève sous la cote Ms. Fr. 657b, f. 75.

le comte D'Onsenbray, le comte D'Argenson, Trudaine, Monsieur de Montigny, le marquis de Courtivron, Fontenelle, Cassini, Camus, le Père Castel, Bouguer, Réaumur, Nicole, Clairaut, La Condamine, Grandjean de Fouchy, Buffon, D'Alembert, l'abbé Nollet, l'abbé De Gua de Malves, et Dortous de Mairan et un dernier pour la Société du Journal des Sçavans (qui en publiera une recension quelques semaines plus tard<sup>52</sup>).

Voilà ce que les archives, et notamment la correspondance du Genevois, peuvent nous apprendre sur les différentes phases de l'écriture de l'*Introduction à l'analyse des lignes courbes algébriques*, sur les motivations de son auteur et sur les différentes fonctions assignées au livre tout au long de la décennie 1740–1750. La figure 2 p. 263 présente une chronologie comparative mettant les différents jalons de la rédaction du traité en regard des principaux événements de la vie de Cramer.

## 5. LES MANUSCRITS MS. JALLABERT 48

Le dossier génétique de l'*Introduction à l'analyse des lignes courbes algébriques* de Gabriel Cramer contient une autre pièce de choix : les manuscrits autographes conservés à la Bibliothèque de Genève sous la cote Ms Jallabert 48, que nous allons décrire et analyser avec soin, constituent une source précieuse pour continuer et affiner l'exploration de cette *œuvre-travail* et, plus largement, pour l'intérêt de cette étude génétique. Ces manuscrits autographes inédits sont réunis dans un unique volume relié en codex résultant, nous le montrerons, d'une compilation *a posteriori* de papiers d'origines diverses, mais rangés de manière cohérente ; nous interrogerons la structure de ce volume au regard de ce que l'on peut dire des états antérieurs du manuscrit grâce à la correspondance, et de la forme finale du livre publié. Une approche codicologique de ces manuscrits nous permettra de mettre en évidence les différentes composantes du recueil et de les situer chronologiquement dans le processus de rédaction et de publication. Enfin, nous mènerons une analyse fine des diverses corrections, modifications et suppressions qui sont visibles dans ces manuscrits, riches d'enseignements sur l'écriture de Gabriel Cramer et ses intentions en tant qu'auteur, tout comme les quelques évolutions qui se retrouveront dans l'ouvrage publié.

Les papiers d'Étienne et de Jean Jallabert conservés à la Bibliothèque de Genève incluent de nombreux manuscrits scientifiques, qui sont pour beaucoup des copies de cours de l'Académie. La première page du volume

---

<sup>52</sup> Sous la plume de Robert Benet de Montcarville [Benet de Montcarville 1751].

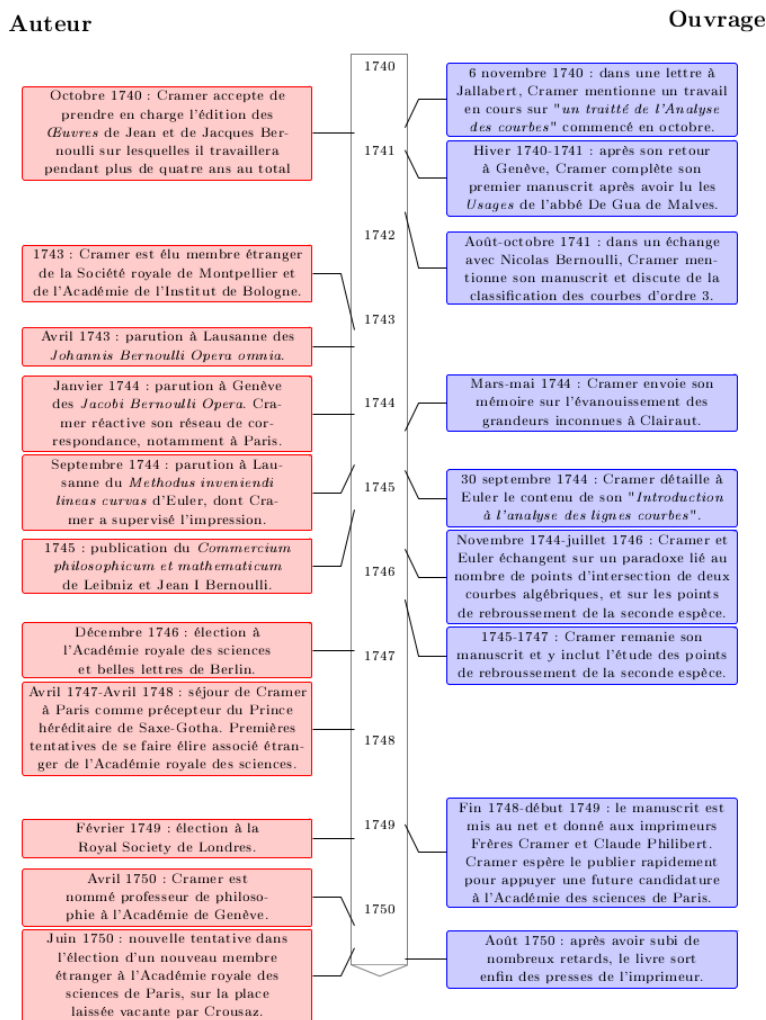


FIGURE 2. Chronologie comparative de l'écriture du traité des courbes et des principaux événements de la vie de Cramer (1740-1750).

enregistré sous la cote Ms. Jallabert 48 porte d'ailleurs une mention manuscrite récente présentant le document comme *Cours de Gabriel Cramer*; plus bas sur cette première page, une seconde note manuscrite plus ancienne annonce des *Mémoires de divers sujets de mathématiques*. Il ne s'agit néanmoins

ni de la copie manuscrite d'un cours professé par le Genevois, ni d'une collection de divers mémoires de mathématiques, mais bien d'un recueil de manuscrits autographes de l'*Introduction* de Gabriel Cramer.

### 5.1. *Description matérielle et analyse codicologique des manuscrits*

Ce recueil se présente sous la forme d'un volume relié in-folio, non daté, contenant 254 feuillets manuscrits. Les folios sont doublement numérotés : à une foliotation manuscrite sans doute autographe, le plus souvent faite à l'encre noire, parfois au crayon, s'est superposée une foliotation mécanique plus récente. L'écriture visible sur tous les feuillets de ce volume est sans conteste celle de Gabriel Cramer : nul besoin d'une comparaison approfondie avec les lettres de la main de Cramer à notre disposition pour conclure que ces manuscrits sont autographes. Une reproduction de la première page manuscrite est présentée figure 3 p. 265.

Le volume est divisé en deux parties principales : les 227 premiers feuillets forment le traité des courbes ; les 27 derniers forment un recueil de notes, de calculs, de croquis, de brouillons partiels ou intermédiaires, et enfin de versions alternatives de certaines pages manuscrites déjà présentes dans la première partie, qui présentent également pour certains une foliotation manuscrite.

La première partie du volume est divisée en seize chapitres, suivis d'un appendice et de cinq planches de figures, dont les intitulés sont les suivants, en respectant au mieux la graphie originale, sans les corrections et les ratures :

- *Chapitre I. De la Nature des Lignes Courbes en general, & de leurs Equations* (f. 1-11)<sup>53</sup>.
- *CHAPITRE II. Des transformations que subit l'équation d'une courbe lorsqu'on la raporte à d'autres coordonnées* (f. 14-18).
- *CHAPITRE III. Des différens ordres des lignes algébriques* (f. 19-29).
- *Chapitre IV. Digression sur l'évanouissement des quantités indéterminées* (f. 30-34).
- *CHAPITRE V. Quelques Remarques sur la construction géometrique des Egalités* (f. 35-44).
- *CHAPITRE VI. Valeur du produit de toutes les Ordonnées d'une même abscisse* (f. 45-50).

<sup>53</sup> On trouve un folio non mécaniquement numéroté entre les f. 3 et 4, un autre entre les f. 8 et 9. Les folios 12 et 13 qui suivent ce chapitre n'en font manifestement pas partie.

