Revue d'Histoire des Mathématiques

La Pratica d'arismetica *de Ruy Mendes dans le contexte des arithmétiques marchandes ibériques*

Teresa Costa Clain

Tome 21 Fascicule 1

2015

SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE

Publiée avec le concours du Centre national de la recherche scientifique

REVUE D'HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES

Secrétariat :
Nathalie Christiaën
Société Mathématique de France
Institut Henri Poincaré
11, rue Pierre et Marie Curie, 75231 Paris Cedex 05
Tél. : (33) 01 44 27 67 99 / Fax : (33) 01 40 46 90 96
Mél : `rhmsmf@ihp.fr` / URL : `http//smf.emath.fr/`

Périodicité : La *Revue* publie deux fascicules par an, de 150 pages chacun environ.

Tarifs : Prix public Europe : 87 €; prix public hors Europe : 96 €;
prix au numéro : 43 €.
Des conditions spéciales sont accordées aux membres de la SMF.

Diffusion : SMF, Maison de la SMF, Case 916 - Luminy, 13288 Marseille Cedex 9
Hindustan Book Agency, O-131, The Shopping Mall, Arjun Marg, DLF Phase 1, Gurgaon 122002, Haryana, Inde
AMS, P.O. Box 6248, Providence, Rhode Island 02940 USA

Maquette couverture : Armelle Stosskopf

Revue d'histoire des mathématiques
21 (2015), p. 5–39

LA *PRATICA D'ARISMETICA* DE RUY MENDES DANS LE CONTEXTE DES ARITHMÉTIQUES MARCHANDES IBÉRIQUES

TERESA COSTA CLAIN

RÉSUMÉ. — Au XVI[e] siècle furent publiés les premiers ouvrages sur l'arithmétique marchande imprimés au Portugal tels que le *Tratado da Pratica Darismetica* de Gaspar Nicolas édité pour la première fois en 1519, la *Pratica d'Arismetica* de Ruy Mendes de 1540 et le *Tratado da arte de Arismetica* de Bento Fernandes en 1555. Dans tous ces traités sont présents des modèles arithmétiques liés aux opérations financières, sous la forme de règles propres issues du commerce portugais des épices et de sa diffusion dans toute l'Europe. Nous donnerons une brève présentation de la *Pratica d'Arismetica* de Ruy Mendes que nous replacerons dans le corpus des œuvres d'arithmétique marchande au Portugal, en indiquant leurs sources et leurs influences relativement au contexte ibérique.

ABSTRACT (Rui Mendes's *Pratica d'arismetica* in the context of the Iberian merchants arithmetics)

In the sixteenth century began the publication of mercantile arithmetic treatises printed in Portugal, such as the *Tratado da Pratica Darismetica* of Gaspar Nicolas, first published in 1519, the *Pratica d'Arismetica* of Ruy Mendes, with only one edition in 1540 and the *Tratado da arte de Arismetica* published by Bento Fernandes in 1555. We can find, in these treatises, arithmetical models linked to financial transactions with specific rules of Portuguese trade of spices and its distribution in Europe. We will present a brief introduction of the *Pratica d'Arismetica* of Ruy Mendes and its place with respect to other works in

Texte reçu le 18 novembre 2012, révisé le 1[er] février 2014, accepté le 2 octobre 2014.

T. COSTA CLAIN, Grupo de História da Matemática, Centro de Investigação e Desenvolvimento em Matemática e Aplicações, Campus Universitário de Santiago, Universidade de Aveiro, 3810-193 Aveiro, Portugal.

Courrier électronique : costa.jesus.teresa@ua.pt

Mots clefs : Arithmetic, 16th century, Portugal, Ruy Mendes, Juan Andrés.

Key words and phrases. — Arithmétique, XVI[e] siècle, Portugal, Ruy Mendes, Juan Andrés.

mercantile arithmetic produced in Portugal. We also highlight sources and influences with respect to the Iberian context.

1. INTRODUCTION

Le Portugal fut un des principaux protagonistes des transformations économiques de l'Europe du XVIe siècle avec la création de la route du Cap (*Rota do Cabo*[1]). Les marchands nationaux sont devenus rapidement des acteurs importants du commerce international réalisant voyages et transactions avec des régions éloignées à partir du futur grand centre de négoce que sera Lisbonne. Pour une grande partie d'entre eux, la maitrise du calcul arithmétique devint une nécessité, non seulement pour évaluer les coûts et les bénéfices résultant des voyages, mais aussi pour mettre en place une comptabilité rigoureuse associée aux transactions commerciales et au calcul des opérations financières telles que les intérêts et les lettres de crédit.

Le calcul sur la base du système de numération romain et la pratique arithmétique issue du quadrivium étaient usuellement enseignés à l'époque dans les institutions portugaises, comme c'était le cas au monastère d'Alcobaça [Jaca 2007, p. 23] et à l'*Estudo Geral*[2] à Lisbonne. Dans quelle mesure cet enseignement répondait-il aux besoins et exigences d'une société dont le commerce se développait à un niveau intercontinental et qui mettait en jeu des capitaux chaque fois plus importants ? À notre connaissance, il n'a pas été découvert de document ou registre d'école au Portugal spécifiquement lié à la pratique des activités commerciales bien qu'il existât déjà des institutions administratives liées au commerce international telles que la *Casa da Índia* [Peres 1947] et la *Casa dos Contos* [Rau 2009].

Nous n'avons pas, non plus, découvert de document précis sur les enseignements dispensés dans ces institutions, néanmoins certains témoignages indirects nous donnent des informations partielles sur le contenu des programmes. Par exemple, dans l'*oração de sapiência*[3], D. Pedro de

---

[1] *Rota do Cabo* est la première route maritime régulière entre l'Europe atlantique et l'Inde [Godinho 1963–1971, vol. I, p. 48].

[2] Université fondée par le roi D. Dinis à Lisbonne en 1290 [Carvalho 1996, p. 132].

[3] Lors de la cérémonie d'ouverture officielle de l'année scolaire, une personnalité reconnue est invitée à prononcer un discours sur un sujet de son choix. Ce discours porte le nom de *oração de sapiência* et est usuellement publié.

Meneses évoque les disciplines enseignées dans l'institution *Estudo Geral* de Lisbonne en 1504 et souligne leur intérêt : « *Restam as duas Matemáticas. Recordando-as, a nossa oração atingirá rapidissimamente a meta. Uma é a Aritmética, a outra a Geometria. Ambas são muito necessárias, não só aos letrados, mas também a todos os mercadores e negociantes* »[4].

Un autre témoignage indirect est celui du règlement de la *Casa dos Contos.* Virgínia Rau rappelle qu'en général, les postes de fonctionnaire sans attribution spécifique ne requièrent pas une grande formation [Rau 2009, p. 6]. Cependant, dans une note figurant dans les premières pages du *Libro de Algebra* et adressée au cardinal D. Henrique, Pedro Nunes souligne l'importance d'une formation plus spécialisée pour les comptables du roi : « *E ha porem em Italia algũs homẽs muy exercitados nesta arte (álgebra), porque em todallas cidades ha mestres salariados de conta em Arithmetica & Geometria,* (...). *Por aqui vera V. A. quanta mais razaõ seria, que ouuesse esta doctrina nesta opulentissima cidade de Lixboa, onde tanto negocio ha desdo extremo oriente, & occidente, & ilhas do mar Oceano, & onde elRey nosso Señor tem corenta contadores de sua fazenda* »[5].

Dans le chapitre dédié à l'algèbre en France, en Allemagne, en Angleterre et au Portugal, Victor Katz fait référence à Pedro Nunes en tant qu'algébriste de la Renaissance et souligne que son *Libro de Algebra* « inclut quelques douzaines de problèmes mais, contrairement aux autres textes d'algèbre mentionnés, son exposé est entièrement abstrait. L'ouvrage ne contient pas de problème d'origine commerciale ou récréative »[6]. Katz ne fait pas référence aux ouvrages des auteurs antérieurs tels que Gaspar Nicolas, Ruy Mendes et Bento Fernandes qui ont pourtant écrit des traités d'arithmétique mercantile.

Cette étude vise à situer la *Pratica d'Arismetica* de Ruy Mendes parmi des arithmétiques marchandes ibériques et à la placer dans son contexte historique caractérisé par époque d'expansion maritime et commerciale du

---

4 « Enfin, viennent les deux Mathématiques. En les citant, notre discours atteindra très rapidement son objectif. L'une est l'arithmétique et l'autre la géométrie. Ensemble, elles sont indispensables, non seulement pour l'érudit, mais aussi pour tous les marchands et les négociants » [Carvalho 1996, p. 132].

5 « Et il y a aussi en Italie quelques personnes très expérimentées dans cet art (algèbre) parce que dans toutes les villes il se trouve des maîtres exerçant une activité lucrative en réalisant des comptes en arithmétique et géométrie (...). De cette manière, vous pouvez constater, Votre Altesse, l'importance d'apprendre cette doctrine dans notre opulente ville de Lisbonne, où il se réalise beaucoup de négoce en provenance de l'Orient, de l'Occident, des iles de l'océan et où le Roi notre seigneur possède quarante comptables » [Nunes 2010, pp. 7,8].

6 [Katz 2010, p. 449] (traduction libre en français de la version portugaise).

Portugal. Nous présenterons les différents thèmes traités par la *Pratica*, en nous focalisant plus particulièrement sur la règle d'un quart et un vingtième et la règle des comptes de Flandre liées à une réalité commerciale du négoce des épices. En prenant comme point de départ l'affirmation de Marques de Almeida [Almeida 1994, vol. I, p. 85] faisant du *Sumario breve de la pratica de la Aritmethica* de Juan Andrés, la principale source d'inspiration de Mendes, nous proposons de réaliser une étude comparative d'une sélection d'extraits de textes des deux œuvres afin d'évaluer jusqu'à quel point cette proposition est justifiée.

2. VOYAGE ET COMMERCE : UNE PRATIQUE ARITHMÉTIQUE EN GESTATION

Dès le XIVe et le XVe siècles les navires portugais furent présents dans les principaux ports de la Méditerranée et établirent des liaisons maritimes régulières avec plusieurs pays de l'arc méditerranéen, tels que les royaumes de l'Espagne et les cités d'Italie, entre autres. Par exemple, une route particulièrement prisée au XVe siècle par les navigateurs portugais en Méditerranée était la liaison entre Valence, Barcelone et Montpellier [Barata 1998, pp. 32, 68-80].

Les communautés portugaises les plus importantes se situaient dans les villes de Barcelone, Valence, Gène et Florence où marins, marchands, propriétaires et capitaines de bateaux se côtoyaient régulièrement lors d'échanges commerciaux ou dans la préparation de futurs voyages.

