Revue d'Histoire des Mathématiques

La nouvelle géométrie du triangle à la fin du XIXe siècle : des revues mathématiques intermédiaires aux ouvrages d'enseignement

Romera-Lebret, Pauline

Tome 20 Fascicule 2

2014

SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE

Publiée avec le concours du Centre national de la recherche scientifique

Secrétariat :
Nathalie Christiaën
Société Mathématique de France
Institut Henri Poincaré
11, rue Pierre et Marie Curie, 75231 Paris Cedex 05
Tél. : (33) 01 44 27 67 99 / Fax : (33) 01 40 46 90 96
Mél : `revues@smf.ens.fr` / URL : `http//smf.emath.fr/`

Périodicité : La *Revue* publie deux fascicules par an, de 150 pages chacun environ.

Tarifs : Prix public Europe : 80 €; prix public hors Europe : 89 €;
prix au numéro : 43 €.
Des conditions spéciales sont accordées aux membres de la SMF.

Diffusion : SMF, Maison de la SMF, Case 916 - Luminy, 13288 Marseille Cedex 9
Hindustan Book Agency, O-131, The Shopping Mall, Arjun Marg, DLF Phase 1, Gurgaon 122002, Haryana, Inde
AMS, P.O. Box 6248, Providence, Rhode Island 02940 USA

Maquette couverture : Armelle Stosskopf

Revue d'histoire des mathématiques
20 (2014), p. 253–302

LA NOUVELLE GÉOMÉTRIE DU TRIANGLE À LA FIN DU XIX[e] SIÈCLE : DES REVUES MATHÉMATIQUES INTERMÉDIAIRES AUX OUVRAGES D'ENSEIGNEMENT

Pauline Romera-Lebret

Résumé. — À la fin du xix[e] siècle, un nouveau chapitre de géométrie élémentaire apparait dans des manuels d'enseignement pour les classes préparatoires : la nouvelle géométrie du triangle. Cet article se propose d'analyser la disciplinarisation de la nouvelle géométrie du triangle depuis son statut de recherches isolées portées par un réseau d'auteurs à celui de chapitre de géométrie. Le caractère intermédiaire tant des contenus mathématiques que des profils des auteurs ou encore des journaux qui permettent la circulation des recherches apporte un éclairage intéressant sur la diversité du milieu mathématique en France dans la deuxième moitié du xix[e] siècle.

Abstract (The new triangle geometry at the end of the 19th century : from intermediate mathematical journals to textbooks)

At the end of the 19th century, a new chapter in elementary geometry appears in textbooks for the French *classes préparatoires*: the "new triangle geometry." The present paper analyses the evolution of this new triangle geometry from its initial status of isolated research contributions provided by a network of authors, to its standing as a chapter of geometry. The mathematical contents, the authors' profiles and the journals which allowed the circulation of this research all have an intermediate character. This highlights in a new way the texture of the mathematical community in France during the second half of the 19th century.

Texte reçu le 3 novembre 2011, révisé le 2 février 2014 et le 8 août 2014, accepté le 8 août 2014.

P. Romera-Lebret, Université Paris 8.

Classification mathématique par sujets (2010) : 01A55, 01A60, 01A80, 01A85, 51-03.

Mots clefs : Nouvelle géométrie du triangle, disciplinarisation, xix[e] siècle, xx[e] siècle, revues, manuels, classes préparatoires, milieu mathématique.

Key words and phrases. — New triangle geometry, disciplinarization, 19th century, 20th century, journals, textbooks, mathematical community.

1. INTRODUCTION[1]

Proposer un travail historique sur la « nouvelle géométrie du triangle » suppose de préalablement questionner le sens de l'adjectif « nouvelle ». En référence à quoi ce corpus de connaissances est-il qualifié nouveau ? Que recouvre cette expression utilisée à la fin du XIX^{e} siècle dans des articles de mathématiques par exemple dans [Longchamps 1887, p. 34] ou encore [Lemoine 1887, p. 32] ?