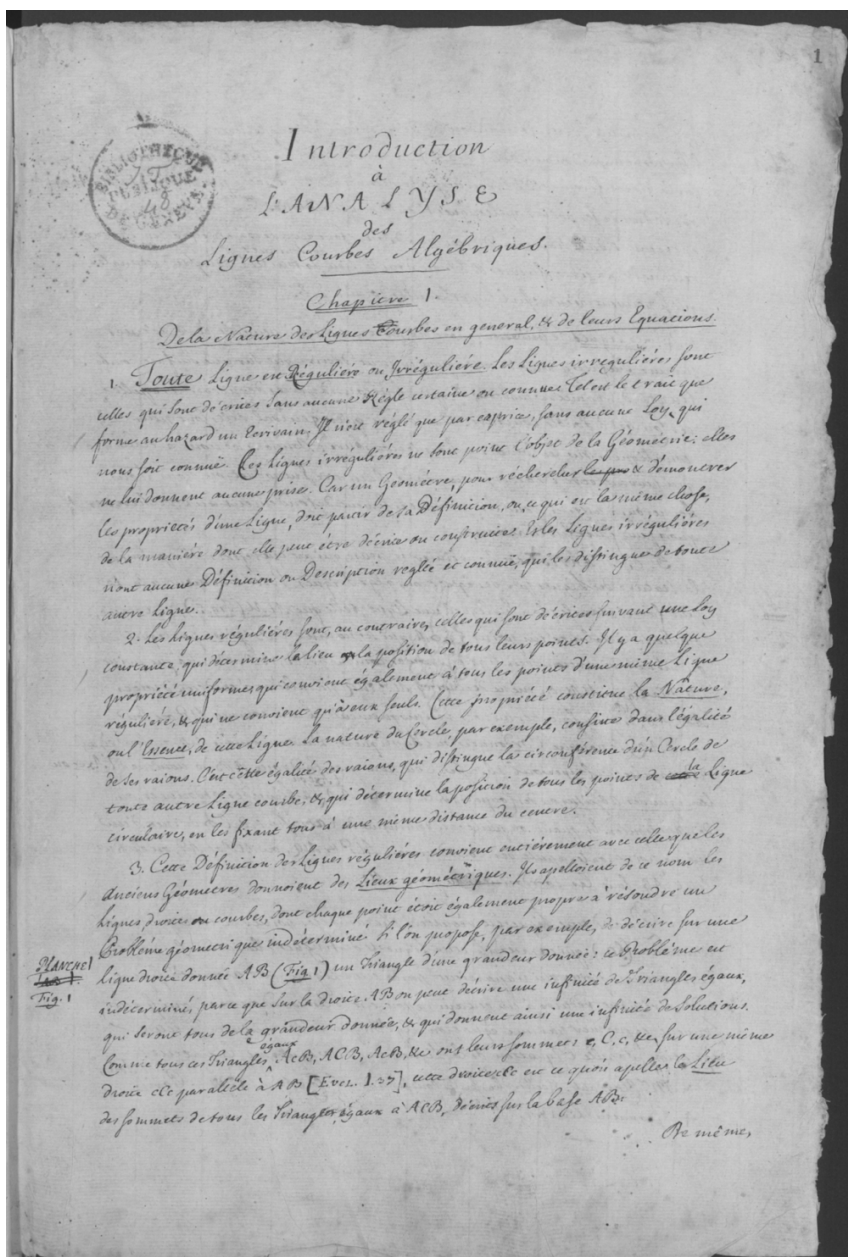


FIGURE 3. Première page du manuscrit de l'Introduction, Bibliothèque de Genève Ms. Jallabert 48.

– CHAPITRE VII. Des Diamètres, Contre-Diamètres, & Centres des Lignes Courbes (f. 51-56).

– CHAPITRE VIII. Détermination des plus grands termes d'une équation indéterminée. Principes de la Méthode des Séries ou Suites infinies (f. 57-76).

– CHAPITRE IX. Des branches infinies des courbes, & premièrement de leur nombre & de leur position (f. 77-81).

– CHAPITRE X. 2<sup>o</sup> Des différentes espèces de branches infinies. Branches Hyperboliques & Paraboliques (f. 82-86).

– CHAPITRE XI. 3<sup>o</sup> Détermination plus précise du nombre, de l'espèce & de la position des branches infinies d'une courbe (f. 87-121).

– Chapitre XII. Divisions generales des lignes des second, troisième & quatrième Ordre (f. 122-133).

– CHAPITRE XIII. Des Points Singuliers, & de leurs deux genres, les Points multiples & les Points d'inflexion et de serpentement (f. 134-152).

– CHAP XIV. De la Methode des Tangentes, des Points d'inflexion, Des plus grandes & des plus petites ordonnées, & c (f. 153-178).

– Chapitre XV. De la courbure des lignes courbes en leurs différents points (f. 179-188).

– Chapitre XIV. Des différentes espèces de points multiples dont sont susceptibles les Courbes des six premiers Ordres (f. 189-213).

– Appendix N<sup>o</sup> I (folio 214).

– Planches : planche I (f. 215), planche IV (f. 216), planche non numérotée (partielle, f. 217), planche VI (f. 218), planche VIII (f. 219).

La seconde partie du recueil, quant à elle, se décompose de cette manière :

– Un feuillet de brouillons, présentant au recto la fin d'un article et le début d'un autre, numéroté 242, et au verso un début d'article numéroté 229, avec des brouillons de calculs algébriques (f. 220).

– Une page portant des instructions de corrections et d'améliorations à apporter au chapitre VIII (f. 221 recto), suivie d'un folio vierge (f. 222).

– Un petit feuillet de brouillon portant recto-verso portant deux articles sur les tangentes (f. 223).

– Deux feuillets de brouillon contenant des passages sur la courbure (f. 224-225).

– Trois feuillets de brouillons de calculs algébriques (f. 226-228).

– Un feuillet présentant au verso des croquis géométriques et architecturaux (représentant peut-être la façade du Temple Saint-Pierre de Genève), ainsi que deux lignes de calcul infinitésimal (f. 229).

– Deux feuillets de texte sur l'évanouissement des grandeurs inconnues, manuellement foliotés 55 et 56 (f. 230-231).

- Quatre feuillets de texte sur des transformations d'équations et des calculs de séries menés à l'aide du triangle analytique (f. 232-235).
- Deux feuillets de texte sur les branches infinies manuellement foliotés 78 et 79 (f. 236-237).
- Sept feuillets de texte sur le calcul des asymptotes, manuellement foliotés 108 à 113 avec une répétition du numéro 113 (f. 238-244).
- Deux feuillets de texte sur les cubiques et leurs asymptotes, manuellement foliotés 120 et 121 (f. 245-246).

Pour aller plus loin dans l'analyse codicologique de ces manuscrits, nous remarquons tout d'abord que la foliotation manuscrite diffère assez régulièrement de la foliotation mécanique imprimée. Cette foliotation manuscrite, dans l'arrangement des feuillets adopté au moment de la reliure du volume, n'est pas continue : les feuillets des chapitres VIII, XI et XII en sont exempts, par exemple, mais c'est le cas en plusieurs autres endroits du document.

Nous observons également des irrégularités dans la numérotation des articles, qui est régulièrement corrigée par des suppressions ou des ajouts de numéros, mais surtout par ratures de substitution ou en écrivant par-dessus le numéro original, comme on peut en voir un exemple sur la figure 4 p. 268, où les numéros des articles 77 et 78 sont corrigés en 36 et 37.

Nous constatons de plus des discontinuités dans l'usage des *réclames*, ces mots situés en fin de page ou de feuillet correspondant au premier mot de la page suivante : si l'usage de ces réclames est systématique dans certains chapitres du recueil (chapitres I à VII, X et XIII), il ne l'est que partiellement dans les chapitres IX, XIV et XV, et est totalement ignoré dans les autres.

Ajoutons pour terminer une dernière observation sur la numérotation des chapitres. L'intitulé du second chapitre présente une rature de suppression : originellement écrit « CHAPITRE III », le premier « I » a été biffé pour que l'intitulé devienne « CHAPITRE II ». Ce décalage dans les numéros de chapitres, visible au travers des corrections manuscrites dans les intitulés de ces chapitres, persiste jusqu'au chapitre VI : par exemple, on trouve derrière le « V » de « CHAPITRE V » un « I » biffé, montrant qu'à l'origine ce chapitre était le sixième, et le « I » du chapitre VI est en fait la réunion de deux « I » dont l'interstice a été encré, montrant que ce chapitre était initialement le septième (voir figure 5 p. 269).

L'exploitation de ces données descriptives nous permet de mettre en évidence que des manuscrits d'origines différentes ont été assemblés pour former le présent recueil et d'en identifier les parties « originales » d'une part, et les parties ajoutées, supprimées ou réécrites d'autre part. Dans la



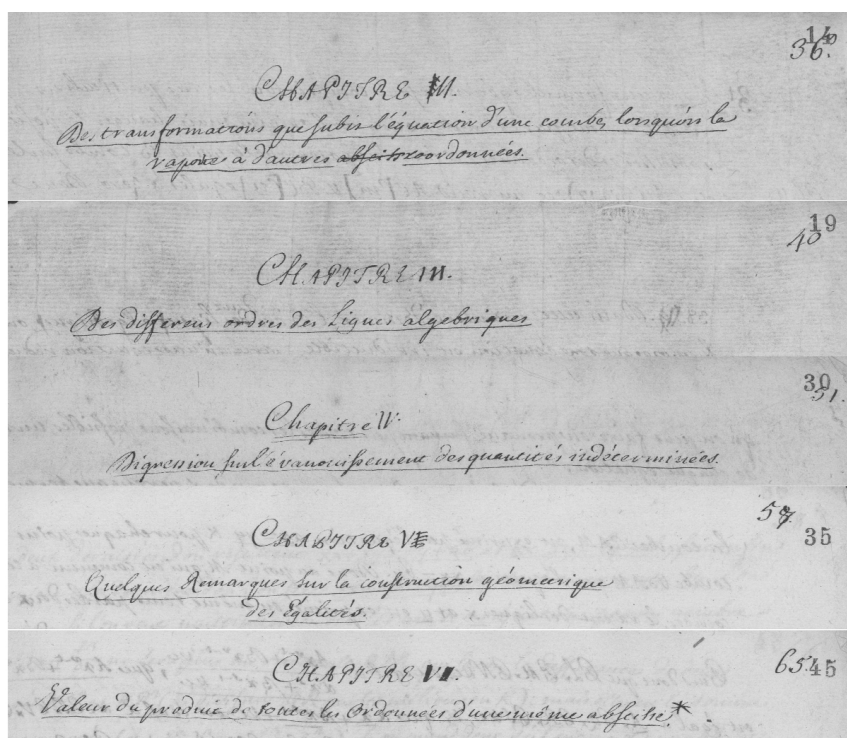


FIGURE 5. En-têtes des chapitres II à VI dans le manuscrit de l'*Introduction*, Bibliothèque de Genève Ms. Jallabert 48.

adjonctions, ce qui est généralement confirmé par l'examen de la numérotation des articles sur ces feuillets. À l'inverse, les feuillets manuellement numérotés, et pour lesquels la numérotation des articles a été corrigée (à partir du chapitre II), sont très probablement issus d'une version initiale du manuscrit, que nous allons reconstituer.