S'appuyant sur une solide réputation de bons constructeurs de navires et d'une notoriété de grands voyageurs, les armateurs portugais furent très tôt fortement impliqués dans le transport de fret parallèlement à la commercialisation de produits nationaux, renforçant ainsi leur présence dans le transport méditerranéen. Rapidement la flotte portugaise ne se limita plus au simple transport de marchands et de marchandises nationales mais devint un acteur important dans l'acheminement de voyageurs ou d'objets divers, favorisant les contacts et les échanges de savoirs.

Dans un registre différent, une autre catégorie de personnes amenées à voyager et qui était quotidiennement en prise avec une grande diversité de cultures fut celle des étudiants. Virgínia Rau souligne les influences culturelles d'origine italienne sur les étudiants, les érudits et les prélats portugais qui voyagèrent et visitèrent les villes italiennes durant le XVe siècle [Rau 1972, pp. 9-99]. Il est fait aussi référence à des voyages d'étudiants au XIIIe siècle par Joaquim Veríssimo Serrão dans des villes telles que Toulouse [Serrão 1954] et Montpellier, qui étaient à cette époque très prisées par les Portugais pour les études de médecine. Mais la plupart des étudiants originaires du Portugal se concentraient à Paris, où ils suivaient en majorité les cours de théologie [Matos 1950].

Dès le XIII^{e} siècle, on assiste à une sédentarisation des marchands et des professionnels en fret d'origine portugaise autour de l'arc méditerranéen. On passe alors progressivement d'un simple échange fondé sur le troc à de véritables transactions commerciales [Barata 1998, pp. 68-80]. L'utilisation de systèmes de crédit, la constitution de registres comptables sont significatifs d'une pratique commerciale plus élaborée conduisant à un usage du calcul plus intensif et à la recherche d'un système numérique plus simple et plus sûr. L'introduction d'une nouvelle arithmétique pratique et fiable devint une nécessité, de même qu'une réforme du système de numération[7].

Nous n'avons pas connaissance de l'existence de structures organisées en vue de délivrer un enseignement dans un cadre professionnel au Portugal[8], comme nous l'avons mentionné dans l'introduction. L'enseignement dispensé était surtout lié aux besoins des religieux. Une des premières institutions fut le monastère de Santa Maria de Alcobaça (1269) qui devint une école ouverte aux religieux, mais aussi aux laïcs. Plusieurs moines de ce monastère furent attachés à la rédaction ou à la copie de documents regroupés sous le nom de *Códices de Alcobaça* [Jaca 2007, pp. 20-23].

La grande majorité des marchands nationaux ne ressentait certainement pas la nécessité de maîtriser un système numérique ou de se livrer à des jeux d'écritures comptables dans le cadre de leurs activités. Au cours des XV^{e} et XVI^{e} siècles, on assiste au passage progressif d'un petit commerce national à de grandes transactions internationales se concentrant sur Lisbonne où résidaient déjà de nombreux marchands étrangers, en particulier des Italiens[9]. La présence de ces marchands et de leurs pratiques commerciales peut avoir incité les marchands portugais à réaliser

7 Au Portugal, les chiffres indo-arabes sont vulgarisés dans les traités d'arithmétique. Le premier traité connu a été publié en 1519.

8 La première institution d'enseignement dédié au commerce à ce jour répertoriée est le premier cours de commerce à Lisbonne, apparu à l'initiative du Marquis de Pombal en 1756 [Almeida 1994, vol. I, p. 245].

9 Au quinzième siècle, on assiste à une expansion des activités commerciales des étrangers au Portugal. Parmi eux se trouve une importante maison florentine — les Bardi — dont un des membres, Jacome Bardi, s'installa et se maria à Porto. De même, la famille Lomellini s'installa à Lisbonne et réussit à obtenir le monopole sur l'exportation du liège en 1456. Dans le domaine des transactions financières, Tropel de Vivaldi était une personnalité importante sur la place de Bruges. Le Florentin Giraldi Lucas dirigea différents secteurs d'activité au Portugal. On relève même des registres de marchands étrangers dans la colonisation des archipels de Madère et des Açores,

cette transition entre une pratique rudimentaire et de véritables techniques commerciales avancées. Les mécanismes de cette transition restent encore incompris et s'inscrivent dans le contexte plus large du monde ibérique[10].

Les découvertes maritimes furent le moteur d'un formidable accroissement du développement économique au royaume du Portugal et plaça Lisbonne au centre d'un vaste commerce international. Le Portugal connut une période de forte prospérité et de grande activité commerciale durant cet âge doré du XVIe siècle. Le développement d'activités commerciales mettant en jeu des sommes considérables, et l'introduction d'un impôt lié au commerce des épices motivèrent et favorisèrent l'utilisation de nouvelles pratiques arithmétiques plus efficaces, répondant de manière plus adéquate aux nécessités d'un négoce sans cesse plus complexe et structuré. Marques de Almeida indique quelques exemples de modélisation arithmétique utilisés à cette époque, comme furent les calculs des impôts de la *Casa da Índia* (la règle d'un quart et un vingtième), la règle des compagnies pour l'exécution des négoces et la confluence de diverses formes de *cabedal*[11] à la poursuite d'une entreprise particulière (les règles de troc) [Almeida 1994, vol. I, p. 255].

Ce fut précisément à ce moment qu'apparurent les premières œuvres de référence en arithmétique telles que le *Tratado da Pratica Darismetica* de Gaspar Nicolas, publié pour la première fois en 1519 ; la *Pratica d'Arismetica* de Ruy Mendes de 1540 ; le *Tratado da arte de Arismetica,* de Bento Fernandes de 1555. Issue d'un besoin de formation des marchands et de la nécessité de construire des institutions royales adaptées au commerce international et à sa gestion (perception de l'impôt par exemple), la publication de traités d'arithmétique représente une étape importante pour le développement et la diffusion d'une pratique mathématique liée au monde des affaires au Portugal.

---

et leur implication dans certaines expéditions à la découverte de nouveaux territoires [Castro 1983, pp. 691-710].

10 Ce sujet est présenté par Hilario Casado Alonso dans une note explicative sur le *Libro de contabilidade de la compañias burgalesa de Juan de Castro y Simón Diaz el Rico,* inserto en el Libro de Mayordomía nº 68 de la Catedral de Burgos, 1465-1511 (Manuscrito sobre papel/ 43 × 25 × 5 cm, Archivo de la Catedral de Burgos).

11 *Cabedal* — Fonds financiers pour assurer le commerce de l'Orient. Parfois, le *cabedal* se composait d'or, d'argent et de cuivre, en plus de la monnaie en vigueur. D'autre part les lettres de change voire même les marchandises, ceci dans le cas spécifique du *troc,* étaient considérées comme faisant aussi partie du *cabedal* [Almeida 1994, vol. II, p. 294].

3. LES PREMIERS TRAITÉS IMPRIMÉS D'ARITHMÉTIQUE DE LA PÉNINSULE IBÉRIQUE

La première publication imprimée connue d'un traité d'arithmétique dans la péninsule ibérique est le *Suma de la art de Arismetica* de Francesc Santcliment, en 1482. Suivirent ensuite le *Tratado subtilissimo de Arismetica y Geometria* de Juan Ortega, en 1512 ; le *Sumario Breve de la Pratica de Arithmetica* de Juan Andrés en 1515 et la *Pratica mercantívol* de Joan Ventallol en 1521. Entre temps, fut publié en 1519 à Lisbonne le premier traité lusitanien, le *Tratado da Pratica Darismetica* de Gaspar Nicolas, initiant une série de publications d'ouvrages d'arithmétique marchande au Portugal.

De manière générale, les traités furent publiés dans les cités de grand négoce où se pratiquaient d'importantes transactions commerciales comme Valence (Juan Andrés), Lyon (Juan Ortega), Lisbonne (Gaspar Nicolas). De par leur contenu lié à la pratique commerciale, ces ouvrages s'adressent principalement aux marchands ou aux comptables responsables de la gestion des biens royaux et des impôts, comme c'était le cas des transactions à la *Casa da Índia.* Néanmoins, la présence de chapitres dédiés à des sujets plus « abstraits », comme les progressions, les racines carrées et cubiques sur entiers et fractions et les problèmes sur les nombres, laisse supposer que les ouvrages s'adressaient aussi à un autre public plus impliqué dans les études et l'enseignement des mathématiques pour elles-mêmes.

Entre 1521 et 1540 furent publiés quatre autres traités[12] d'arithmétique dans les Espagnes (deux sont des rééditions des traités de Juan Ortega et Juan Andrés) tandis qu'au Portugal on assiste à une nouvelle édition du *Tratado da Pratica d'Arismetica* de Gaspar Nicolas en 1530 et c'est finalement en 1540 qu'apparut la *Pratica d'Arismetica* de Ruy Mendes. À l'extérieur de la péninsule Ibérique et plus spécifiquement dans les républiques italiennes, la publication de traités d'arithmétique marchande était une tradition bien implantée depuis le XIVe siècle. En grande majorité, les traités d'arithmétique furent publiés en langue vernaculaire, élément déterminant dans le succès et la popularisation des méthodes et des algorithmes qu'elles contiennent. On peut citer, en particulier, la *Summa de Arithmetica Geometria Proportioni et proportionalita* de Luca Paccioli,

12 *Tratado Subtilíssimo de Arithmetica* de Juan Ortega, 1537 ; *Arithmética* de Juan Andrés, 1537 ; *Arte del computo* de Jeronimo de Valência, 1539 ; *Arte breve e muy provechosa de cuẽnta Castellana y Arismetica* de Juan Gutiérrez de Gualda, 1539.

imprimée en 1494, qui sera une source d'inspiration essentielle et un modèle d'organisation très présent dans l'architecture des traités ibériques comme le souligne Javier Docampo Rey [Docampo 2006].

Le XVIe siècle se révéla être la période la plus riche en publication de traités d'arithmétique commerciale dans la péninsule Ibérique. Des trois traités imprimés durant ce siècle au Portugal, le plus populaire fut sans aucun doute l'œuvre de Gaspar Nicolas qui connut onze éditions s'étalant sur plus d'un siècle alors que le traité de Ruy Mendes ne fut publié qu'une seule fois en 1540 par le même éditeur Germão Galharde[13].

À l'image des traités italiens, les ouvrages portugais s'articulent autour de sujets liés au négoce. Une constante commune à tous ces traités est la présence de règles spécifiques liées à la *Casa da Índia* et aux impôts résultant du commerce à grande échelle. Néanmoins d'autres aspects des mathématiques que l'on classifie de « classiques » ou « traditionnelles » comme les problèmes sur les nombres, les racines carrées et cubiques, les progressions, sont aussi présents dans toutes les publications. La persistance de ces thèmes, qui ne sont pas les objectifs principaux des traités montre l'importance que les auteurs successifs leur accordent.