Cette question a fait l'objet d'un travail historique publié en 1995 par le mathématicien et historien Philip J. Davis [1995] dans lequel il énumérait plusieurs des définitions de la géométrie du triangle qui existent. La plus élémentaire et la plus intuitive consiste à dire qu'il s'agit de l'étude des objets remarquables du triangle : points, droites, cercles et coniques. Les trois médiatrices, les trois médianes, les trois hauteurs et les trois bissectrices sont par exemple des droites remarquables du triangle, et leurs intersections respectives sont quatre points remarquables étudiés depuis longtemps. Au XVIII^{e} siècle, Euler propose « une synthèse d'ordre plus élevé » [Lalesco 1952, p. 1] en regroupant les propriétés des objets classiques du triangle autour du cercle des neuf points, permettant ainsi de lier géométriquement les points remarquables connus. Davis rappelle aussi la définition moderne de Felix Klein dans le Programme d'Erlangen[2] : la géométrie du triangle est la théorie des invariants de cinq points pour le groupe projectif.

Enfin, Davis propose comme définition du corpus qui nous intéresse « l'étude des points, des droites, des cercles et des coniques remarquables du triangle[3] » [Davis 1995, p. 205]. Cette définition n'est pas la sienne,

---

1 Cet article est en partie tiré de ma thèse, dirigée par Evelyne Barbin-Guitart. C'est un plaisir que de la remercier ici pour les conseils et le soutien bienveillant qu'elle m'a apportés et qu'elle continue à me prodiguer. Qu'il me soit également permis de remercier Olivier Bruneau et Caroline Ehrhardt pour leurs relectures attentives et leurs remarques avisées. Je remercie enfin sincèrement Hélène Gispert et Philippe Nabonnand pour leurs critiques fondées et constructives portées sur la version initiale soumise et pour leur accompagnement pendant la rédaction finale.

2 Quand il obtient son poste de professeur à l'Université d'Erlangen en 1872, Felix Klein effectue le traditionnel discours de présentation et publie un programme de recherche, connu de nos jours comme « le programme d'Erlangen » [Klein 1891]. Le discours de Klein et son programme d'Erlangen ont longtemps été confondus, voir à ce sujet [Rowe 1983].

3 « Accordingly, Berkhan and Meyer proposed as a definition of triangle geometry, "the study of distinguished points, lines, circles and conics of a triangle", leaving as far as I can see, the definition of what is distinguished or remarkable about a point to one's subjective judgment » [Davis 1995, p. 205].

il reprend celle donnée en 1914 par Berkhan et Meyer dans le volume de l'*Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften*[4] dédié à la nouvelle géométrie du triangle [Berkhan & Meyer 1914, p. 1179][5]. Ces derniers reprennent eux-mêmes la définition donnée par l'italien Alasia en 1900, c'est-à-dire à l'époque même des travaux sur ce sujet, à savoir « la nouvelle géométrie du triangle a pour objet l'étude des points et des lignes remarquables du triangle[6] » [Alasia 1900, p. 3]. C'est un travail compilatoire que celui que propose Alasia avec cet ouvrage, reprenant les résultats publiés les années précédentes principalement en France et en Allemagne mais aussi au Royaume-Uni. Quel que soit le support (source secondaire, encyclopédie, ouvrage compilatoire contemporain aux recherches), et quelle que soit la langue (anglais, allemand, italien et cela est le cas en français[7]), c'est une définition pérenne et d'une grande simplicité qui permet donc de circonscrire le corpus pour lequel cet article propose un travail historique.

Il est intéressant, cependant, de noter le vocabulaire utilisé dans ces différentes langues pour cette définition. Le mot « remarquable » y est soit traduit littéralement, soit remplacé par un terme qui se veut équivalent,

---

4 La publication de cette encyclopédie débute en 1898. À l'origine c'est une entreprise internationale, selon le vœu de l'initiateur du projet, Felix Klein. Le but était « de faire connaître l'état des mathématiques contemporaines en rendant compte de leur développement historique » [Gispert 1999, p. 345]. Le volume concernant la nouvelle géométrie du triangle paraît en 1914, à la veille de la première guerre mondiale, et ne connaîtra pas de traduction française. Au sujet de l'*Encyklopädie* on peut consulter [Rowe 1989] et [Gispert 1999].

5 « Nach den vorliegenden Ausführungen können und wollen wir die neuere Dreiecksgeometrie, in Übereinstimmung mit Alasia und anderen umschreiben als "die Lehre von den merkwürdigen Punkten und Geraden, Kreisen und Kegelschnitten des Dreiecks" » [Berkhan & Meyer 1914, p. 1179].