## 5.2. Suppressions, réécritures, déplacements et ajouts

Dans cette section nous allons examiner les manuscrits avec le regard de l'analyse génétique des textes, en identifiant les traces des quatre opérations constitutives de tout mouvement d'écriture : ajouter, supprimer, remplacer et déplacer.

Intercalés entre la fin du chapitre I et le début du chapitre II, deux feuillets « orphelins » (f. 12-13) sont manuellement numérotés 34 et 35,

alors que le dernier feuillet du chapitre I est numéroté **13** (f. 11)<sup>54</sup>. Si l'on suit la foliotation manuscrite, il manquerait donc à cet endroit les vingt feuillets chiffrés **14** à **33**. Cela est cohérent avec la numérotation des articles : le dernier article du chapitre I est numéroté 30, les deux articles écrits sur les deux feuillets orphelins sont numérotés 68 et 69, et le chapitre II s'ouvre sur un article 70, assez grossièrement corrigé à la main pour en faire un 30. Ajoutons à cela que la fin du feuillet **35** (f. 13) (« Mais ce transport de l'origine transforme l'équation de la courbe, comme on le verra plus au long dans le chapitre suivant ») est tout à fait cohérente avec le début du chapitre II, intitulé *Des transformations que subit l'équation d'une courbe lorsqu'on la raporte à d'autres coordonnées*, qui commence juste après, au feuillet **36** (f. 14). Tous ces éléments conduisent à formuler l'hypothèse raisonnable que, dans ce recueil, la plus grande partie d'un chapitre manque, composée des vingt feuillets dont la numérotation manuscrite se situe entre **14** et **33** et dont seuls subsistent les deux derniers feuillets, numérotés **34** et **35** (f. 12-13). Les corrections manuelles apportées aux numéros de chapitres II à VI, originellement numérotés de III à VII, viennent naturellement confirmer l'existence de ce chapitre manquant et sa suppression du recueil. Au vu des contenus de ces deux folios orphelins, on devine que ce chapitre était consacré à un exposé de la méthode des séries se basant sur l'utilisation du parallélogramme analytique de Newton, sans faire usage, *a priori*, du *triangle analytique* emprunté à De Gua, qui n'est introduit que dans le chapitre III du manuscrit. Cette suppression est probablement la trace d'une réorganisation du traité par Cramer, à la suite de la lecture des *Usages* de De Gua, et d'une volonté de reprendre son manuscrit pour mieux y intégrer le triangle analytique et présenter la méthode des séries dans le cours du chapitre VIII, intitulé *Détermination des plus grands termes d'une équation indéterminée. Principes de la Méthode des Séries ou Suites infinies*, où il trouve sa place plus naturellement, juste avant l'étude des branches infinies.

La discontinuité suivante dans la foliotation manuscrite, plus discrète, révèle un autre type de modification du manuscrit original : les feuillets 51 et 52, qui ouvrent le chapitre VII sur les diamètres et centres des courbes algébriques, présentent bien une numérotation manuelle (**71** et **72**), mais qui à l'examen se révèle indubitablement non autographe, alors que le fo-

<sup>54</sup> Lorsque cela sera nécessaire, afin de lever toute ambiguïté lors des appels à ces deux foliotations concurrentes, les numéros issus de la foliotation manuscrite seront écrits en gras, alors que la numérotation imprimée restera écrite avec un caractère maigre. Ainsi « feuillet **36** (f. 14) » signifie que le feuillet considéré est folioté manuellement 36, et mécaniquement 14.

lio 53, lui, ne présente pas de foliotation manuelle. De plus les numéros des articles 75 à 78, lisibles sur les deux premiers feuillets, n'ont pas été corrigés, alors que les articles suivants, initialement numérotés de 157 à 164, ont été retouchés pour assurer la continuité avec les quatre premiers en les renumérotant de 79 à 82. Enfin, l'utilisation systématique des réclames en bas de chaque page dans la seconde partie du chapitre, et son absence sur les trois premières pages, viennent confirmer que nous avons ici réunis les indices d'une réécriture du début du chapitre VII. Ce n'est pas le seul endroit où l'on peut observer des indices d'une réécriture partielle. Les mêmes symptômes (courte interruption de la numérotation manuscrite, ajustement de la numérotation des articles, absence de réclames) se manifestent également à plusieurs occasions dans la suite du manuscrit. Ainsi, au début du chapitre IX sur les branches infinies, le folio 77 ne porte pas de numérotation manuscrite, et les numéros des articles présents sur ce feuillet sont alignés, sans corrections, avec la nouvelle numérotation. Dès le feuillet suivant, la numérotation manuelle des feuillets reprend, et l'on constate des ajustements sur la numérotation des articles. De plus, l'écriture sur le feuillet 77 semble un peu plus dense que celle sur le feuillet suivant, écrite avec une encre légèrement plus foncée, et le haut de la marge du recto du feuillet 78 a été utilisé pour écrire deux lignes de texte supplémentaires qui ne rentraient pas dans le feuillet précédent. De manière tout à fait intéressante, il semble que les deux feuillets suivants (f. 78-79, manuellement foliotés 78-79 également) aient aussi subi une réécriture : en effet se trouvent à la fin du recueil deux feuillets (f. 236 et 237) portant également les numéros manuscrits 78 et 79, et traitant exactement des mêmes contenus, présentant la numérotation initiale des articles, sans correction (articles 171-172) ; cette partie du chapitre IX est donc également une réécriture, dont les feuillets originaux sont conservés en fin de recueil. Le reste du chapitre (qui se réduit au f. 80), tout comme le chapitre X qui suit, donnent toutes les apparences d'appartenir au manuscrit original : la numérotation manuscrite des feuillets est continue, et l'on voit que les numéros des articles ont été, là encore, simplement corrigés ou surchargés pour assurer la cohérence de la nouvelle numérotation.

Le chapitre XI, troisième et dernier chapitre portant sur ce sujet des branches infinies et des asymptotes, montre toutes les caractéristiques d'un chapitre complètement réécrit. La foliotation manuscrite a disparu, les numéros des articles n'ont pas subi de correction (contrairement au chapitre X qui précède) et l'usage des réclames, s'il n'est pas continu, est tout de même respecté. De plus, on trouve dans la seconde partie du recueil sept feuillets (f. 238-244), manuellement numérotés 108-113bis,

qui forment un fragment du chapitre XI tel qu'il était écrit dans le manuscrit initial. La comparaison de ces sept feuillets conservés en fin de recueil avec le texte du chapitre XI (f. 106 et suivants) permet d'ailleurs de constater que la réécriture de ce passage, sinon du chapitre, est assez profonde et radicale. Le chapitre XII consacré à une classification des courbes algébriques des quatre premiers ordres présente également les caractéristiques d'un chapitre réécrit. Les deux derniers feuillets situés en seconde partie du recueil (f. 245-246), dont la foliotation manuscrite est **119-120**, sont un fragment du manuscrit original de ce chapitre, réécrit dans les feuillets 124 à 126. Là encore, on peut constater des différences significatives dans les deux versions de ce passage sur la classification des cubiques. Il est également possible de mettre en évidence des réécritures partielles de la fin du chapitre XIV sur les tangentes et les points d'inflexion (f. 173-178) et du chapitre XV sur la courbure (f. 185-187). Dans les deux cas les derniers feuillets du chapitre ne sont pas numérotés manuellement, les numéros des articles non corrigés, et les réclames en sont totalement absentes, alors que les autres sont visiblement des feuillets conservés de la version initiale. Les articles réécrits (ou plus vraisemblablement ajoutés) à la fin du chapitre XIV s'attachent à retrouver les résultats précédents sur les minima et maxima, ainsi que sur les points d'inflexion, en utilisant la méthode des séries : « 190. On peut résoudre tous ces mêmes Problèmes, tant directs qu'inverses, par la Méthode des Séries » (f. 171v). Quant aux articles qui ont été réécrits ou ajoutés à la fin du chapitre XV, ils précisent comment déterminer la courbure d'une courbe en un point en considérant les paraboles osculatrices. Dans ces deux cas, la réécriture de la fin du chapitre répond à un souhait de préciser ou de compléter des points abordés dans les premières pages, soit par une réécriture et une substitution des feuillets initiaux soit par un ajout de nouveaux contenus.