4. LA *PRATICA D'ARISMETICA* DE RUY MENDES

Dans une première approche, nous allons analyser les aspects les plus importants de l'œuvre de Ruy Mendes en nous intéressant aux motivations qui ont conduit l'auteur à rédiger ce texte. Ensuite, la structuration de l'ouvrage, les thèmes abordés, la méthodologie suivie dans la présentation des sujets et le style de l'auteur seront présentés. La question de l'adaptation du manuel à la réalité économique portugaise de l'époque constituera le point d'orgue de notre analyse. Finalement nous placerons la *Pratica d'Arismetica* dans le contexte ibérique en mettant en évidence l'impact du traité de Juan Andrés, de structure semblable, qui fut publié à Valence vingt-cinq ans plus tôt.

On possède à ce jour très peu d'informations sur Ruy Mendes (parfois appelé Rodrigo Mendes). On situe habituellement son lieu de naissance à Mourão (Portugal). Inocêncio[14] nous laisse penser que l'auteur reçut une

---

13 G. Galharde est un typographe français installé à Lisbonne à partir de 1519. Il adopta le patronyme de German Galharde ou Germão Galharte et possédait des imprimeries à Lisbonne et Coimbra.

14 Inocêncio Francisco da Silva (Lisbonne, 1810 — Lisbonne, 1876), aussi connu sous le nom Innocencio (dans le langage de l'époque) fut un bibliographe lusitanien

formation en droit, et au vu des références à la *Casa da Índia*, on peut supposer qu'il exerça des activités liées à l'administration royale en général et à cette institution en particulier.

De la *Pratica d'Arismetica*, nous ne connaissons qu'une seule édition. Dans son livre *Biblioteca Lusitana* publié entre 1741 et 1759, Diogo Barbosa Machado[15] attribue à Ruy Mendes la paternité d'un autre document intitulé « *Perguntas em matéria de Arithmetica que se fazem e que se soltão* »[16], qui reste introuvable actuellement. Ruy Mendes lui-même fait allusion dans son prologue à d'autres travaux publiés sur l'arithmétique : « *E por eu pera este presente livro e assim pera outros dous de pregũtas que tenho feito ...* »[17].

L'affirmation de Diogo Barbosa Machado, « Practica de Arithmetica, em que se declarão por boa ordem, e claro estylo as 14 especies da dita Arte »[18], sur l'organisation et la rigueur du traité nous amène à penser qu'une partie des activités de Ruy Mendes était liée à l'enseignement et la formation. Le style de l'écriture, les sujets abordés et leur traitement mettent en lumière les qualités pédagogiques de l'auteur et son souci de proposer un ouvrage complet en arithmétique. Il est de fait intéressant de noter que l'auteur lui-même met en avant la nécessité de publier des livres d'arithmétique dans le royaume, affirmant qu'il est compétent pour le faire :

> *E por tanto tendo eu em alguma maneira respeito a isto e assim vendo a necessidade que nestes reynos avia de hũ livro darismetica sentindome a meu parecer abil na dita arte para o poder fazer...* »[19]

ce qui confirme l'implication de Ruy Mendes dans un travail de formation et de divulgation.

---

très important. Il a écrit le monumental *Dictionnaire bibliographique portugais* (*Dicionário Bibliográfico Português)* [Almeida 1994, vol. I, p. 84].

15 Diogo Barbosa Machado (Lisbonne, 31 mars 1682 - Lisbonne, août 9 1772) était un religieux catholique, écrivain portugais et bibliographe. Il a réalisé un catalogue sur les livres conservés dans les bibliothèques portugaises avant le tremblement de terre de 1755. De nombreux ouvrages mentionnés dans ce catalogue ont été perdus lors de cette catastrophe.

16 « Questions en matière d'arithmétique qui se forment et se libèrent [résolvent] » [Machado 1741–1759, vol. III, p. 649].

17 « Et pour ce livre mais aussi pour deux autres [livres] de questions que j'ai fait ... » [Mendes 1540, prologo].

18 « Practica de Arithmetica, où se déclareront en bon ordre et en style clair, les 14 espèces du dit Art »[Machado 1741–1759, vol. III, p. 649].

19 « Bien qu'ayant un grand respect pour cela [les œuvres anciennes et cultures transmises oralement qui sont encore très présentes à cette époque] il apparait nécessaire que dans ce royaume il y ait un livre d'arithmétique et je me sens capable et suffisamment compétant pour le faire... » [Mendes 1540, prologo].

Si l'enseignement et la divulgation du savoir semblent être les principales motivations qui ont conduit Ruy Mendes à publier son traité, on peut aussi noter les appuis et les encouragements qu'il reçut. Ainsi, dans son prologue, l'écrivain rend hommage à D. Teodósio I, duc de Bragança et beau-fils de la marraine de l'auteur « *Seguese ho prologo do present livro o qual vai dirigido ao muyto ilustre e magnifico senhor o senhor dom Theodosio Duque de Bragança e cetera* »[20]. On peut citer aussi Pero de Mendonça[21] qui l'a fortement encouragé à écrire le traité sous la protection du duc. Dans ce même prologue, Ruy Mendes déclare qu'il a consulté d'autres ouvrages mais, malheureusement, il n'en donne pas les références, laissant des doutes sur les documents qu'il a pu utiliser à l'époque. Néanmoins, en se basant sur le style et la structure de l'ouvrage, nous pouvons identifier les sources probables sur lesquelles l'auteur s'est appuyé dans l'élaboration du traité.

L'auteur indique lui-même que son ouvrage est composé de sept traités, chaque traité contenant sept chapitres et chaque chapitre un nombre variable d'articles [Mendes 1540, tavoada].

Le premier traité correspond à un texte de trente-deux feuillets où Mendes introduit les sept *especias d'Arismetica* pour les nombres entiers et les opérations associées : *Nomear, somar, deminuir, multiplicar, repartir, progressam, tirar rayzes quadradas e cubecas*[22]. Le deuxième traité de vingt-sept feuillets s'intéresse cette fois-ci aux fractions (nombres rompus) en suivant une méthodologie similaire. À partir du troisième traité, Ruy Mendes[23] aborde les règles qui composent l'essentiel de l'ouvrage et que nous détaillons dans l'annexe 1.

Les traités 3 et 4 contiennent les règles classiques qui se rencontrent dans toutes les arithmétiques de l'époque comme c'est le cas de la règle de trois et de la règle de change. Le *quatrième traité* aborde les règles liées au commerce : règle des compagnies, règle de troc. Le cinquième traité tire son intérêt des règles spécifiques au commerce lusitanien comme la règle d'un quart et un vingtième (*regra de quarto e vintena*) due à l'imposition des marchandises qui se pratiquait à la *Casa da Índia* de Lisbonne,

---

20 « Voici le prologue de ce livre dédié à l'illustre et magnifique seigneur, le seigneur Dom Theodosio, duc de Bragança, *et cetera* » [Mendes 1540, prologo].

21 Pero de Mendonça était le frère de D. Teodósio I.

22 « Dénombrer, additionner, soustraire, multiplier, diviser, progressions, racines carrées et cubiques » [Mendes 1540, ff. 1-26].

23 Voir annexe 1 (Table de sujets de la *Pratica* de Ruy Mendes).

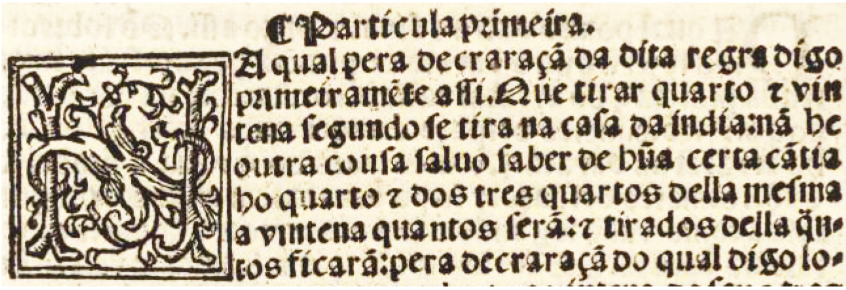
¶ Particula primeira.
A qual pera decraraçã da dita regra digo
primeiramẽte aſſi. Que tirar quarto ⁊ vin
tena ſegundo ſe tira na caſa da india:nã he
outra couſa ſaluo ſaber de hũa certa cãtia
do quarto ⁊ dos tres quartos della meſma
a vintena quantos ſerã: ⁊ tirados della qn
tos ficarã: pera decraraçã do qual digo lo

FIGURE 1. Référence à la *Casa da Índia* dans la *Pratica* [Mendes 1540, f. 80]

ainsi que la règle des comptes de Flandre[24] associée au change. Ces deux règles locales résultent des liens commerciaux entre Lisbonne et les pays orientaux par la route du Cap. On y trouve aussi un exposé sur les règles de fausse position et finalement une présentation des règles de change de monnaie (*câmbio miúdo*) et de titre (*câmbio real*). Les sixième et septième traités sont consacrés aux règles d'alliage d'argent ou d'or (*regras de liga de prata ou de ouro*).

4.1. *Les règles locales*

Avant de poursuivre plus avant la description des règles arithmétiques composant l'œuvre de Ruy Mendes, nous allons détailler quelque peu cette institution qu'est la *Casa da Índia* et qui se révèle être une des pierres angulaires, avec la *Casa dos Contos*[25], de l'organisation commerciale du Portugal (et plus particulièrement de Lisbonne) au XVIe siècle. Elle occupe une place centrale dans le traité de Ruy Mendes et, comme nous l'avons mentionné plus haut, fait sans doute partie des motivations qui l'ont conduit à publier cet ouvrage. Enfin, elle est à l'origine de règles spécifiques que l'on rencontre uniquement dans les traités d'arithmétique marchande lusitaniens.

La principale source d'information que nous avons sur cette institution provient d'un manuscrit décrivant le règlement de la *Casa da Índia* dont un exemplaire se trouve à la Bibliothèque Centrale de la Marine et un autre

24 La première *feitoria* portugaise a été fondée à Bruges en Flandre puis transférée de Bruges à Anvers entre 1488 et 1498. Le nom *feitoria* est associé à des comptoirs commerciaux européens dans des territoires étrangers liés aux possessions coloniales.

25 La *Casa dos Contos* était l'institution suprême de supervision et de contrôle des fonds publics et des valeurs du Portugal.