6 « La Nuova Geometria del triangolo ha per oggetto lo studio dei punti e linee notevoli del piano del triangolo » [Alasia 1900, p. 3].

7 Une lettre du Jésuite Auguste Poulain est insérée dans l'introduction de l'ouvrage d'Alasia dans laquelle il le félicite de « vulgariser » la nouvelle géométrie du triangle en Italie. Poulain est lui-même l'auteur d'un ouvrage éponyme sur ce sujet [Poulain 1892] dans lequel se trouve une définition similaire de la nouvelle géométrie du triangle : « Voici l'idée de la nouvelle science. Soit un triangle *ABC*. Jusqu'ici on avait défini et nommé un certain nombre de droites remarquables de ce triangle ; par exemple, les bissectrices, les hauteurs, les médianes, les médiatrices. [...] Et de même certains points remarquables [...] Ces droites et ces points permettaient de formuler une foule de théorèmes. Mais on s'est dit : si nous parvenions à définir et à nommer un nombre bien plus considérable de droites et de points remarquables, il est à croire que le nombre des énoncés que nous aurions alors l'idée et la facilité de formuler deviendrait lui-même immense » [Poulain 1892, pp. 3–4].

mais son usage en français même n'est pas stable tout au long de notre période. Une recherche par titre dans la bibliographie indique que son utilisation, de toute façon très modérée, diminue avec la mise en cohérence des résultats des recherches, l'avancée et la diffusion de ces recherches et la mise en place d'une terminologie commune qu'a réclamée Vigarié. Celuici explique ainsi qu'au milieu des années 1880, « la quantité de points et de lignes remarquables connus à ce moment fait songer à créer une terminologie logique et uniforme » [Vigarié 1889, p. 125].

À partir du début du XIX^e^ siècle, de nouveaux objets remarquables du triangle sont étudiés. Les premiers travaux apparaissent en Allemagne en particuliers avec Crelle (1780–1855), Grebe (1804–1874), Jacobi (1804–1851) et Nagel (1821–1903). Mais ces travaux sont isolés et diffus et les éventuels liens existants entre les objets remarquables ne sont pas mis en avant. En France, dans le dernier tiers du siècle, deux anciens élèves de l'École polytechnique, Émile Lemoine, ingénieur, et Henri Brocard, militaire, bientôt suivis par d'autres auteurs, vont initier un renouveau d'intérêt pour l'étude des objets remarquables du triangle dont l'ensemble coordonné sera désigné par les auteurs des recherches par l'expression « nouvelle géométrie du triangle » ou encore « géométrie récente ». Les auteurs des recherches utilisent parfois simplement « géométrie du triangle » comme c'est le cas dans la citation du Frère Gabriel-Marie de 1896 [1920, p. 1130] mentionnée un peu plus loin dans cette introduction. Ce corpus sera intégré dans les dernières années du siècle en tant que nouveau chapitre de la géométrie élémentaire dans des ouvrages scolaires français mais aussi irlandais. L'ensemble des connaissances désignées par le terme « nouvelle géométrie du triangle » consiste à prendre un triangle de référence, à construire à partir de lui des points, des droites et des cercles remarquables et à regarder la façon dont ils sont liés, c'est-à-dire s'il existe un mode de conjugaison (ou une transformation) pour passer de l'un à l'autre.

En 1896, comme « la Géométrie s'est enrichie d'un chapitre très intéressant » [Frère Gabriel-Marie 1920, p. xvii], le Frère Gabriel-Marie, de l'Institut des Frères des Écoles chrétiennes, intègre « une série d'Exercices élémentaires très intéressants sur la Géométrie du triangle » [Frère Gabriel-Marie 1920, p. ix] à la troisième édition de ses *Exercices de Géométrie* [Frère

Gabriel-Marie 1920][8]. Ce contemporain des développements de ces nouvelles connaissances est un pédagogue reconnu[9] dont le goût pour les développements historiques dans la dizaine de manuels qu'il a rédigés et un certain éloignement positionnel vis à vis des auteurs les plus productifs, dû à son habit lassallien, rendent les citations pertinentes et révélatrices de l'accueil fait par la communauté des professeurs à cette nouvelle théorie. Il précise ainsi en 1896 :