Le chapitre VIII (f. 57-76) traite de l'utilisation du triangle analytique pour la détermination des plus grands termes de l'équation algébrique d'une courbe et le calcul des séries. Nous avons vu que c'était l'objet du chapitre II, présent dans la version originale du manuscrit, expurgé par l'auteur après avoir choisi de remplacer le parallélogramme analytique par sa variante triangulaire. À ce titre, le chapitre VIII est une réécriture de ce chapitre expurgé, qui s'est accompagnée d'un déplacement du début de l'ouvrage (juste après les généralités du chapitre I) vers le milieu, où il est plus utile d'exposer ces principes juste avant d'aborder les branches infinies et les asymptotes (déplacement dont est témoin la correction manuelle des numéros des chapitres II à VI, la première page du chapitre VII ayant été réécrite le numéro de ce chapitre ne présente pas de telle cor-

rection). Dans le cadre d'une étude de ce chapitre VIII, deux documents conservés dans la seconde partie du recueil sont intéressants à examiner. Prenons tout d'abord le cas des feuillets 232-235 qui sont probablement issus d'un brouillon ou d'une première version du chapitre : les articles 108 à 111 qui y sont développés correspondent en grande partie aux articles 109 à 111 présents dans la première partie du recueil (f. 67-70), qui se trouvent ainsi assez fortement reformulés (présentation des calculs, explications méthodologiques). Ces trois feuillets ne présentent pas de foliotation manuelle, et les numéros des articles qu'ils contiennent n'ont pas été corrigés : *a priori* ils ne sont donc pas à inclure dans le manuscrit dit original. Dans le cadre d'une étude de chapitre VIII, il est également très intéressant de lire la note manuscrite du feuillet 221 : elle comporte quelques pistes ou instructions de corrections, écrites par Cramer pour son propre usage, dans laquelle on peut lire des choses comme « Supprimer le 114 », « 90 avant 91 », « Supprimer la 1<sup>re</sup> partie du 91 & la joindre à 100 » ou encore « Corriger le 89 ainsi ».

Le cas du tout dernier chapitre (numéroté XIV sur le manuscrit, alors qu'il vient après le chapitre XV), consacré aux points multiples, est problématique. S'il présente les critères pour être un chapitre réécrit ou ajouté (pas de foliotation manuscrite apparente, numéros d'articles non corrigés, pas de réclames), il possède d'autres caractéristiques intéressantes. Tout d'abord, le numéro du chapitre pose question : est-ce une erreur de la part de Cramer, qui aurait dû en faire le seizième, ou a-t-il été numéroté XIV à dessein ? Il ne serait pas difficile d'imaginer que ce chapitre a été déplacé dans le manuscrit et qu'il aurait dû venir après le chapitre XIII, sur les points singuliers (points multiples et points d'inflexion), car leurs sujets sont très proches ; mais matériellement, l'analyse du manuscrit laisse peu de place à ce scénario, car la liaison entre les chapitres XIII et XIV, que ce soit au niveau de la foliotation manuscrite ou de la numérotation des articles, ne souffre d'aucune irrégularité. De plus, un coup d'œil au livre publié montre que c'est bien dans cet ordre-là que les chapitres seront présentés au final. Enfin les renvois internes contenus dans ce chapitre pointent bien vers les numéros d'articles corrigés dans les chapitres précédents : par exemple, f. 189r, on trouve un renvoi vers l'exemple IV de l'article 168 sur la conchoïde, contenu dans le chapitre XIII ; ou encore, un peu plus loin, un renvoi vers des exemples associés aux articles 171 et 175 qui sont contenus dans le chapitre XIV. Il est donc difficile d'interpréter ce numéro erroné autrement que par une erreur de l'auteur, qui a écrit XIV au lieu de XVI, à moins d'imaginer une fragile hypothèse selon laquelle ce chapitre a été rédigé plus tardivement que tous les autres, à un moment où

les trois chapitres IX, X et XI seront fusionnés pour n'en faire plus qu'un (comme cela sera le cas dans le livre publié), et que celui-ci aurait été adjoint au recueil sans que le numéro du chapitre soit corrigé. À l'appui de ce scénario, remarquons que c'est dans ce chapitre qu'est abordée la notion de *point de rebroussement de la seconde espèce*, ou *rebroussement en bec*; or nous savons que la partie concernant ce type de point singulier n'a été rédigée qu'après l'été 1745, voire en 1746, lorsque la correspondance avec Euler à ce sujet s'est achevée. Quoi qu'il en soit, nous pouvons considérer qu'il s'agit d'un ajout au manuscrit initial, Cramer ayant pu considérer que les rebroussements en bec méritaient un développement particulier dans un chapitre final dédié à une énumération des différents types de points multiples.

Pour terminer, la présence de l'appendice n° I à la suite du dernier chapitre (f. 214) est sans doute le résultat d'un autre ajout tardif. Tout d'abord, le contenu même de cet appendice est déjà présent dans le manuscrit, en note de bas de page, dans le chapitre III (f. 21-22). De plus cet appendice possède une particularité : tous les symboles mathématiques, plus le mot « *derangement* », sont écrits à l'encre rouge. Or, cette écriture à l'encre rouge était le code utilisé par Cramer sur le manuscrit mis au net pour signaler à ses imprimeurs les passages à imprimer en italique, d'après le témoignage de Le Sage (voir *supra*). Ce feuillet serait donc issu de la mise au net du manuscrit pour les imprimeurs, et ajouté aux manuscrits antérieurs au moment de la reliure. Il est également à noter que, parmi les quelques planches de figures ajoutées en fin de volume, beaucoup ne sont pas en cohérence avec les renvois situés dans le corps du manuscrit. Par exemple, dans le chapitre III (f. 46), les situations décrites sur les équations de droites renvoient à des figures qui ne correspondent pas à celles présentées sur la planche IV (f. 216), les numéros des figures présentent un décalage qui se propage dans toutes les autres planches. On peut donc également supposer que les planches incluses dans ce recueil sont des ajouts tardifs, dont les figures ne sont pas numérotées en cohérence avec le texte.

Les conclusions de l'analyse de ces manuscrits, faisant apparaître le manuscrit initial et ses évolutions (suppressions, réécritures, ajouts), sont réunies dans le schéma de synthèse présenté page 276. Ce manuscrit initial est organisé comme suit :

- Ch I. *Nature des courbes et de leurs Equations.*
- Ch II. *Méthode des séries, utilisation du parallélogramme analytique*
- Ch III. *Transposition des coordonnées.*
- Ch IV. *Ordres des courbes algébriques.*
- Ch V. *Évanouissement des quantités indéterminées.*

- Ch VI. Construction géométrique des égalités.
- Ch VII. Valeur du produit de toutes les ordonnées d'une même abscisse.
- Ch VIII. Diamètres, contre-diamètres et centres des courbes.
- Ch IX. Branches infinies des courbes (nombre et position).
- Ch X. Branches infinies (espèces).
- Ch XI. Branches infinies (précisions, exemples).
- Ch XII. Division générale des lignes des 2<sup>e</sup>, 3<sup>e</sup> et 4<sup>e</sup> Ordre.
- Ch XIII. Points singuliers (points multiples et points d'inflexion).
- Ch XIV. Tangentes, points d'inflexion, maxima.
- Ch XV. Courbure.

Cette analyse montre que ce manuscrit original a subi quelques évolutions (suppressions, réécritures, adjonctions) qu'il est possible de résumer comme suit :

- suppression, réécriture et déplacement du chapitre II sur la méthode des séries ;
- réécriture totale ou partielle des chapitres VII, VIII, IX, XI, XII, XIV et XV ;
- ajout tardif d'un dernier chapitre sur les points multiples, adjonction au recueil de l'appendice et des planches de figures.

### 5.3. Dynamiques d'écriture et datation

L'analyse structurelle menée dans la section précédente permet de mettre en lumière des dynamiques d'écriture interne aux manuscrits du recueil. Une analyse très fine des traces de correction ou de modification du texte visibles au sein des manuscrits par les différentes ratures<sup>55</sup> qui parsèment les feuillets nous autorise à aller encore plus loin dans l'étude de ces dynamiques d'écriture. Les *ratures de suppression* – un mot, un groupe de mots, voire un paragraphe entier biffé, sans que le texte ne soit corrigé ou réécrit – sont le plus souvent les témoins des réorganisations du manuscrit que nous avons décrites par ailleurs, par exemple des références à des passages ou des articles qui faisaient partie de chapitres supprimés ou déplacés. D'autres témoignent d'une volonté de l'auteur de simplifier et clarifier son texte. Ainsi la suppression d'un long article, originellement numéroté 89 sur le f. 24, s'explique par une volonté de Cramer d'éviter des redondances : dans ce cas précis, Cramer démontre d'abord qu'une droite ne peut pas couper une ligne courbe en plus de points qu'il n'y a d'unités dans son ordre, puis supprime l'article où il

<sup>55</sup> Pour une typologie des ratures que l'on peut rencontrer dans les manuscrits, voir De Biasi [2011, p. 121-129].