à la Bibliothèque Nationale du Portugal. Une transcription de ce manuscrit fut réalisée par Damião Peres en 1947 [Peres 1947] qui en donne une reproduction exacte. La *Casa da Índia* fut créée en 1503 sous le règne de Dom Manuel I afin de gérer le commerce international avec l'Orient et garantir un monopole sur le transit des marchandises en faveur du roi. Elle englobe aussi deux autres institutions : la *Casa da Guiné* et la *Casa da Mina*, liées au commerce avec la côte ouest de l'Afrique. La *Casa da Índia* a pour mission de réaliser la manutention, le stockage et la vente des marchandises venant de l'Orient vers le reste de l'Europe (principalement les épices). On y maintenait une comptabilité sur les achats et les ventes, en particulier on y calculait l'impôt (la règle d'un quart et un vingtième que le marchand devait au roi). La *Casa da Índia* était localisée sur la rive nord du Tage dans l'actuel *Paço da Ribeira* ; ses bâtiments étaient disposés perpendiculairement au fleuve.

L'accroissement rapide du commerce avec le port de Lisbonne et l'augmentation du volume de négoce qui en a découlé sont les principales motivations de la création de l'institution et de son règlement évoqués dès les premières pages :

> *...considerando nos quam grandes couzas sam os nossos trautos de Guiné e das Índias, a Deos louvores, y quãto proveito delles se segue a nossos Regnos, e naturais delles, y assi a outras partes da Christandade, e como somos obrigados a trabalhar, quanto em nos for, de as taes couzas serem sempre bem regidas e governadas e conservadas, parecendo nos que por ho negocio ser grande e de munta importancia e ocupação...*[26]

De fait, en raison des découvertes maritimes, les routes commerciales avec l'Inde se trouvent modifiées en faveur de Lisbonne et la route du Cap permet un transport de marchandises plus rapide, plus fiable, garant d'une meilleure qualité et surtout plus économique que le transit par la route traditionnelle de l'est via les pays du Moyen Orient et l'Italie. Lisbonne devient une des principales plateformes d'un commerce mondial en pleine expansion, justifiant la création d'un outil de gestion adapté.

Un des principaux objectifs de la *Casa da Índia* est la perception de l'impôt. Deux articles du règlement sont dédiés aux règles de calcul de cet impôt spécifique à Lisbonne. L'article 68.º règlemente la valeur de la taxe [Peres 1947, pp. 56-58], basée sur la règle d'un quart et un vingtième pour

---

26 « Considérant les grandes choses que sont nos comptoirs de Guinée et des Indes, Dieu soit loué, et les avantages et bénéfices qui en résultent pour notre royaume, notre peuple et les autres parties de la chrétienté, étant donné que nous devons travailler pour la bonne gestion, gouvernance et préservation de ces affaires, il nous apparaît que le négoce est une occupation de la plus haute importance... » [Peres 1947, p. 3].

toutes les marchandises, tandis que l'article 71.º prévoit l'enregistrement et le contrôle de cette taxe pour la *Casa dos Contos*. La règle d'un quart et un vingtième est une des spécificités du traité de Ruy Mendes. Elle est issue d'un calcul des impôts appliqué au Portugal aux marchandises provenant du commerce avec l'Orient. Elle correspond à un prélèvement d'un quart (*quarto*) plus (*e*) un vingtième (*vintena*) des trois quarts restants, c'est-à-dire $\frac{1}{4} + \frac{1}{20} \times \frac{3}{4} = \frac{23}{80}$ de la quantité initiale. On peut se demander quelles furent les motivations d'un procédé de calcul aussi complexe alors qu'un simple prélèvement du quart de la valeur aurait grandement simplifié le calcul de l'impôt. Le vingtième d'une quantité est un calcul qui se faisait usuellement dans la détermination de certains impôts ou de change[27] et se pose la question de savoir si le quart plus le vingtième supplémentaire ne correspond pas à deux prélèvements successifs.

Voici le principe tiré de l'ouvrage de Mendes [Mendes 1540, f. 80] : « *Tendo uma quantia, saber* $\frac{1}{4}$ *e* $\frac{3}{4}$ *da mesma, a vintena quantos será ? E tirados dela quanto ficará ?* »[28].

L'auteur propose ensuite un exemple concret : « *O quarto de* 155 *cruzados e a vintena dos seus três quartos, quanto será ?* »[29]. Nous reproduisons la résolution du problème telle quelle dans le traité par Ruy Mendes, mais traduit en langage mathématique actuel.

Considérons les fractions $\frac{1}{4}$ et $\frac{1}{20}$. Multiplions 4 par 20 et il vient 80. Effectuons maintenant les produits suivants $\frac{1}{4} \times 80 = 20$ et $\frac{3}{4} \times 80 = 60$. Le vingtième de ses $\frac{3}{4}$ [de 80] est 3, et $20 + 3 = 23$, qui est $\frac{1}{4}$ de 80 et le vingtième de ses $\frac{3}{4}$ [de 80].

Relativement aux 155 cruzados est appliquée la règle de trois

80 *cruzados* ———————— 23 *cruzados*
155 *cruzados* ———————— x
$x = 44$ *cruzados* 2 *tostões* 1 *vintém* 5 *reais*[30].

---

[27] Dans le comptoir de Flandre, la monnaie était la livre qui se subdivisait en 20 sous. Cette subdivision est mentionnée dans le traité de Ruy Mendes sur la règle de Flandre (*f.* 83).

[28] « Étant donnée une quantité, et connaissant le quart et les trois quarts de cette même quantité, quel est le vingtième de cette dernière quantité ? Et retranché de cette dernière quantité, combien reste-t-il ? »

[29] « Le quart de 155 *cruzados* et le vingtième de ses trois quarts cela fera combien ? »

[30] Nous utilisons la notation actuelle de la règle de trois simple et la monnaie portugaise de l'époque. Les valeurs utilisées par l'auteur sont les suivantes : 1 *cruzado* = 4 *tostões*, 1 *tostão* = 5 *vinténs*, 1 *vintém* = 20 *reais* [Mendes 1540, f. 7].

Ruy Mendes établit un modèle (un algorithme) facile à appliquer à une grande variété de problèmes, tel que l'énoncé suivant tiré du traité [Mendes 1540, f. 82] :

> *Hũa nao partio da India com* 500 *quintaes de pimenta : e chegando a Portugal achouse nella de quebra a razam de* 6 *por cento : preguntase primeiramente com quantos quintaes chegou a Portugal e esto sabido preguntase mais o quarto deles e a vintena dos seus tres quartos quantos seram : e tirados deles mesmos quãtos ficarã* »[31].

Ce problème aborde le sujet de la perte d'une partie d'une cargaison de poivre, ce qui était à l'époque une situation habituelle. Les produits transportés pouvaient souffrir d'un mauvais conditionnement entrainant leur détérioration ou bien disparaissaient complètement à cause des actes de piraterie ou d'un naufrage.

Comme le souligne Marques de Almeida [Almeida 1994, vol. I, p. 255], le traité a pour objectif de proposer des modèles (algorithmes) arithmétiques appliqués à des situations concrètes et objectives, ici en l'occurrence, le tribut dû à la *Casa dos Contos*, véritable Tribunal des Comptes de l'époque.

Un autre point intéressant est la manière dont l'auteur présente le problème. Le choix des questions peut laisser penser que chaque résultat obtenu a une destination propre. En effet le problème est rédigé afin de calculer trois valeurs distinctes : le quart de la marchandise a, le vingtième des trois quarts restants b, et finalement ce que le marchand va conserver après impôt, c. Ce triplet (a, b, c) se retrouve dans tous les énoncés de problèmes liés à la règle d'un quart et un vingtième. Est-ce un simple effet de l'algorithme proposé qui implique le calcul de résultats intermédiaires comme a et b, ou bien cette subdivision était-elle intentionnelle et résultait-elle d'une répartition particulière de l'impôt ? Une autre interprétation est que l'auteur décompose la résolution du problème en trois calculs élémentaires dans un souci pédagogique.

Nous allons maintenant aborder la deuxième règle locale : la règle des comptes de Flandre (*Regra da conta de Frandres*) qui correspond à une règle de conversion. En complément à la *Casa da Índia*, le comptoir d'Anvers (*feitoria de Antuérpia*) était à l'époque sous juridiction portugaise et était dédié à la distribution en Europe des produits venant de l'Orient. La monnaie en usage à Anvers (*livra* (livre), *soldo* (sou), *dinheiro* (denier), *mita* (mite))

---

31 « Un navire part des Indes avec 500 quintaux de poivre et, arrivant au Portugal, on déplore une perte de 6 pour cent de la marchandise. On demande premièrement combien de quintaux arrivent au Portugal. On demande encore quel est le quart et le vingtième des trois-quarts. Et retranché d'eux, combien reste t-il ? » [Mendes 1540, f. 82].

étant différente de celle du Portugal sur la place de Lisbonne, une conversion entre les deux systèmes a conduit à la définition de règles spécifiques regroupées sous le nom de *Regra da Conta de Frandres.* Nous reproduisons la résolution d'un problème telle qu'elle est faite dans le traité par Ruy Mendes.

Problème : « *Na qual digo primeiramẽte assim : pode por caso que arrova de frãdes tẽ* 25 *arrates ou livras como la se chamã e que hũ homẽ qr vẽder laa* 16 *arrovas de açucar a* 5 *dinheiros o arratal. Pregũta se quantas livras se montaria nelas* » [Mendes 1540, f. 83].

La première information, « *Na qual digo primeiramẽte assim : pode por caso que arrova de frãdes tẽ* 25 *arrates* » est la suivante : l'*arrova* de Flandre (mesure de poids au comptoir de Flandre qui à cette l'époque dépendait du Portugal) correspond à 25 *arratéis* ou *livres.* La deuxième information, « *hũ homẽ qr vẽder laa* 16 *arrovas de açucar a* 5 *dinheiros o arratal* », se traduit par : un homme souhaite vendre en Flandre 16 *arrovas* de sucre à 5 *dinheiros* (monnaie du comptoir de Flandre) l'*arratal* (unité de poids du comptoir de Flandre). Avec l'expression « *Pregũta se quantas livras se montaria nelas* », l'auteur pose la question de savoir combien sera le coût en livre. Comme on utilise différentes unités de poids et de monnaie le but est de réaliser deux conversions : unité de poids et unité monétaire afin de savoir ce que vaut le sucre en terme de poids et de monnaie dans les unités du comptoir de Flandre.

La première étape consiste à opérer une conversion de deniers en livres et 5 *dinheiros* sont $\frac{5}{240}$ *libras.* Ensuite, on convertit les *arrobas* en *arráteis* et 16 *arrobas* sont 400 *arráteis.* Finalement, on effectue le produit et on obtient le résultat suivant

8 *libras* 6 *soldos* 8 *dinheiros*

en tenant compte des correspondances données par l'auteur [Mendes 1540, f. 83] et que nous reproduisons dans la table (fig. 2).