> On a toujours considéré dans le plan du triangle des points et des droites remarquables ; néanmoins c'est surtout depuis 1873 que l'étude du triangle a été l'objet de recherches nombreuses et fécondes ; l'ensemble des résultats obtenus et coordonnés a reçu le nom de Géométrie du triangle ou de Géométrie récente. [Frère Gabriel-Marie 1920, p. 1130]

F.G.-M. mentionne deux des appellations utilisées par les auteurs à cette époque, à savoir « Géométrie du triangle » et « Géométrie récente » mais nous avons déjà évoqué les utilisations de l'expression « nouvelle géométrie du triangle » chez Longchamps [Longchamps 1887, p. 34] ou encore Lemoine [Lemoine 1887, p. 32] dix ans plus tôt.

Trois périodes peuvent être dégagées de l'analyse des travaux sur la nouvelle géométrie du triangle. La période 1873–1881 rassemble les recherches indépendantes, les années 1882–1887 correspondent à la confrontation des résultats, quand la période 1888–1905, enfin, symbolise le temps de la mise en cohérence. Les dates de 1873 et 1881 renvoient à deux conférences fondamentales faites dans le cadre des congrès de l'Association française pour l'avancement des sciences (A.F.A.S.) : la première, effectuée par Lemoine [1873], marque chronologiquement le début des recherches [Vigarié 1889] et la deuxième, énoncée par Brocard, propose la quintessence de ses travaux. Concernant 1888, la nouvelle géométrie du triangle est alors présentée pour la première fois en tant que théorie dans un ouvrage scolaire [Casey 1888]. Depuis 1885, des bibliographies de la nouvelle géométrie du triangle sont présentées régulièrement lors des congrès de l'A.F.A.S. par Lemoine [Lemoine 1885a] et Vigarié [Vigarié 1889; 1895]. La quatrième et dernière bibliographie, transmise par Brocard [1906] mais compilée par Alasia, est présentée à l'A.F.A.S. quand

---

8 Six éditions paraissent entre 1877 et 1920. Une réimpression de la dernière édition historique est effectuée en 1991 par les éditions Jacques Gabay. Peu de changement existe entre cette 6e version et la 3e qui incorpore un chapitre sur la nouvelle géométrie du triangle.

9 Les diverses notices bibliographies des ouvrages de F.G.-M., écrites par Adolphe Buhl et insérées dans la revue l'*Enseignement Mathématiques* sont toutes unanimes sur ce point.

l'intérêt pour les recherches sur la nouvelle géométrie du triangle diminue. L'arrêt de ce travail bibliographique, qui manifeste la volonté des auteurs de faire circuler les nouvelles recherches, indique qu'un tel travail de compilation n'était plus ni attendu, ni demandé. Cela correspond aussi à la mort des auteurs historiques et marquants de la nouvelle géométrie du triangle qui continuaient à produire des recherches sur le sujet.

Nous nous proposons de dégager et d'analyser le passage de la nouvelle géométrie du triangle depuis son état primaire de recherches mathématiques, dans les années 1870, jusqu'à son état de nouveau chapitre de géométrie élémentaire au début du XXe siècle.

Dans une première partie, nous proposons de présenter la dizaine d'auteurs moteurs de la recherche sur la nouvelle géométrie du triangle, en grande partie diffusée par les revues mathématiques intermédiaires. Nous nous interrogerons sur la pertinence de désigner par « communauté » ce groupe de mathématiciens et préciserons les modalités de fonctionnement de ce réseau, si tant est qu'il soit possible de les regrouper sous ce terme.

La seconde partie sera tournée vers les pratiques communes de ces auteurs, en particulier avec l'usage des coordonnées trilinéaires et barycentriques, ainsi que vers les outils mathématiques qu'ils utilisent. Nous nous intéresserons aux nouveaux modes de conjugaisons mis à jour comme les points brocardiens.

La troisième et dernière partie s'intéressera à la disciplinarisation en tant que telle de la nouvelle géométrie du triangle. Elle est réalisée par deux moyens : d'abord en intégrant les travaux mathématiques antérieurs à 1873, ensuite en généralisant et théorisant les recherches déjà obtenues. Il s'agira alors d'analyser épistémologiquement un exemple de passage du statut d'outil à celui de sujet des articles de recherches dans le cas de l'inversion isogonale.