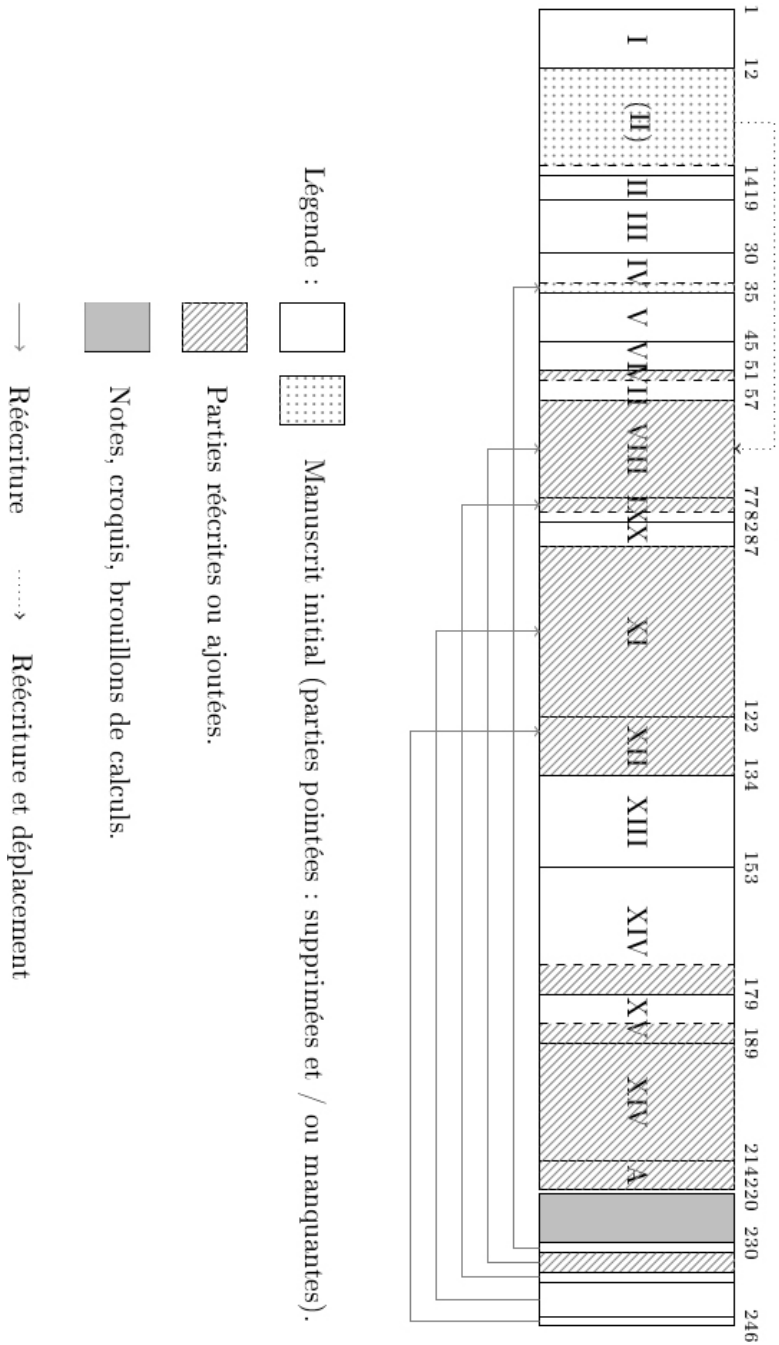


FIGURE 6. Récapitulatif : structure et évolutions du manuscrit.

énonce cette même propriété dans le cas particulier d'un des deux axes de coordonnées, qui n'apporte pas grand-chose puisqu'elle découle de la proposition précédente. La plupart des *ratures de substitution* indiquent des reformulations d'un mot ou d'une phrase visant, là aussi, à clarifier le discours de l'auteur. Ces ratures concernent parfois des calculs erronés qu'il corrige, voire des figures qu'il reprend. Ce dernier cas de figure est illustré par le premier exemple proposé sur le verso du folio 61, biffé par Cramer et remplacé par une seconde version dans laquelle il présente le triangle analytique dans trois positions différentes (au lieu d'une seule dans la version initiale), ce qui lui permet de couvrir davantage de cas et de se montrer plus didactique dans l'utilisation de cet exemple. D'autres de ces ratures de substitution sont les témoins d'hésitations de l'auteur dans le lexique mathématique à utiliser, montrant ainsi que le vocabulaire n'est pas encore fixé. Un exemple parlant est la substitution systématique, sur la totalité du manuscrit, de l'expression *axe des abscisses* à l'expression *ligne des abscisses* (visible dès le f. 1v). Cela s'explique probablement par le fait que le mot *Axe*, à l'époque où le manuscrit est rédigé, désigne encore souvent ce que Cramer appelle, lui, les *diamètres* des sections coniques, mais que son sens mathématique évolue, comme le confirme D'Alembert dans l'article *AXE* de l'*Encyclopédie*, dans lequel il écrit vers 1750 : « Pour la facilité des dénominations, on est convenu d'appeler généralement axe d'une courbe, une ligne quelconque tirée où l'on voudra dans le plan de cette courbe, sur laquelle on prend les abscisses, & à laquelle les ordonnées de la courbe sont perpendiculaires ». De la même manière, on constate en plusieurs endroits des ratures de substitution remplaçant le mot *équation* par le mot *égalité* (f. 3, 36-38 par exemple). Il semble qu'ainsi Cramer réserve l'usage du mot *équation* aux *équations indéterminées*, qui sont les équations à deux inconnues qui représentent les courbes algébriques, et qu'il utilise les mots *égalité* ou *égalité déterminée* pour désigner les équations ne comportant qu'une inconnue.

En plus des ratures de suppression et de substitution, le manuscrit présente quelques traces d'ajouts et d'insertions de contenus (mots, expressions, ou paragraphes entiers), qui sont très souvent repérés et identifiés par un symbole comme ^, pour un simple mot ou un groupe de mots ajoutés juste au-dessus ou au-dessous de la ligne d'écriture, ou comme le croisillon # lorsqu'il s'agit de renvoyer vers un paragraphe entier à insérer, écrit en bas de page ou sur un encart collé sur le bord d'un feuillet ou inséré entre deux feuillets. Ces additions au contenu viennent souvent préciser le propos de l'auteur ou détailler des cas particuliers. On en trouve plusieurs exemples dans le dernier chapitre sur les points singuliers, qui té-

moignent d'ajustements sur les points de rebroussement de la seconde espèce. Un autre cas intéressant est visible au verso du feuillet 39, au milieu du chapitre V, où Cramer invoque la règle de Hudde pour la recherche des racines doubles d'une équation; estimant peut-être que cette règle, connue des mathématiciens depuis un siècle, méritait néanmoins d'être clairement énoncée et démontrée, il insère à cet endroit un petit double feuillet, placé entre les feuillets 39 et 40, dont le contenu a vocation à être ajouté comme une note de bas de page, selon les propres instructions de l'auteur.

Enfin, l'étude des feuillets conservés en fin de volume, et dont nous avons montré qu'ils ont été réécrits dans la première partie du recueil, nous donne l'occasion d'analyser ces réécritures pour comprendre les dynamiques qui les sous-tendent. Par exemple, dans le chapitre portant sur l'usage du triangle analytique et la méthode des séries (feuillets 232-235 réécrits dans les feuillets 67-70), Cramer propose une meilleure présentation de certains calculs (lorsqu'il met en correspondance les termes d'une équation avec ceux qui ont été produits à l'occasion d'une transformation algébrique), et reformule ou réorganise assez profondément certains passages (ici, pour simplifier l'énoncé de la règle de calcul des transformées successives de l'équation de départ). Un second cas de réécriture est fourni par le chapitre IX, dont deux feuillets conservés en fin de recueil (f. 236-237) ont été réécrits dans la première partie (f. 78-79) en tenant compte de toutes les modifications prévues dans les annotations du manuscrit original (incises, reformulations). On y observe notamment un changement de pied sur le choix de l'écriture des racines de l'équation  $y^4 - axyy + aaxx - a^4 = 0$  : dans la version originale, Cramer choisit d'exprimer les quatre racines de l'équation en considérant  $y$  comme inconnue (quatre racines exprimées, donc, pour cette équation de degré quatre), mais dans la version réécrite, cette fois, il résout l'équation en  $x$  pour en donner les deux racines en fonction de  $y$ , ce qui donne lieu à des simplifications importantes par la suite, d'abord pour montrer que la courbe est symétrique par rapport à l'axe des abscisses, puis pour étudier le cours de la courbe. Enfin, toute une partie du chapitre XI, portant sur un des cas d'étude des branches infinies des courbes algébriques dans lequel ces branches sont obliques aux axes de coordonnées (cas IV, f. 106-112), montre lui aussi de profondes et significatives évolutions entre la version conservée en fin de recueil (f. 238-244) et la version finalement adoptée dans le manuscrit. Le début de ce passage (article 146, f. 106-107) est ainsi très profondément reformulé, dans un but manifeste de simplification et clarification.

TABLE 1.

Lettre à Euler sept. 1744	Manus. orig. Ms. Jallabert 48
Nature des courbes algébriques et de leurs équations	Nature des courbes et de leurs Equations
	Méthode des séries, utilisation du parallélogramme analytique
	Transposition des coordonnées
Ordre d'une courbe algébrique	Ordres des courbes algébriques
Nombre de points d'intersection d'une droite et d'une courbe, de deux courbes	Évanouissement des quantités indéterminées
Construction des équations	Construction géométrique des égalités
	Valeur du produit de toutes les ordonnées d'une même abscisse
	Diamètres, contre-diamètres et centres des lignes courbes
Branches infinies (nombre, position, nature)	Branches infinies des courbes (nombre et position)
	Branches infinies (espèces)
	Branches infinies (précisions, exemples)
Points singuliers (multiples, inflexions)	
Recherche des tangentes, des paraboles osculatrices, des maxima, des développées	
Division générale des courbes des 2 <sup>e</sup> , 3 <sup>e</sup> , 4 <sup>e</sup> ordres	Division générale des lignes des 2 <sup>e</sup> , 3 <sup>e</sup> et 4 <sup>e</sup> Ordre
	Points singuliers (points multiples et points d'inflexion)
	Tangentes, points d'inflexion, maxima
	Courbure
Propriétés générales : diamètres, contre-diamètres, centres	
Démonstrations analytiques des propriétés des coniques et de quelques courbes d'ordres supérieurs	

Par ailleurs il est intéressant, pour ne pas se cantonner à ces traces de dynamiques internes aux manuscrits et identifier des dynamiques plus larges dans la rédaction de l'ouvrage au fil du temps, de comparer l'organisation de ce manuscrit initial avec celle décrite par Cramer en septembre 1744 dans sa lettre à Euler (voir p. 253), que nous avons mises en regard l'une de l'autre dans le tableau 1, p. 279.