	Livre (*Livra*)	Sou (*Soldo*)	Denier (*Dinheiro*)	Mite[32] (*Mita*)
Livre	1	20	240	5 760
Sou	1/20	1	12	288
Denier	1/240	1/12	1	24
Mite	1/5 760	1/288	1/24	1

FIGURE 2. Table monétaire au comptoir de Flandre.

En complément, Mendes propose une conversion du résultat, initialement en monnaie du comptoir de Flandre, dans la monnaie du Portugal.

Cette ultime conversion était très importante puisque l'on souhaitait connaitre la valeur au Portugal du capital réalisé en Flandre[33].

Monnaie au comptoir de Flandre	Monnaie portugaise *Real*[34]
Livre	1 200
Sou	60
Denier	5
Mite	1 e 1/4 *cetil*[35]

Pour conclure cette section, nous rappelons que ces deux règles apparaissent uniquement dans les ouvrages portugais[36], car elles sont liées au commerce international passant par Lisbonne et à sa gestion par la *Casa da Índia.* On ne trouve donc pas l'équivalent de ces règles dans les traités des autres pays, en particulier dans le *Sumario breve de la pratica de Aritmetica* de Juan Andrés.

4.2. *L'arithmétique traditionnelle*

La *Pratica d'Arismetica* de Ruy Mendes est un ouvrage essentiellement dédié à l'arithmétique commerciale. Pour autant, il apparait des thèmes qui sortent du contexte marchand. Un exemple, commun à beaucoup de traités d'arithmétique, concerne la détermination d'une racine carrée. L'ouvrage de Ruy Mendes traite la racine carrée de nombres entiers ou de fractions de carrés parfaits comme $\frac{9}{16}$. Nous reproduisons ici, en langage mathématique moderne un exemple de calcul de racine carrée tel qu'il est donné par Ruy Mendes [Mendes 1540, f. 51] : « *Quero decrarar hũa maneira pera saberdes tirar a raiz quadrada mais chegada que se possa a qualquer numero inteiro que nõ seja quadrado nẽ a tenha perfeita* »[37]. La question est de déterminer la racine carrée d'un nombre qui n'est pas un carré parfait. L'exemple porte sur le nombre 47.

---

33 Des trois arithméticiens auxquels nous nous référons, c'est Bento Fernandes qui propose le plus grand nombre de problèmes sur la règle de Flandres alors que les problèmes de changes ne sont pas mentionnés ni par Gaspar Nicolas, ni par Ruy Mendes. Son traité propose plusieurs problèmes en référence au négoce à Medina del Campo, centre très fréquenté par les marchands portugais.

36 [Nicolas 1963, ff.16-19,35, 36], [Mendes 1540, ff. 80-83], [Fernandes 1555, ff. 38-41].

37 « Je veux déclarer une manière pour calculer une racine la plus proche possible pour n'importe quel nombre entier qui ne soit pas un carré parfait » [Mendes 1540, f. 51].

En premier lieu, on détermine le carré parfait le plus proche de 47 (par valeur inférieure). Nous avons $6 \times 6 = 36$. Nous sommons 6 avec 1, $6+1 = 7$. Effectuons ensuite le produit $7 \times 7 = 49$. Et la différence $49 - 47 = 2$. Le double de 7 est 14. Alors nous écrivons la fraction $\frac{2}{14} = \frac{1}{7}$.

$$7 - \frac{1}{7} = \frac{48}{7} = \frac{6}{7}. \tag{1}$$

On peut considérer que $\sqrt{47} = 6\frac{6}{7}$.

L'expression clef (1) correspond au procédé déjà connu de Héron d'Alexandrie [Charbert et al. 1994, p. 231-232], que l'on peut résumer par la formule $a + \frac{A-a^2}{2a}$ où, dans notre cas, $A = 47$ et $a = 7$ est l'approximation entière la plus proche (par valeur supérieure) de $\sqrt{47}$.

Ruy Mendes mentionne alors la possibilité de calculer des racines carrées pour les fractions qui ne sont pas issues d'un quotient de carrés parfaits. L'argumentation n'apparaît pas clairement, mais il nous semble qu'il s'appuie sur l'idée d'effectuer le quotient des racines carrées des nombres entiers constituant la fraction. L'auteur ne présente pas d'exemple en avançant un argument commun : « *pera o qual nõ ponho enxempro por não alargar* »[38]. Dans cette même thématique dédiée aux nombres, Mendes propose un vaste ensemble de problèmes résolus par les règles de fausse position, simple ou double [Mendes 1540, ff. 84-94].

5. L'INFLUENCE DU *SUMARIO BREVE DE LA PRATICA DE ARITMETICA* SUR LA *PRATICA D'ARISMETYCA*

Relativement aux sources qui sont présentes dans les traités d'arithmétique portugais écrits au XVIe siècle, l'influence de Pacioli est uniquement revendiquée par Gaspar Nicolas dans quelques passages de son œuvre tandis que Bento Fernandes ne le mentionne pas. Sur ce dernier, Maria do Céu Silva [Silva 2008] démontre que Bento Fernandes ne connaissait pas la *Summa* et que ses références ont une autre provenance. Ruy Mendes est plus singulier puisque cette référence à Luca Pacioli n'apparaît pas explicitement tandis que Marques de Almeida [Almeida 1994, vol. I, p. 85] affirme que la principale source d'inspiration de Mendes fut le *Sumario breve de la pratica de Aritmetica* de Juan Andrés qui servit de modèle pour organiser la *Pratica*. L'architecture de l'ouvrage, organisé en sept traités, eux-mêmes divisés en chapitres, reprend l'organisation de l'œuvre du

38 « Pour lequel je ne donne pas d'exemple afin de ne pas trop augmenter la taille de l'ouvrage » [Mendes 1540, f. 51].

frère espagnol dont la publication eut lieu vingt-cinq ans avant l'édition de Ruy Mendes. L'objectif de cette section est d'examiner si le traité de Ruy Mendes est une adaptation de l'œuvre de Juan Andrés ou bien si nous sommes en présence d'un travail original, certes inspiré d'ouvrages antérieurs, mais présentant une approche novatrice et contenant un matériel nouveau. Dans cette optique, nous allons analyser quelques extraits des deux traités.

Sur Juan Andrés, nous savons peu de choses sinon qu'il fut religieux de Zaragoza et que son œuvre, *Sumario breve de la pratica de Aritmética,* fut publiée à Valence en 1515.

Sur la structure de son livre, Juan Andrés explique que « *...se cõtienẽ diez tratados y cada tratado cõtiene ciertos capítulos y cada capo cõtiene ciertos artículos* »[39]. Même s'il n'y a pas de référence explicite au *Sumario* dans l'œuvre de Ruy Mendes, on constate donc que celui-ci utilise une ossature similaire, composée de traités, chapitres et paragraphes (*tratados, capítulos e artículos*).

Néanmoins, on peut souligner quelques différences. L'arithmétique de Juan Andrés est constituée de dix traités contre sept pour Ruy Mendes. De même, alors que le Portugais prend soin de diviser chaque traité en sept chapitres, le frère espagnol utilise un nombre variable de chapitres par traité. À ce sujet, la structure de la *Pratica d'Arismetica* est unique au vu des autres arithmétiques publiées au Portugal. Gaspar Nicolas ne présente pas de table des matières et organise le *Tratado da Pratica Darismetica* en fonction des sujets à traiter. Pour sa part, Bento Fernandes [Silva 2008] présente les « *Tavoadas das regras e preguntas deste presente livro da arte de Arismetica assi como vam declaradas cada hũa em seu título* »[40]. Une autre différence notable entre les deux traités que nous comparons est la présence chez Andrés d'outils de calcul comme, par exemple, les tables relatives au calcul digital. On retrouve exactement les mêmes tables dans la *Summa de Aritmética, Geometria, Proportioni et Proporcionalita,* de Luca Pacioli, publiée à Venise en 1494, mais le traité de Ruy Mendes ne fait aucune référence à ce type de table ni même au calcul digital lui-même. Nous souhaitons aussi mettre en évidence une disparité entre les deux auteurs relativement à l'introduction des nombres. Dans le premier traité de son *Sumario,* Juan Andrés présente des éléments d'arithmétique spéculative. Il définit les quantités discrètes et continues, les nombres premiers et composés, puis les nombres pairs,

39 « ...on trouve dix traités et chaque traité contient un certain nombre de chapitres et chaque chapitre réunit plusieurs articles » [Andrés 1515, f. 3].

40 « Table des règles et des questions du présent livre de l'art de l'Arithmétique ainsi comme elles sont déclarées chacune dans son titre » [Fernandes 1555, tavoada].

impairs, linéaires, rectangulaires, carrés, solides, cubiques, sans oublier les nombres triangulaires, circulaires, abondants et parfaits.

Le choix d'introduire des éléments d'arithmétique spéculative parallèlement au calcul enseigné par les traités d'algorisme, est une pratique révélée par Maryvonne Spiesser [Spiesser 1999, p. 9] comme un témoignage de la division binaire, qui distingue d'une part les différentes techniques de calcul, d'autre part l'objectif en vue duquel on désire enseigner à calculer. Cette approche des nombres à la Boèce n'apparaît absolument pas dans le texte de Ruy Mendes puisque celui-ci aborde les chiffres[41] (*as letras*) de l'arithmétique dès le premier traité, alors que ces notions sont étudiées plus loin par Juan Andrés. Par contre, on peut noter quelques similitudes entre le deuxième traité de Juan Andrés et le premier traité lusitanien. Par exemple les deux introductions sont rédigées en termes très similaires et présentent les sept *species* de l'arithmétique :

> *Seguese o primeiro tractado deste presente livro : no qual decrararey as sete especias darte da rismetica por numeros inteiros : as quaes sam as seguintes. Nomear. Somar. Demenuir. Multiplicar. Repartir. E progressão. E tirar raízes quadradas e cubecas. O qual tractado tẽ sete capitolos e cada capitolo tẽ certas partículas*[42],

par Ruy Mendes. On a une introduction similaire par Juan Andrés :

> *Segundo tractado deste presente libro tracta delas siete especias del arte dela arismetica asaber es nombrar sumar restar multiplicar y partir progresion y extracion de rayzes quadradas y cubicas enel qual tratado se contienen siete capitulos y en cada capitulo se contienen ciertos artículos*[43].

Nous allons succinctement présenter les thèmes dominants de l'œuvre de Juan Andrés, en particulier les règles qui constituent l'essentiel de l'ouvrage, et les comparer à ceux de l'arithmétique de Ruy Mendes. La table (fig. 3) donne une liste résumée des principaux sujets abordés dans le *Sumario*. Il convient de préciser que la règle de la Chose est mentionnée, mais sans être étudiée ni utilisée dans le texte.