Ces trois parties permettront d'éclairer de manière croisée le passage de la nouvelle géométrie du triangle dans les ouvrages d'enseignement, que nous présenterons en fin de cette étude.

Il semble opportun de préciser dans cette introduction ce que sont les objets mathématiques de la nouvelle géométrie du triangle.

Parmi les objets remarquables de cette nouvelle géométrie du triangle se trouve le point de Lemoine (K), intersection des symédianes (fig. 1). Dans ses premiers travaux, Lemoine définit la symédiane comme le lieu

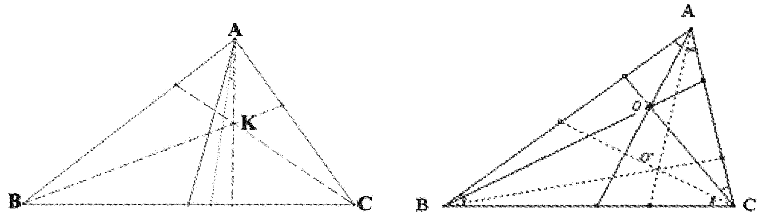


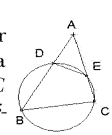
FIGURE 1.

des milieux des antiparallèles[10] au côté opposé. Mais la symédiane est aussi la droite symétrique de la médiane par rapport à la bissectrice. Le point de Lemoine fournit un exemple de la diminution de l'utilisation de l'adjectif « remarquable » évoquée plus haut. Les titres des premiers écrits de Lemoine utilisent des expressions générales : « sur quelques propriétés d'un point remarquable du plan du triangle » [Lemoine 1873] et « note sur un point remarquable » [Lemoine 1873]. Dès l'année suivante, Lemoine précise son propos et utilise « centre des médianes antiparallèles » dans le titre de sa conférence faite à l'A.F.A.S. [Lemoine 1874]. En 1884, Neuberg propose l'appellation « point de Lemoine » [Neuberg 1884, p. 3], qui sera reprise par l'ensemble de la communauté et en particulier par Lemoine [1885].

Quant aux points de Brocard O et O', ils vérifient les égalités d'angles $\widehat{OAB} = \widehat{OBC} = \widehat{OCA}$ et $\widehat{O'AC} = \widehat{O'CB} = \widehat{O'BA}$. La mesure commune de ces angles est notée α et a pris le nom d'angle de Brocard (fig. 2).

Parmi les objets remarquables de la nouvelle géométrie du triangle, on trouve également des cercles, comme le premier cercle de Lemoine (fig. 3) qui passe par les intersections des côtés du triangle et des parallèles aux côtés menées par le point de Lemoine. Le centre de ce cercle est le milieu du segment $[cK]$, c étant le centre du cercle circonscrit au triangle. Le second cercle de Lemoine (fig. 4) est construit sur le modèle précédent mais ce sont des antiparallèles aux côtés qui sont menées à partir du point de Lemoine. Un cercle remarquable est associé aux points de Brocard. Il passe, outre ces deux points, par c, le centre du cercle circonscrit à ABC, par le point de Lemoine K et par les sommets des triangles isocèles ayant un des

10 Considérons un triangle ABC dont les côtés AB et BC sont coupés par la droite DE. Si le quadrilatère $BCED$ est inscriptible à un cercle, alors la droite DE est une antiparallèle à BC par rapport aux côtés de l'angle BAC (fig. ci-contre). La théorie des antiparallèles apparaît dans les *Nouveaux Éléments de Géométrie* d'Antoine Arnauld [Arnauld 1667, p. 112].



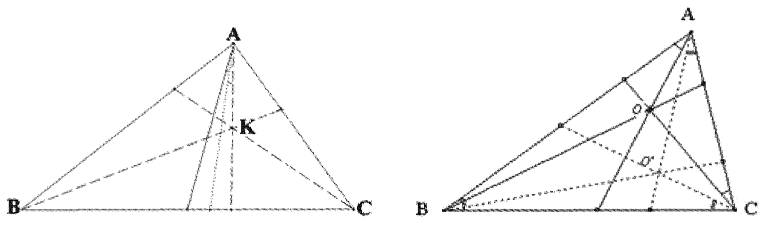


FIGURE 2.

côtés du triangle comme base et α comme angle à la base. Le centre du cercle de Brocard (fig. 5) est le milieu de $[cK]$; il est donc concentrique au premier cercle de Lemoine.