Cette comparaison permet de mettre à jour quelques évolutions structurelles significatives (ajouts, suppressions, déplacements), encore ampli-

fiées par les modifications mises en évidence à l'intérieur même du recueil de manuscrits à la fin de la section précédente. Elles font au moins apparaître les mouvements suivants :

- des réflexions sur la meilleure manière de fournir au lecteur les éléments méthodologiques pour l'étude des courbes en explicitant et démontrant des résultats d'algèbre ou d'analyse (élimination des inconnues, méthode des séries, produit de toutes les ordonnées d'une même abscisse) ;
- l'intégration de la démonstration des propriétés analytiques des coniques à l'énumération des courbes du second ordre et (invisible dans ce tableau) de l'étude des développées et des paraboles osculatrices dans un nouveau chapitre sur la courbure ;
- le déplacement de certains chapitres, notamment ceux portant sur les diamètres et centres et sur la division générale des courbes ;
- l'abandon de la description des courbes d'ordres supérieurs ;
- l'ajout de contenus sur des sujets spécifiques (courbure, rebroussements de seconde espèce).

Toutes ces évolutions concourent à la fois à l'augmentation progressive du périmètre du champ de savoir délimité dans l'*Introduction à l'analyse des lignes courbes algébriques* et son actualisation, ainsi qu'à l'enrichissement de la partie que l'on peut qualifier de méthodologique, dans le souci pédagogique de donner au futur lecteur toutes les clés pour comprendre la théorie des courbes dans ses dimensions algébrique et géométrique (souci confirmé par l'abondance et la variété des exemples qui illustrent les résultats donnés dans le manuscrit).

Ceci nous conduit à la question de la datation de ces manuscrits, que nous proposons sur la base de deux éléments probants. Le premier est la présence dans le chapitre V, bien intégrées au texte, sous la forme de notes de bas de page, sans indice laissant à penser qu'il s'agisse d'un ajout ultérieur, de plusieurs références aux *Opera* de Jacques Bernoulli parues au début de l'année 1744, avec mention explicite des pages des deux volumes vers lesquelles Cramer renvoie son lecteur. Le second est la présence, dans ces manuscrits, d'éléments provenant des échanges épistolaires avec Euler sur le paradoxe concernant le nombre de points d'intersection de deux courbes algébriques (abordé à la fin du chapitre III sur les ordres des lignes algébriques), ainsi que sur le point de rebroussement de la seconde espèce (présentés dans l'ultime chapitre du manuscrit qui traite des différents types de points multiples qu'on peut rencontrer dans les courbes des six premiers ordres). La datation pourrait être confirmée ou précisée par l'analyse des filigranes du papier utilisé pour ces manuscrits, notamment celui que l'on retrouve avec la plus grande

fréquence, une couronne fleur-de-lisée sur un cartouche comprenant les caractères A ♡ C (la contremarque associée étant une grappe de raisins). Hélas, les recherches que nous avons menées sur ces filigranes n'ont à présent pas abouti. Le manuscrit original mis en évidence dans les sections précédentes, incluant les chapitres III et V, pourrait donc être le résultat d'un remaniement du manuscrit initial (et aujourd'hui perdu) de 1741 au cours des années 1745-1746, mené suite aux échanges avec Euler, toutes les modifications et évolutions que nous avons relevées par ailleurs (suppressions, réécritures, adjonctions) pouvant relever d'un autre travail de reprise postérieur, au plus tard daté de 1746-1747.

#### 5.4. *Du manuscrit au livre publié*

Gabriel Cramer écrit à Euler, dans une lettre datée du 25 septembre 1750 déjà citée *supra*, qui accompagnait l'envoi de son ouvrage sorti des presses de l'imprimerie des frères Cramer quelques semaines plus tôt<sup>56</sup> :

La vie ambulante que j'ai menée depuis environ 3 ans, et surtout un voyage de plus d'une année à Paris, où j'ai vécu dans toute la dissipation qu'emporte le séjour dans une Capitale et la fréquentation du grand monde, ne m'a point permis de retoucher mon Ouvrage et de l'enrichir de plusieurs bonnes idées que la Lecture du vôtre m'auroît pû faire naître. [...] Il a donc falu mettre sous la presse cet Ouvrage dans l'état où il se trouvoit.

À l'en croire, le manuscrit de 1747 – dont nous pouvons supposer que sa présentation dans la première partie du recueil de Ms Jallabert 48 en est la manifestation la plus proche – n'a donc pratiquement pas été modifié avant d'être envoyé à l'imprimeur au retour de son séjour parisien, en mai 1748. Comparons cette fois la structure du manuscrit tel qu'il a été compilé dans la première partie du recueil de Ms Jallabert 48 (qui, dans la forme donnée par le compilateur du volume, témoigne des corrections, ajouts et réorganisations effectuées par Cramer à partir du manuscrit original de 1744-45 mis en évidence dans les sections précédentes) avec celle du livre publié (voir tableau 2 p. 282).

On le voit, les modifications structurelles sont marginales; nous constatons simplement une fusion des trois chapitres sur les branches infinies d'une part, un élargissement (peu opérationnel dans les faits) de la division des lignes du second, troisième et quatrième ordres vers une division

<sup>56</sup> Lettre de Gabriel Cramer à Leonhard Euler, Genève, 25 septembre 1750, Archives de l'Académie des sciences de Saint-Petersbourg f. 136 op. 2 n° 13 f. 17 (original), Bibliothèque de Genève Ms. Fr. 657b f. 78 (minute), éditée dans [Bodenmann et al. 2017, p. 243-244].

TABLE 2.

Ms Jallabert 48	Livre publié
	Préface
De la Nature des Lignes Courbes en general, & de leurs Equations	De la Nature des Lignes Courbes en général, & de leurs Équations
Des transformations que subit l'équation d'une courbe lorsqu'on la raporte à d'autres coordonnées	Des transformations que subit l'Équation d'une Courbe, quand on la raporte à d'autres coordonnées
Des différens ordres des lignes algébriques	Des différens Ordres des Lignes algébriques
Digression sur l'évanouissement des quantités indéterminées	
Quelques Remarques sur la construction géométrique des Egalités	Quelques Remarques sur la construction géométrique des Égalités
Valeur du produit de toutes les Ordonnées d'une même abscisse	Valeur du Produit de toutes les Ordonnées d'une même Abscisse
Des Diamètres, Contre-Diamètres, & Centres des Lignes Courbes	Des Diamètres, Contre-Diamètres, & Centres des Lignes Courbes
Détermination des plus grands termes d'une équation indéterminée. Principes de la Méthode des Séries ou Suites infinies	Détermination des plus grands termes d'une Équation. Principes de la Méthodes des Séries, ou Suites infinies
Des branches infinies des courbes, & premièrement de leur nombre & de leur position	Des Branches infinies des Courbes
2° Des différentes espèces de branches infinies. Branches Hyperboliques & Paraboliques	
III° Détermination plus précise du nombre, de l'espèce & de la position des branches infinies d'une courbe	
Divisions generales des lignes des second, troisième & quatrième Ordre	Divisions générales des Lignes des cinq premiers Ordres
Des Points Singuliers, & de leurs deux genres, les Points multiples & les Points d'inflexion et de serpentement	Des Points singuliers; Points multiples, Points d'Inflexion & de Serpement
De la Methode des Tangentes, des Points d'inflexion, Des plus grandes & des plus petites ordonnées, & c	De la Méthode des Tangentes. Des Points d'Inflexion, &c. Des plus grandes & des plus petites abscisses & ordonnées, &c
De la courbure des lignes courbes en leurs différens points	De la Courbure des Lignes Courbes en leurs différens Points
Des différentes espèces de points multiples dont sont susceptibles les Courbes des six premiers Ordres	Des différentes espèces de Points multiples dont peuvent être susceptibles les Courbes des six premiers Ordres
Appendix N° I -	Appendices I et II - De l'évanouissement des inconnues
	Appendice III - Démonstration de la Règle de Mr. Hudde

des lignes des cinq premiers ordres, et un rejet de la « Digression sur l'évanouissement des quantités indéterminées » vers la fin du livre publié en tant que second appendice pour ne pas rompre ou gêner la lecture du texte principal, d'autre part<sup>57</sup>. De plus, si à l'examen attentif des deux textes certaines différences existent, elles peuvent être considérées comme marginales dans le sens où elles n'affectent pas de manière significative le contenu pour le lecteur : quelques reformulations, regroupements ou déplacements de paragraphes, ajouts, suppressions et substitutions sont régulièrement relevés, mais les deux textes restent très proches l'un de l'autre. Là encore, le but de ces modifications reste la clarification du discours, le souci de trouver la bonne formulation ou la bonne présentation pour que le lecteur comprenne le texte et suive parfaitement le raisonnement de l'auteur. Il faut tout de même noter que les paragraphes numérotés 202 et 203 des manuscrits Jallabert (f. 182v-184r), qui abordaient la notion de *développée* d'une courbe donnée définie comme lieu de tous les centres de courbure de cette courbe, qui occupent l'équivalent de près de trois pages dans le manuscrit, ne sont pas repris dans le livre publié : il s'agit là d'un choix éditorial de la part de l'auteur, qui renonce à présenter cette notion.