---

41 Nous nous référons aux chiffres de 0 jusqu'à 9.

42 « Voici le premier traité de ce livre : dans lequel je présenterai les sept espèces d'art de l'Arithmétique pour les nombres entiers : lesquels sont les suivants. Nommer (dénombrer). Sommer. Diminuer. Multiplier. Diviser. Et progression. Et calculer les racines carrées et cubiques. Le présent traité a sept chapitres et chaque chapitre contient plusieurs paragraphes » [Mendes 1540, f. 1].

43 « Le second traité de ce présent livre présente les sept espèces de l'art de l'Arithmétique à savoir dénombrer sommer multiplier et diviser les progressions et extraire des racines carrées et cubiques, lequel traité contient sept chapitres et chaque chapitre contient plusieurs articles » [Andrés 1515, f. 17].

(1) La définition du nombre
(2) La règle de troc
(3) Les opérations arithmétiques
(4) La règle d'alliage d'argent/alliage d'or
(5) La règle de trois
(6) La règle de change
(7) La règle de subdivision de la monnaie
(8) La règle de fausse position
(9) La règle des compagnies
(10) Les problèmes

FIGURE 3. Les sujets du *Sumario breve de la pratica d' Aritmetica.*

Comme nous l'avons souligné antérieurement, la *Pratica d'Arismetica* contient un ensemble de règles locales spécifiques au traitement de l'impôt, mais l'œuvre est essentiellement constituée des thèmes désormais traditionnels que l'on retrouve dans tous les traités d'arithmétique, en particulier dans celui de Juan Andrés. À ce titre, on observe de nombreuses parentés entre les deux traités puisqu'ils abordent les mêmes sujets classiques. On peut relever certains passages qui, lus en parallèle, ne présentent que d'infimes différences. On retrouve par exemple des définitions très similaires, exprimant les mêmes idées. Dans plusieurs situations, on rencontre des problèmes ou des exemples énoncés en termes très proches sinon identiques. Cela renforce l'idée que, soit Ruy Mendes a lu le traité de Juan Andrés, soit les deux auteurs se sont fondés sur une source commune. Afin d'étayer nos affirmations, nous mettons, ci-après, en parallèle des extraits des deux ouvrages.

5.1. *Textes similaires*

L'exemple choisi porte sur l'origine des nombres rompus (*números quebrados*). La version donnée par Ruy Mendes (fol. 35) dans son premier traité correspond au même texte dans le deuxième traité de Juan Andrés (fol. 56). La méthode d'introduction des fractions est identique avec une brève introduction que nous reproduisons ici, pour Ruy Mendes et Juan Andrés respectivement :

> *Na qual quero decrarar a quarta cousa que sera saber donde naceo ho tal numero quebrado e donde foy seu primeyro principio : pera o qual aveis de saber que ho numero quebrado naceo e principiou da especia de repartir por inteiro quando ficou algũa por repartir como tendes visto atras na dita especia : porque como ficou numero por repartir por causa de nom poder ho partidor ja nelle entrar foy necessário quebrar o que assi ficava pera o acabar de repartir : e como assi fez começou logo dali ho tal numero quebrado : e nam de nenhũa especia das de atras*[44]

[44] « Dans lequel je souhaite décrire une quatrième chose qui sera de savoir d'où provient le nombre rompu et quel est son principe premier : à ce propos, on doit savoir

et

> *Articulo terçero de donde nasce el numero quebrado : y has de saber que los numeros quebrados nascen de partir numeros enteros a numeros enteros asaber es quando el partidor no entra entegralmente enla suma partidera*[45].

Il y a un lien proéminant entre les affirmations des deux auteurs qui ont choisi le même verbe : naître. Ce choix semble être loin d'être une simple coïncidence.

5.2. *Exemples similaires*

Un des premiers exemples proposés par Juan Andrés pour mettre en œuvre l'algorithme de la multiplication concerne le produit de 7365 par 435 (présenté de manière abstraite sans l'associer à un problème concret). On retrouve exactement la même opération chez Ruy Mendes, mais dans un contexte différent : « 7365 *côvados de pano a* 435 *reais cada côvado*[46] *quantos reais são* ? »[47]. Cette approche de Ruy Mendes, la présentation des opérations dans un cadre concret, montre une fois de plus qu'il y a chez cet auteur une intention pédagogique manifeste. Un autre exemple concerne les racines carrées. Les deux auteurs se proposent de déterminer la racine carrée de 55225 en utilisant le même algorithme[48]. On note néanmoins quelques différences puisque Juan Andrés utilise la même abréviation que Pacioli, pour désigner la racine carrée d'un nombre « *y has de saber que extracion de* R^{q}... » [Andrés 1515, f. 51], alors que Ruy Mendes la nomme en langage naturel de manière extensive.

À propos de la racine carrée, nous soulignons une différence de langage dans l'introduction de chaque auteur. Ruy Mendes considère les racines associées à des nombres qui sont des carrés parfaits (racines propres) et des racines qui n'entrent pas dans le premier cas (racines impropres). L'auteur mentionne une relation entre un carré parfait et sa racine carrée,

---

que le nombre rompu naît et provient de l'espèce de répartir par un entier quand il reste quelque chose à répartir comme on a pu le voir avant sur la-dite espèce : parce que comme il reste un nombre à répartir et que le diviseur n'entre pas intégralement dans le nombre à diviser *il est nécessaire de rompre le reste pour finir de répartir : et c'est de là que commence le nombre rompu : il n'a pas commencé* par *aucune autre espèce* » [Mendes 1540, f. 35].

45 « ...tu dois savoir que les nombres rompus naissent de la division des nombres entiers par des nombres entiers, lorsque le diviseur n'entre pas intégralement dans la somme à diviser » [Andrés 1515, f. 56].

46 Unité de mesure utilisée pour les draps et soieries, égal à 3 pouces (66 cm).

47 « 7365 *côvados* de tissus à 435 *reais* chaque, cela fait combien de *reais* ? » [Mendes 1540, f. 13].

48 [Mendes 1540, f. 28], [Andrés 1515, f. 53].

mais déclare qu'il n'expliquera pas cette relation car il considère que c'est une question de géométrie, et que son but n'est pas de traiter ce sujet :

> *e este tal numero que assi se acha se chama rayz quadrada do outro : e o outro se chama numero quadrado : e nõ decraro aqui porque se chamẽ assi porque nõ faz o nosso proposito e entra ẽ materia de geometria. E aveis de notar que se nõ pode achar rayz da dita maneira a todolos numeros ãtes a muito poucos e aos outros lhe tiramos a rayz do mayor numero quadrado que neles esta : ou a mais chegada a elles : porẽ deles mesmos ẽ nenhũa maneyra se pode tirar a ponto : e aveis de notar que aquelas rayzes que multiplicadas por si mesmas fazẽ todo o tal numero chamamos rayzes propias e as que o nõ fazem chamamos nõ proprias*[49].

Sur le même thème Juan Andrés introduit les racines discrètes (pour les nombres qui sont des carrés parfaits) et sourdes ou racines non discrètes, dans les autres cas « ...*aquellas rayzes que se pueden apõto dar son dichas discretas si quiere quadradas oracionales y aquellas rayzes apunto no se pueden dar sino impropiamẽte son ditas rayzes sordas /o indiscretas...* »[50].

On trouve d'autres extraits, dont nous ne reproduirons pas la liste exhaustive, où les auteurs considèrent des problèmes identiques comme la cas de la racine carrée pour la fraction[51] $\frac{9}{16}$.

5.3. *Énoncés similaires*

Nous abordons maintenant les similitudes entre les énoncés présentés par les deux auteurs. Un exemple intéressant est la manipulation de carrés de nombres, qui est présente dans les deux livres. Dans la section dédiée aux nombres carrés les deux présentent exactement huit problèmes sur le même thème (pour Mendes, le thème proposé est « ...*algumas cousas sobre*

---

49 « Et c'est ce nombre qui se nomme ainsi racine carrée de l'autre, et cet autre qui se nomme nombre carré : mais je n'expliquerai pas ici pourquoi il s'appelle ainsi, car notre objectif n'est pas de traiter de la géométrie. Et on doit noter que l'on ne peut pas trouver la racine de cette manière pour tous les nombres, puisqu'il y a peu de nombres qui sont des carrés parfaits. Alors, pour les autres nombres, nous calculons la racine du carré parfait le plus proche : et pour ces nombres nous ne pouvons pas être plus précis : et on doit encore noter que les racines multipliées par elles-mêmes qui donnent exactement le nombre sont appelées racines propres et que les autres sont appelées racines impropres. » [Mendes 1540, f. 26].

50 « ... ces racines dont le carré redonne le nombre initial sont dites discrètes et ces racines dont le carré ne redonne le nombre initial que de manière approchée sont dites sourdes ou indiscrètes... » [Andrés 1515, f. 51].

51 Ils vont le présenter dans des sections différentes. Pour Ruy Mendes [Mendes 1540, f. 26], le problème de la racine carrée de 9/16 apparait dans la section de l'arithmétique des fractions alors que Juan Andrés [Andrés 1515, f. 53] intègre cet exemple dans la section dédiée aux racines carrées pour les entiers comme pour les fractions ; donc, de manière plus large, c'est la place des racines de fractions qui change.

numeros quadrados e tem 8 *particulas* »[52] et pour Andrés, « *Cap. tercero delos nũeros quadrados que contiene* 8 *articulos* »[53]), chacun des huit paragraphes ou articles correspond à un problème.

En tenant en compte de la rédaction et du choix des nombres utilisés, nous observons que cinq des huit énoncés proposés par Mendes sont les mêmes que ceux que l'on trouve dans le *Sumario*. Nous détaillons ci-après un cas représentatif : Rui Mendes énonce : « *Qual sera aquelle numero que tirando delle dez o que ficar seja numero quadrado e ajuntado lhe os mesmos dez : o que fizer seja tambẽ numero quadrado* »[54] et on trouve le même problème dans le *Sumario* « *Dame un numero que juntando con el* .10. *faça numero quadrado y quitando del* .10. *queda numero quadrado* »[55].

Nous donnons un autre exemple d'énoncé que les deux œuvres ont en commun. Pour Mendes, le problème se présente sous la forme suivante : « *Qual sera aquelle numero quadrado que tirãdo delle o que se montar nas tres rayzes suas fique numero quadrado e ajuntando lhe ho mesmo faça numero tambẽ quadrado* »[56].

Dans la *Pratica*, on trouve une extension de ce problème qui ne figure pas dans la section correspondante du *Sumario* traitant du cas des quatre racines : « *E se dissera que tirando delle o que se montasse nas quatro raízes suas ficasse quadrado : e ajuntando lhe ho mesmo fosse tambẽ quadrado* »[57]. On trouve aussi d'autres énoncés similaires comme la somme de deux nombres carrés ou la somme de trois nombres carrés donnant un nombre carré dans les deux traités[58].