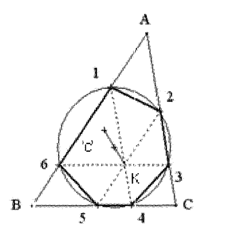


FIGURE 3.

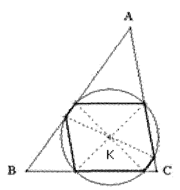


FIGURE 4.

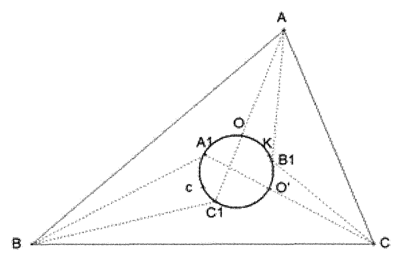


FIGURE 5.

Citons enfin les droites remarquables telle que la droite de Lemoine qui est la polaire[11], par rapport au cercle circonscrit, du point de Lemoine (fig. 6).

2. LES HOMMES DE LA NOUVELLE GÉOMÉTRIE DU TRIANGLE ET LEURS JOURNAUX

2.1. *Les débuts de la III^e République : une période charnière*

Le développement de la nouvelle géométrie du triangle s'inscrit dans le contexte de la réaction des savants à la défaite de la France face à la Prusse en 1870. La période qui précède cette guerre est une période où le milieu

11 La polaire de M par rapport à un cercle de centre O, de rayon r, est la droite perpendiculaire à (OM) en un point M' tel que : $\overline{OM} \times \overline{OM'} = r^2$.

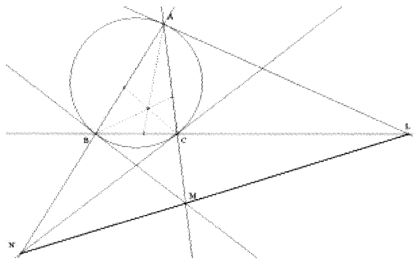


FIGURE 6.

mathématique français travaille en autarcie [Gispert 1996, p. 401]. Le mathématicien français Michel Chasles (1793–1880), comme de nombreux autres scientifiques français, dénonce l'affaiblissement de la recherche et de l'enseignement scientifique dans son *Rapport sur les progrès de la Géométrie* [Chasles 1870][12]. Le mathématicien souhaite [Chasles 1870, pp. 378–379] que la France s'inspire de ce qui est fait en Angleterre, où la Société mathématique de Londres a été créée en 1865 pour se doter d'une société entièrement dédiée aux mathématiques dont l'organe de diffusion soit plus appropriés et à la périodicité plus élevée que pour le *Bulletin de la Société philomathique de Paris.* Cette société scientifique et philosophique pluridisciplinaire existe depuis 1788 mais ne suffit pas, selon Chasles, à servir l'avancement et la diffusion des recherches mathématiques.

Les mises en garde des savants finissent pas être entendues du gouvernement et des réformes sont à l'étude, toutes abandonnées avec la défaite de 1870 et la chute du Second Empire. Cette défaite a un impact social très fort et les savants français trouvent alors une large tribune pour leurs revendications dans les premières années de la III[e] République : selon eux, c'est la science allemande qui a gagné la guerre comme l'explique par exemple le physicien et chimiste Louis Pasteur (1822–1895) dans un article publié en mars 1871 dans le *Salut Public de Lyon* (Pasteur, cité par [Gispert 1991, p. 17]). Les propos de Chasles et de Pasteur représentent les deux axes qui sont alors revendiqués par la communauté scientifique : d'une part, la nécessité des recherches théoriques pures et d'autre part l'importance de la

12 À l'occasion de l'Exposition Universelle de Paris de 1867, le Ministère de l'Instruction Publique, dirigé alors par Victor Duruy, commande des « Rapports sur l'état des lettres et les progrès des sciences en France » qui seront rédigés par de grands noms des sciences, des lettres et des arts français. Concernant ces *Rapports*, on pourra consulter [Barbin et al. 2009].

diffusion des savoirs qui passent, entre autres, par les sociétés mathématiques.