La principale nouveauté du livre publié est donc la préface de la main de l'auteur, dans laquelle il apporte de précieuses nouvelles informations sur son travail, la manière dont il l'inscrit dans une perspective historique et en souligne la parenté avec les travaux de ses prédécesseurs, sources auxquelles il est allé puiser directement ou indirectement pour son ouvrage, de Descartes à Euler en passant par Newton, Stirling, 's Gravesande, Nicole, Bragelongne et De Gua de Malves. C'est l'occasion pour lui de plaider pour les méthodes nouvelles, en qualifiant l'algèbre de « *clef universelle des Mathématiques* » et le prétexte pour stigmatiser ceux qui leur préfèrent les méthodes synthétiques des Anciens. Il y présente la théorie des courbes comme la base de potentielles applications dans d'autres champs de savoir (mécanique, astronomie, physique) et précise plus loin que « l'Algèbre seule fournit le moyen de distribuer les Courbes en Classes, Genres & Espèces : ce qui, comme dans un Arsenal où les armes sont bien rangées, met en état de choisir, sans hésiter, celles qui peuvent servir dans la Résolution d'un Problème proposé » [Cramer 1750a, p. vii], ce qui place claire-

<sup>57</sup> En fait, les trois appendices du livre publié sont des rejets en fin de volume des trois résultats algébriques (formules pour la résolution des systèmes d'équations du premier degré, démonstration du nombre de points d'intersection de deux courbes, règle de Hudde) démontrés par Cramer initialement proposés en notes de bas de page – voire sous la forme d'un chapitre entier pour le second – dans les manuscrits.

ment l'*Introduction* dans la tradition cartésienne d'utilisation des courbes algébriques pour la construction des équations.

Concernant ses motivations pour écrire cet ouvrage et le donner au public, Cramer laisse cette fois nettement apparaître que le souci de pédagogie en a été le moteur principal, éclipsant – ce qui n'est pas surprenant dans une telle préface – les motivations extrinsèques dont nous avons parlé auparavant. Regrettant – assez sévèrement – que dans son *Enumeratio* « Mr. NEWTON se soit contenté d'étaler ses découvertes sans y joindre les Démonstrations, & qu'il ait préféré le plaisir de se faire admirer à celui d'instruire » [Cramer 1750a, p. viii-ix], il conclut en s'adressant aux « jeunes Géomètres » à destination de qui il dit avoir composé son ouvrage :

J'ai tant de graces à leur demander, que je ne leur ferai point d'excuses, ni sur le style, où je n'ai cherché que la clarté ; ni sur certains détails, que j'ai crû nécessaires aux jeunes Géomètres en faveur desquels j'écris ; ni sur la longueur de cet Ouvrage, dont je suis moi-même surpris. Elle vient principalement du nombre d'Exemples que j'apporte pour illustrer les Règles que je donne. Je sens fort bien que les Savans en voudroient moins, mais en échange les Commençans en désireroient peut-être davantage. Je puis dire aux uns, que je ne crois pas avoir placé un seul Exemple sans quelque raison particulière ; & j'ose assurer les autres que je ne pense pas qu'ils trouvent dans les Règles aucune difficulté qui ne soit éclaircie par quelque Exemple. [Cramer 1750a, p. xxiii]

Il faut relever que ce souci de pédagogie portera ses fruits auprès du lectorat de l'ouvrage, qui appréciera la clarté du texte et la multiplicité des exemples ; ainsi D'Alembert écrit-il dans l'article COURBE de l'*Encyclopédie* que, parmi les « meilleurs ouvrages dans lesquels on puisse s'instruire de la théorie des courbes », « l'introduction à l'analyse des lignes courbes, par M. Cramer, [est un] ouvrage très-complet, très-clair & très-instructif, & dans lequel on trouve d'ailleurs plusieurs méthodes nouvelles » [D'Alembert et al. 1751–1772, vol. IV, p. 387-388]. Labey, dans la traduction française qu'il donne en 1797 de l'*Introductio in analysin infinitorum* d'Euler, indique que « ceux qui en voudront davantage pourront consulter l'Introduction à l'Analyse des lignes courbes, par Cramer ; ouvrage intéressant par sa grande clarté & par les exemples qui s'y trouvent multipliés. » [Euler 1797, p. 412]. George Peacock, dans sa *Collection of examples of the applications of the differential and integral calculus*, écrira : « The reader who wishes for further information upon this subject, will find his curiosity amply gratified by the complete discussion of a great number of excellent examples, in the very elaborate work of Cramer to which we have so often referred » [Peacock 1820, p. 159]. Enfin, plus d'un siècle après la parution du livre de Cramer, George Salmon, dans son *Treatise on the*

*Higher Plane Curves*, ajoute : « We refer the reader [...], if still unsatisfied, to the source whence all later writers on the subject have drawn largely, Cramer's Introduction to the Analysis of Curves » [Salmon 1852, p. 129].

## 6. CONCLUSION ET PERSPECTIVES MÉTHODOLOGIQUES

Nous avons suivi au plus près l'élaboration du projet éditorial de Gabriel Cramer au cours des quelque dix années qui séparent l'écriture des premières pages de son *Analyse des courbes* à Mont-sur-Rolle lors des vacances académiques de l'automne 1740 de la publication de l'*Introduction à l'analyse des lignes courbes algébriques* en 1750 qui fera sa renommée. Entre ces deux bornes, le projet a fortement évolué dans son périmètre, a connu des périodes prolifiques et des moments de stérilité, au gré des motivations intrinsèques (les courbes algébriques comme objet de savoir) comme extrinsèques (la réponse aux sollicitations des pairs, l'accomplissement des ambitions personnelles) de l'auteur ainsi que des opportunités et contraintes liées au déroulement de sa vie savante dans ses dimensions professionnelle, académique et même citoyenne.

Pour étudier la genèse de cette œuvre, nous nous sommes appuyés autant que possible sur les indices matériels laissés par le Genevois pour, dans un premier temps, reconstituer le processus de rédaction dans sa dimension chronologique grâce à sa correspondance et, dans un second temps, exposer des dynamiques d'écriture en les illustrant à l'aide des manuscrits conservés à la Bibliothèque de Genève. Ce faisant, nous avons suivi la trajectoire de cet ouvrage se déployant sur les arrière-plans de la vie de son auteur, avec ses contraintes et ses ambitions, et plus largement de la vie savante à Genève et dans la République des lettres au cours de cette décennie 1740-1750. Cela n'a été possible qu'à condition de bien prendre en compte la matérialité de la production écrite de Gabriel Cramer : l'approche codicologique des manuscrits Jallabert et les outils de l'analyse génétique nous ont permis, en inscrivant notre démarche dans l'explicitation et la concrétisation de l'*œuvre-travail* de Cramer au sens défini par Collinot [2012], d'identifier les dynamiques d'écriture de l'*Introduction* et, par là, d'aborder des problématiques historiographiques importantes – en convoquant l'enquête biographique en histoire des sciences, l'histoire sociale des sciences, la microhistoire, l'histoire du livre – sur la production d'un ouvrage mathématique au XVIII<sup>e</sup> siècle.

Les perspectives offertes par la critique génétique en histoire des mathématiques, en mobilisant sous un nouvel angle les sources manuscrites dont nous pouvons disposer, méritent d'être encore plus largement explo-

rées pour les textes produits dans les deux ou trois derniers siècles, et nous espérons que l'illustration fournie par ce texte, en dépit des lacunes dans les sources manuscrites couramment constatées pour les œuvres du XVIII<sup>e</sup> siècle, pourra y contribuer.

## RÉFÉRENCES

BAULACRE (Léonard)

- [1752] Lettre sur la Mort de Mr. Cramer, Professeur en Philosophie à Genève, *Journal helvétique ou Recueil de pièces fugitives de littérature choisie*, 1752, p. 99–126.

BERNOULLI (Jean)

- [1742] *Opera omnia tam antea sparsim edita quam hactenus inedita : tomus primus, quo continentur ea quae ab anno 1690 ad annum 1713 prodierunt*, éd. Cramer (Gabriel), Lausanne et Genève : Marc-Michel Bousquet & associés, 1742.

BERNOULLI (Jacques)

- [1744] *Opera*, éd. Cramer (Gabriel), Genève : Cramer & Philibert, 1744.

BÉZOUT (Étienne)

- [1764] Recherches sur le degré des équations résultantes de l'évanouissement des inconnues, et sur les moyens qu'il convient d'employer pour trouver ces équations, *Histoire de l'Académie royale des sciences, pour l'année 1764, avec les mémoires de mathématique & de physique pour la même année tirés des registres de cette Académie*, 1767, p. 288–338.

BODENMANN (Siegfried), HUG (Vanja), ILIC (Mirjana) & KLEINERT (Andreas), éd.