Nous relevons que l'influence de l'œuvre de Juan Andrés sur le traité de Ruy Mendes va au-delà de la structure que les deux auteurs ont en commun. Ce dernier s'en est inspiré à diverses reprises, reprenant les énoncés ou les thèmes lui paraissant les plus adéquats sans pour autant en faire une simple traduction.

---

52 « ...quelques résultats sur les nombres carrés en 8 particules » [Mendes 1540, ff. 52-54].

53 « Troisième chapitre sur les nombres carrés en 8 articles » [Andrés 1515, ff. 13-16].

54 « Quel est le nombre qui, retranché de dix donnera un nombre carré et qui, ajouté à dix donne aussi un nombre carré » [Mendes 1540, f. 52].

55 « Donne moi un nombre qui, ajoutant .10. fait un nombre carré et qui retranchant .10. reste un nombre carré » [Andrés 1515, f. 15].

56 « Quel serait le nombre carré qui retranché de ses trois racines reste un nombre carré et qui ajouté de la même manière fait aussi un nombre carré » [Mendes 1540, f. 53] (au sujet de ce problème voir [Andrés 1515, f. 13]).

57 « Et que peut on dire que retranchant de lui [du nombre carré] ses quatre racines, il reste carré et ajoutant les mêmes soit aussi carré » [Mendes 1540, f. 53].

58 [Andrés 1515, f. 14], [Mendes 1540, ff. 53–54].

5.4. *Les quatre prépositions*

Un autre aspect notable de la *Pratica d'Arismetyca* est la présence d'un paragraphe (*partícula*) qui précède les opérations sur les nombres rompus (*quebrados*). Ruy Mendes introduit les quatre expressions avec/de/par/à (*« quatre dições que nos servem, cõ/de/por/a »*) qui vont être utilisées pour représenter les quatre opérations de base de l'arithmétique : l'addition, la soustraction, la multiplication et la division respectivement. Ces quatre prépositions se trouvent aussi dans le *Sumario* avec la même signification. Nous en comparons la mise en pratique dans le tableau ci-dessous, en tirant des œuvres respectives des deux auteurs des exemples où les nombres choisis sont les mêmes.

Pratica [Mendes 1540, ff. 39-45]	*Sumario* [Andrés 1515, ff. 60-68]
Sommant tant avec tant (*somando tantos **cõ** tantos*) 8 $\frac{2}{3}$ 17 cõ 9 $\frac{3}{4}$ $1\frac{5}{12}$	Tant avec tant (*tanto **con** tanto*) $\frac{2}{3}$ con $\frac{3}{4}$ pratica dela figura 8 $\frac{2}{3}$ 17 12 9 $\frac{3}{4}$ 05 17 ~~12~~ $1\frac{5}{12}$
Retranchant tant de tant (*tirando tantos **de** tantos*) 9 $\frac{3}{4}$ de 12 20 $\frac{5}{3}$ $2\frac{11}{12}$	De tant qui paye tant (***de** tanto qui en paga tãto*) $\frac{3}{4}$ de $\frac{5}{3}$ pratica dela figura 9 $\frac{3}{4}$ de 12 20 $\frac{5}{3}$ $2\frac{11}{12}$
Mutiplicant tant par tant (*multiplicãdo tantos **por** tantos*) $\frac{5}{6}$ 150 por 6 $\frac{30}{1}$ 25	Tant par tant (*tanto **por** tanto*) $\frac{5}{6}$ por $\frac{30}{1}$ pratica en figura $\frac{5}{6}$ 150 por 6 $\frac{30}{1}$ 25
Tant à repartir en tant (*tantos repartidos **a** tanto*) 3 $\frac{1}{2}$ a 4 $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$	Partager tant en tant (*partir tantos **a** tantos*) $\frac{1}{2}$ a $\frac{2}{3}$ pratica de la figura 3 $\frac{1}{2}$ a 4 $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$

On observe ici une forte similitude entre la *Pratica* et le Sumario, que ce soit en terme de langage ou en terme de schéma. Le traité de Gaspar Nicolas, bien que faisant partie du même corpus que la *Pratica d'Arismetica*, ne présente aucune section dédiée aux prépositions. Le fait que Mendes consacre une section complète à ce sujet traduit à nouveau son souci pédagogique. De plus, l'auteur accorde de l'importance au travail de mémorisation quand il écrit : « *Aveis de saber que temos quatro diçōes que aveis de trazer na memoria* »[59].

5.5. *Référence a Luca Pacioli*

Juan Andrés fait explicitement référence à Lucas de Borgo (Luca Pacioli). Par exemple, au sujet de la multiplication des fractions, il énonce que, contrairement à ce qu'affirme Lucas de Borgo :

> *multiplicando quebrado solo por quebrado solo nunca sale ningũ entero ni tanto quanto sea el menor delos estremos y multiplicando quebrado solo por entero y quebrado y asi mesmo multiplicando entero y quebrado por entero y quebrado puede salir el produzindo que sea entero com quebrado y puede salir el producido entero solo sin ningũ quebrado encara que Lucas de Burgo en su tratado mayor dize el cõtrario*[60].

De fait, l'arithmétique de Lucas de Borgo est un véritable modèle comme l'écrit lui-même le frère espagnol dans son ouvrage : « *La qual cosa se faze por la regla que Lucas de Burgo puso en su tratado mayor del qual tratado yo he sacado y cõpilado la mayor parte deste libro...* »[61].

Dans la *Pratica* de Ruy Mendes, le nom de Luca Pacioli (Lucas de Borgo) n'est pas explicitement cité, mais l'auteur reprend exactement le même exemple et la même argumentation que Juan Andrés sur les produits de fractions lorsqu'il écrit :

---

59 « Il est nécessaire de connaître les quatre mots et de les mémoriser » [Mendes 1540, f. 39].

60 « multiplier un nombre rompu seul par un nombre rompu seul ne donne jamais un nombre entier ni même autant que le plus petit des deux, et multiplier un nombre rompu seul par un nombre entier et rompu ou, de même, multiplier un nombre entier et rompu par un nombre entier et rompu, peut donner soit un nombre entier et rompu, soit un nombre entier seul sans partie rompue, contredisant ce que dit Lucas de Burgo sans son traité » [Andrés 1515, f. 65].

61 « laquelle chose se fait par la règle que Lucas de Burgos a mise dans son traité majeur, duquel j'ai tiré et compilé une grande partie de ce livre... » [Andrés 1515, f. 58].

> *E multiplicando por qualquer das outras quatro maneyras pode ho numero terceyro acertar de ser inteyro somente ou inteyro e quebrado juntamente. Dado caso que algũs aritmeticos disseram do contrayo na terceya e quarta maneya...*[62].

Bien que les deux textes transmettent la même idée, il y a une différence notable. Alors que le premier auteur cite explicitement Lucas de Borgo, le second mentionne « quelques arithméticiens » sans autre précision. Quelles motivations ont poussé Ruy Mendes à ne pas donner de nom ? Une chose est sûre, Mendes écrit qu'il connait les travaux d'autres arithméticiens (notons le pluriel). Fait-il implicitement référence à Pacioli et à Andrés ? Cet extrait est singulier, car Mendes y conteste un résultat qui est exactement le même que celui à propos duquel Andrés attribue une erreur à Pacioli.

Mendes reprend-il à son compte la critique de Andrés ou bien a-t-il lu la *Summa* ? Nous ne possédons pas d'informations suffisantes pour répondre à cette question. Il n'y a pas de doute que la *Summa de arithmetica geometria proportioni et proportionalità* de Pacioli était connue au Portugal au début du XVIe siècle. Il en existe un exemplaire à la Bibliothèque Nationale du Portugal dans l'édition de 1494 [Pacioli 1494] et Gaspar Nicolas, cite aussi le Frère Lucas de Borgo dans son *Tratado da Pratica Darismetica* (1519), admettant avoir extrait et utilisé beaucoup de problèmes de son œuvre et par là même montrant une bonne connaissance de son contenu [Nicolas 1963, f. 54]. Par ailleurs, Nunes le cite aussi au *Libro de Algebra.* Pour autant, Ruy Mendes ne mentionne pas le nom de Lucas Borgo et la question reste ouverte.

CONCLUSION

Le traité de Ruy Mendes est remarquable par son organisation et sa méthodologie. Le choix délibéré de l'auteur d'introduire ses thèmes et de préciser ses motivations avant d'entrer dans le cœur du sujet, révèle une approche qui se veut pédagogique, orientée vers l'enseignement. Malgré ce soin apporté à la conception de l'ouvrage, celui-ci ne reçut qu'un succès très mitigé puisque l'on ne recense qu'une seule édition avec probablement un nombre réduit d'exemplaires. Ruy Mendes s'est adapté aux

62 « Et en multipliant par n'importe laquelle des quatre autres manières, on peut assurer que le troisième nombre sera un nombre entier ou un nombre entier et rompu. Compte tenu que quelques arithméticiens disent le contraire pour la troisième et quatrième manières. » [Mendes 1540, f. 44].

nécessités du marché de Lisbonne en développant des sujets administratifs et commerciaux spécifiques tels que les règles de compte de Flandre et la règle d'un quart et un vingtième provenant de la *Casa da Índia.*

À l'époque que nous considérons, il était très usuel de copier sans citer ses sources. Les auteurs lusitaniens[63] n'ont pas dérogé à cette pratique. Des trois arithméticiens du XVIe siècle, Gaspar Nicolas est le seul à mentionner explicitement Luca Pacioli dans certains passages de son œuvre. Analysant de plus près la *Pratica* et le *Sumario,* nous partageons le point de vue de Marques de Almeida lorsqu'il affirme que le *Sumario* de Juan Andrés, qui est considéré comme un traité plus modeste que son modèle italien [Labarthe 2004, vol. p. 34], fut une source directe importante pour la conception de la *Pratica.* Toutefois Ruy Mendes n'a pas effectué une simple traduction du traité d'Andrés. Certes il s'appuie sur des ouvrages antérieurs en reprenant des thèmes, des problèmes et des exemples, comme il le reconnaît lui-même, « *assuntos ja vistos em outras obras mas que serão mais detalhados e organizados no livro ao ponto de não haver necessidade de mestre para as ensinar* »[64], mais il y insufle un style tout personnel. Si les deux œuvres se distinguent sur la forme et sur les thèmes spécifiques au contexte lusitanien, elles se retrouvent dans une structure commune, dans les textes, les énoncés et les exemples similaires, aussi bien que sur d'autres sujets comme, par exemple, l'utilisation des quatre prépositions, ce qui nous conduit à renforcer l'idée de l'influence du traité de Juan Andrés sur cette arithmétique portugaise. Les mondes lusitanien et hispanique de cette époque sont unis par les liens étroits, partageant les mêmes préoccupations sur le développement du négoce outre-Atlantique et les mêmes objectifs en termes d'expansion maritime. Un exemple remarquable de cette forte interaction fut l'introduction du bilinguisme (portugais et castillan) imposée par Dom Manuel I au début du XVIe siècle, en raison de ses mariages avec des princesses castillanes. Ceci tend à démontrer qu'il existait entre les deux régions des échanges importants de savoirs et de cultures, et plus particulièrement une circulation de livres. La *Pratica d'Arismetica* de Ruy Mendes en est une illustration.

63 [Nicolas 1963], [Mendes 1540], [Fernandes 1555].

64 « Sujets déjà vu dans d'autres œuvres mais qui seront détaillés et organisés dans son livre au point de ne pas avoir besoin d'un maitre pour enseigner » [Mendes 1540, prologo].

Remerciements

L'auteur remercie les professeurs Helmuth Malonek, Maryvonne Spiesser, Éliane et Louis Clain pour leurs suggestions dans l'élaboration de ce document, ainsi que toute l'équipe éditoriale de la *Revue d'Histoire des Mathématiques,* en particulier Dominique Tournès pour une dernière révision linguistique. L'auteur est aussi redevable à la Fundação para a Ciência e Tecnologia pour son soutien financier sous la référence SFRH/BD/66637/2009.

RÉFÉRENCES

Almeida (A. A. Marques)

[1993] *Capitais e capitalistas no comércio da especiaria,* Lisboa : Edições Cosmos, 1993.

[1994] *Aritmética como descrição do real (1519-1679),* vol. 1, 2, Lisboa : Imprensa Nacional, Casa da Moeda, 1994.

[1998] A Matemática no tempo dos descobrimentos, dans *Grupo de trabalho do Ministério da Educação para as Comemorações dos descobrimentos Portugueses,* Lisboa, 1998.

Alonso (Hilario Casado)

[1990] Comercio Internacional y Seguros Marítimos en Burgos en la época de los Reyes Católicos, dans *Actas do Congresso Bartolomeu Dias e a sua epoca* Universidade de Porto, 1990, p. 221–238.

Andrés (Juan Mossen)

[1515] *Sumario breve de la prática de la Aritméthica de todo el curso del Arte mercantivol bien declarada el qual se llama maestro de cuento,* Valência : Juan Joffre, 1515.

Aubin (Jean)

[2006] *Le latin el l'astrolabe, études inédites sur le règne de D. Manuel (1495-1521),* Paris : Fondation Calouste Gulbenkian, Centre culturel portugais, 2006.

Barata (Filipe Themudo)

[1998] *Navegação, comércio e relações políticas : os portugueses no Mediterrâneo Ocidental (1385-1466),* Lisboa : Fundação Calouste Gulbenkian, 1998.

Buescu (Ana Isabel)

[2007] Livros e livrarias de reis e de príncipes entre os séculos XV e XVI. Algumas notas, *eHumanista,* 8 (2007), p. 143–170.

CARVALHO (Joaquim Barradas)
[1983] *À la recherche de la spécificité de la Renaissance portugaise-L'*Esmeraldo de situ orbis *de Duarte Pacheco Pereira et la littérature portugaise de voyages à l'époque dês grandes découvertes (Contribution à l'étude des origines de la pensée moderne)*, Paris : Fondation Calouste Gulbenkian, Centre culturel portugais, 1983.

CARVALHO (Rómulo)
[1996] *História do Ensino em Portugal*, Lisboa : Gulbenkian Educação, 1996.

CASTRO (Armando)
[1983] Actividade comercial e financeira, dans Saraiva (José Hermano), éd., *História de Portugal 1245–1640*, vol. 1, Lisboa : Publicações Alfa, 1983, p. 691–710.

CAUNEDO DEL POTRO (Betsabé)
[2009] Un Manual de Aritmética mercantil de Mosén Juan Andrés, *Pecvnia*, 8 (2009), p. 71–96.

CHARBERT (Jean-Luc) et al.
[1994] *Histoire d'algorithmes, du caillou à la puce*, Paris : Belin, 1994.

DIAS (José Sebastião da Silva)
[2006] *Portugal e a cultura europeia (séculos XVI a XVIII)*, Porto : Editores Campo das Letras, 2006.

DOCAMPO (Javier)
[2004] *La formación matemática del mercador catalán 1380-1521. Análisis de fuentes manuscritas*, thèse de doctorat, Universidade de Santiago de Compostela, 2004.

[2006] Reading Luca Pacioli's *Summa* in Catalonia : An early 16th-century Catalan manuscript on algebra and arithmetic, *Historia Mathematica*, 33 (2006), p. 43–62.

FERNANDES (Bento)
[1555] *Tratado da Arte de Arismetica*, Porto : Francisco Correa, 1555.

GODINHO (Vitorino Magalhães)
[1963–1971] *Os descobrimentos e a economia mundial*, vol. 1, Lisboa : Editorial Presença, 1963–1971.

GUINOTE (Paulo J. A.)
[2003] India Route Project : Ascensão e declínio da *Carreira da Índia* (séculos XV-XVIII), 2003 ; `http://nautarch.tamu.edu/shiplab/01guifrulopes/Pguinote-nauparis.htm`.

JACA (Carlos)
[2007] Relance sobre ... O ensino em Portugal no período anterior à fundação da Universidade, 2007 ; `http://www.esas.pt/jaca/docs/Conferencia%20ensino.pdf`.

Jorge (Fátima)

[2008] *Formação Inicial de Professores do Ensino Básico : Um percurso centrado na história da matemática*, thèse de doctorat, Universidade de Aveiro, 2008.

Katz (Victor)

[1998] *A history of Mathematics : An Introduction*, Pearson Education, Inc., 1998.

[2010] *História da Matemática*, Lisboa : Fundação Calouste Gulbenkian, 2010 ; trad. de [Katz 1998].

Labarthe (Marie-Hélène)

[2004] *Premières arithmétiques imprimées des Espagnes : une hiérarchie des problèmes au service des procédés de résolution*, thèse de doctorat, Université Paul Sabatier, Toulouse 3, 2004.

Leitão (Henrique)

[2002] *Pedro Nunes, 1502-1578 : novas terras, novos mares e o que mays he : novo ceo e novas estrellas*, Lisboa : Biblioteca Nacional, 2002.

Leitão (Henrique) & Martins (Lígia)

[2004] *O Livro Científico dos Séculos XV e XVI : Ciências Físico-Matemáticas na Biblioteca Nacional*, Lisboa : Ministério da Cultura, Biblioteca Nacional, 2004.

Machado (Diogo Barbosa)

[1741–1759] *Bibliotheca Lusitana historica, critica e cronologica na qual se comprehende a noticia dos Authores Portuguezes, e das Obras, que compuserão desde o tempo da promulgação da Ley da Graça até o tempo prezente : Offerecida à Augusta Magestade de D. João V nosso senhor/por Diogo Barbosa Machado*, Lisboa Occidental : António Isidoro da Fonseca, 1741–1759.

Matos (Luís)

[1950] *Les Portugais à l'université de Paris entre 1500 et 1550*, Coimbra : Universidade de Coimbra, 1950.

Mendes (Ruy)

[1540] *Pratica d'Arismetica*, Lisboa : Germão Galharde, 1540.

Mota (Bernardo)

[2011] *O estatuto da Matemática em Portugal nos séculos XVI e XVII*, Fundação Calouste Gulbenkian, Fundação para a Ciência e a Tecnologia, 2011.

Neves (Bruno Gonçalves)

[2004] A Carga e a Descarga das Naus da Índia, dans *O Mar : Um Oceano de Oportunidades* Universidade de Lisboa, Jornadas do Mar, 2004.

Nicolas (Gaspar)

[1963] *Tratado da Pratica Darismetica (1519), edição fac-similada*, Porto : Livraria Civilização, 1963.

Nunes (Pedro)

[2010] *Libro de Algebra en Arithmetica y Geometria*, Lisboa : Academia das Ciências de Lisboa e Fundação Calouste Gulbenkian, 2010.

PACIOLI (Luca)
[1494] *Sūma de Arithmetica, Geometria, Proportioni & Proportionalita*, Venezia : Paganinus de Paganinis, 1494.

PERES (Damião)
[1947] *Regimento das Cazas das Índias e Mina*, Coimbra : Universidade de Coimbra, 1947.

RAMOS (Rui), SOUSA (Bernardo Vasconcelos) & MONTEIRO (Nuno Gonçalo)
[2009] *História de Portugal*, Lisboa : Esfera dos Livros, 2009.

RAU (Virginia)
[1972] *Alguns estudantes e eruditos portugueses em Itália no século XV*, Do tempo e da História, vol. 5, Lisboa : Centro de Estudos Históricos, 1972.
[2009] *A Casa dos Contos*, Lisboa : Imprensa Nacional, Casa da Moeda, 2009.

SARAIVA (António José) & LOPES (Óscar)
[1978] *História da Literatura Portuguesa*, Porto : Porto Editora, 1978.

SERRÃO (Joaquim Veríssimo)
[1954] *Portugueses no Estudo de Toulouse*, Universidade de Coimbra, 1954.

SILVA (M. Céu)
[2008] The algebraic contents of Bento Fernandes's *Tratado da arte de arismética* (1555), *Historia Mathematica*, 35 (2008), p. 190–219.
[2011] *A obra matemática de Juan Pérez de Moya no contexto dos saberes matemáticos do século XVI*, Thèse, Universidade do Porto, 2011.

SPIESSER (Maryvonne)
[1999] *Entre théorie et pratique : le* Compendy de la Praticque des Nombres *de Barthelemy de Romans et Mathieu Prehoude (1471) (aspects mathematiques, linguistiques et culturels)*, thèse de doctorat, École des Hautes Etudes en Sciences Sociales, 1999.

TORRES (Ana M. Carabias), éd.
[1994] *Las relaciones entre Portugal y Castilla en la época de los descubrimentos y la expansión colonial*, Ediciones Universidad de Salamanca, 1994.

APPENDICE A

TABLE DES SUJETS (TRANSCRIPTION) : MENDES (RUY), *PRATICA D'ARISMETYCA*, GERMÃO GALHARDE, LISBOA, 1540

Nomear por numeros inteyros 1
  Os graos por ordem 3
Somar por inteiros pela primeira maneyra 4
  A prova de nove da dita especia 5
  A prova de Sete 5
  A prova real 10
Somar por inteiro pola segunda maneyra 6