- [2017] *Correspondance de Leonhard Euler avec L. Bertrand, Ch. Bonnet, M. M. Bousquet, J. de Castillon, G. Cramer, Ph. Cramer, G. Cuenz, A. Von Haller, G. L. Lesage, J. M. Von Loen, J. C. Wettstein*, *Commercium epistolicum*, vol. 4A/7, Bâle : Birkhäuser, 2017.

BRAGELONGNE (Christophe-Bernard abbé de)

- [1730a] Examen des Lignes du quatrieme ordre ou Courbes du troisieme genre, *Histoire de l'Académie royale des sciences, pour l'année 1730, avec les mémoires de mathématique & de physique pour la même année tirés des registres de cette Académie*, 1732, p. 158–216.
- [1730b] Examen des Lignes du quatrieme ordre. Seconde partie de la Section I dans laquelle on traite en général des Lignes du quatrieme ordre qui ont des points doubles, *Histoire de l'Académie royale des sciences, pour l'année 1730, avec les mémoires de mathématique & de physique pour la même année tirés des registres de cette Académie*, 1732, p. 363–434.
- [1731] Examen des lignes du quatrième ordre. Troisième Partie de la Section I. Dans laquelle on traite des Osculations, des Lemniscates infiniment petites, des points triples, & enfin d'une nouvelle espèce de point multiple invisible, dont les Lignes du quatrième ordre sont susceptibles, *Histoire de l'Académie royale des sciences, pour l'année 1731, avec les mémoires*

*de mathématique & de physique pour la même année tirés des registres de cette Académie, 1734, p. 10–49.*

BRANDLI (Fabrice)

- [2012] *Le nain et le géant : La République de Genève et la France au XVIII<sup>e</sup> siècle, cultures politiques et diplomatie*, Rennes : Presses universitaires de Rennes, 2012.

BUSTARRET (Claire)

- [2012] Usages des supports d'écriture au XVIII<sup>e</sup> siècle : une esquisse codicologique, *Genesis. Manuscrits – Recherche – Invention*, 34 (2012), p. 37–65.

CHASLES (Michel)

- [1837] *Aperçu historique sur l'origine et le développement des méthodes en géométrie, particulièrement de celles qui se rapportent à la géométrie moderne, suivi d'un mémoire de géométrie sur deux principes généraux de la science, la dualité et l'homographie*, Bruxelles : M. Hayez, 1837.

COLLINOT (Anne)

- [2012] Entre vie et œuvre scientifiques : le chaînon manquant, *Critique*, (781) 2012, p. 576–587.

CRAMER (Gabriel)

- [1750a] *Introduction à l'analyse des lignes courbes algébriques*, Genève : Cramer et Philibert, 1750.  
[1750b] *Oratio inauguralis : De utilitate philosophiæ in civitatibus regendis*, Genève : Cramer et Philibert, 1750.

D'ALEMBERT (Jean Le Rond)

- [1748] Mémoire historique sur la vie & les ouvrages de M. Jean Bernoulli, Professeur de Mathématiques à Bâle, & Membre des Académies Royales des Sciences de France, d'Angleterre, de Prusse & de Russie &c. mort depuis peu dans un âge fort avancé, *Mercur de France*, 1748, p. 39–78.

D'ALEMBERT (Jean Le Rond), DIDEROT (Denis) & JAUCOURT (Louis de), éd.

- [1751–1772] *Encyclopédie ou Dictionnaire raisonné des Sciences, des Arts et des Métiers*, Paris : Briasson, David l'aîné, Le Breton, Durand, 1751–1772.

DE BIASI (Pierre-Marc)

- [2003] Sciences : des archives à la genèse. Pour une contribution de la génétique des textes à l'histoire des sciences, *Genesis*, 20 (2003), p. 19–52.  
[2011] *Génétique des textes*, Paris : CNRS Éditions, 2011.

DE GUA DE MALVES (Jean-Paul)

- [1740] *Usages de l'Analyse de Descartes pour découvrir, sans le secours du Calcul Différentiel, les Propriétés, ou Affections principales des Lignes Géométriques de tous les Ordres*, Paris : Jombert, 1740.

EULER (Leonhard)

- [1744] *Methodus inveniendi lineas curvas maximi minimive proprietate gaudentes : sive solutio problematis isoperimetrici latissimo sensu accepti*, Lausanne et Genève : Marc-Michel Bousquet & associés, 1744.
- [1748a] *Introductio In Analysin Infinitorum*, Lausanne : Marc-Michel Bousquet & associés, 1748.
- [1748b] Sur une contradiction apparente dans la doctrine des lignes courbes, *Histoire de l'Académie royale des sciences et des belles lettres de Berlin (année 1748)*, 1750, p. 219–233.
- [1797] *Introduction à l'analyse infinitésimale*, tr. du latin en français, avec des notes & des éclaircissements de Labey (Jean-Baptiste), vol. II, Paris : Barrois l'aîné, 1797.

GALIFFE (John Barthélemy Gaïfre)

- [1877] *D'un siècle à l'autre : correspondances inédites entre gens connus et inconnus du XVIII<sup>e</sup> et du XIX<sup>e</sup> siècles*. Première partie (jusqu'en 1798) : *Genève politique, scientifique et sociale au XVIII<sup>e</sup> siècle, période révolutionnaire*, Genève : J. Sandoz, 1877.

GRAVESANDE (Willem Jacob 's)

- [1727] *Matheseos universalis elementa*, Leyde : Samuel Luchtmans, 1727.

GRÉSILLON (Almuth)

- [2016] *Éléments de critique génétique : Lire les manuscrits modernes*, 2<sup>e</sup> éd., Paris : CNRS Éditions, 2016.

JOFFREDO (Thierry)

- [2016] Entre algèbre et géométrie : la question des points de serpentement et de rebroussement dans la correspondance de Gabriel Cramer avec Euler et D'Alembert, *Circé : histoires, cultures & sociétés*, 8 (2016); <http://www.revue-circe.uvsq.fr/entre-algebre-et-geometrie-la-question-des-points-de-serpentement-et-de-rebroussement-dans-la-correspondance-de-gabriel-cramer-avec-euler-et-dalembert/>.
- [2017] *Approches biographiques de l'Introduction à l'analyse des lignes courbes algébriques de Gabriel Cramer*, Thèse, Université de Lorraine, 2017; <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-01852029>.

L'HOSPITAL (Guillaume François Antoine, marquis de)

- [1696] *Analyse des infiniment petits, pour l'intelligence des lignes courbes*, Paris : Imprimerie Royale, 1696.
- [1707] *Traité analytique des sections coniques : et de leur usage pour la resolution des equations dans les problèmes tant déterminez qu'indéterminez*, Paris : Veuve de J. Boudot et J. Boudot fils, 1707.

MATTMÜLLER (Martin), WEIL (André) & SPEISER (David), éd.

- [1999] *Die Werke von Jakob Bernoulli*, Bd. 5 : *Differentialgeometrie*, Bâle : Birkhäuser, 1999.

MAUPERTUIS (Pierre Louis Moreau de)

- [1729] Sur quelques affections des courbes, *Histoire de l'Académie royale des sciences, pour l'année 1729, avec les mémoires de mathématique & de physique pour la même année tirés des registres de cette Académie*, 1731, p. 277–282.

BENET DE MONTCARVILLE (Robert)

- [1751] Introduction à l'analyse des lignes courbes algébriques, par M. Gabriel Cramer, Professeur de Philosophie & de Mathématiques, des Académies & Sociétés Royales de Londres, de Berlin, de Montpellier, de Lyon & de l'Académie de l'Institut de Boulogne, *Journal des Sçavans*, 1751, p. 43–51.

NEWTON (Isaac)

- [1704] *Opticks : or, A treatise of the reflexions, refractions, inflexions and colours of light. Also two treatises of the species and magnitude of curvilinear figures*, Londres : Samuel Smith & Benjamin Walford, 1704.

NICOLE (François)

- [1729] Traité des Lignes du troisième ordre, ou des Courbes du second genre, *Histoire de l'Académie royale des sciences, pour l'année 1729, avec les mémoires de mathématique & de physique pour la même année tirés des registres de cette Académie*, 1731, p. 194–224.

PASSERON (Irène), éd.

- [2015] *Jean Le Rond D'Alembert, Œuvres complètes*, vol. V/2 : *Correspondance générale 1741–1752*, Paris : CNRS Éditions, 2015.

PEACOCK (George)

- [1820] *A collection of examples of the applications of the differential and integral calculus*, Cambridge : J. Smith, 1820.

PEIFFER (Jeanne)

- [1998] Faire des mathématiques par lettres, *Revue d'histoire des mathématiques*, 4-1 (1998), p. 143–157.

SALMON (George)

- [1852] *A Treatise on the Higher Plane Curves, Intended as a Sequel to a Treatise on Conic Sections*, Dublin : Hodges and Smith, 1852.

SIGRIST (René)

- [2011] *La Nature à l'épreuve : les débuts de l'expérimentation à Genève (1670–1780)*, Paris : Classiques Garnier, 2011.

SPEZIALI (Pierre)

- [1955] Une correspondance inédite entre Clairaut et Cramer, *Revue d'histoire des sciences et de leurs applications*, 8-3 (1955), p. 193–237.

STIRLING (James)

- [1717] *Lineæ tertii ordinis Newtonianæ, sive Illustratio tractatus D. Newtoni De enumeratione linearum tertii ordinis : Cui subiungitur Solutio trium problematum*, Oxford : Edward Whistler, 1717.