Une certaine professionnalisation du milieu mathématique a alors lieu avec le développement « du rôle et de la nature des facultés des sciences ainsi que de la place qu'y occupe la recherche » [Gispert 1991, p. 51], mais la prise de conscience collective quant à la nécessité de moderniser le milieu scientifique français passe aussi par l'amélioration de la diffusion des sciences. À ce titre, à partir de 1872, de nombreuses sociétés scientifiques ainsi que des revues sont créées. La Société mathématique de France (S.M.F.) est fondée en 1872[13] ainsi que l'Association française pour l'avancement des sciences (A.F.A.S.)[14]. La France passe de 470 sociétés savantes en 1870 à 785 au début du siècle [Hazebrouck 2002, p. 189]. Ces deux associations ont un mode de fonctionnement différent : l'A.F.A.S. est une société pluridisciplinaire qui organise un congrès annuel à travers la France et dont les comptes-rendus sont publiés, alors que la S.M.F., exclusivement réservée aux mathématiques, organise deux séances mensuelles à Paris et dispose d'un bulletin publié annuellement jusqu'en 1945[15].

Si les congrès de l'A.F.A.S. ont reçu de nombreuses contributions sur la nouvelle géométrie du triangle (au nombre de 22), cela n'a pas été le cas de la S.M.F, ce qui s'explique par leurs réseaux d'auteurs respectifs. La « science officielle » s'est investie tant dans la création de la S.M.F. que dans celle de l'A.F.A.S., ce qui contribua à leurs notoriétés respectives, mais il existe une différenciation des réseaux d'acteurs dans les années 1880–1890 avec la professionnalisation du milieu universitaire français. Les auteurs de la section de mathématiques, astronomie et géodésie de l'A.F.A.S. sont principalement des ingénieurs et des professeurs de l'enseignement secondaire [Décaillot 2002, p. 212] alors que les auteurs actifs de la S.M.F. appartiennent majoritairement à l'enseignement supérieur (l'Université, l'École polytechnique et les Écoles d'applications) [Gispert 2002]. De ce fait, les contenus exposés dans ces sociétés sont différents : l'activité mathématique de l'A.F.A.S. développe ainsi des « domaines relativement négligés par la science académique » [Décaillot 2002, p. 212] telle que la nouvelle géométrie du triangle, qui a pris corps au Congrès de Toulouse [Vigarié 1889, p. 11]. Les membres de la S.M.F. représentent assez fidèlement le milieu mathématique supérieur français [Gispert 1991] alors que le profil

---

13 Pour des détails sur les conditions de créations de la S.M.F., on pourra consulter [S.M.F. 1872], et [Gispert 1991].

14 Pour des détails sur les conditions de créations de l'A.F.A.S., on pourra consulter [Cornu 1872], [Quatrefages 1872] et l'ouvrage collectif [Gispert 2002].

15 À partir de 1946, le *Bulletin de la S.M.F.* parait trimestriellement.

des auteurs de la nouvelle géométrie du triangle, que nous nous proposons d'examiner dans la partie suivante, est superposable à celui des communicants de l'A.F.A.S. [Romera-Lebret 2011].

2.2. *Une dizaine d'auteurs : portrait de groupe*

L'analyse des bibliographies présentées dans l'introduction permet de comptabiliser plus de sept-cents articles mathématiques portant sur la nouvelle géométrie du triangle, publiés en France et à l'étranger, entre 1873 et 1905, dans une soixantaine de revues par plus de deux cents auteurs. À partir de 1880 une vingtaine d'ouvrages en France mais aussi dans le reste de l'Europe intègrent ponctuellement ou dans une partie indépendante des éléments de ce nouveau corpus. Néanmoins, la moitié des articles est écrite par un groupe restreint d'une dizaine d'auteurs (voir tableau 1, première colonne), moteurs de ce renouveau d'intérêt pour l'étude de nouveaux objets remarquables du triangle, comme le résume ci-dessous le Frère Gabriel-Marie dont nous avons déjà évoqué la position intéressante :

> De nos jours, la *Géométrie* s'est enrichie d'un chapitre très intéressant, grâce aux travaux d'un grand nombre de géomètres distingués, parmi lesquels il convient de citer d'abord MM. **Lemoine**[16], **Brocard** et **Neuberg**. On doit nommer ensuite **J. Casey**, **G. Tarry**, **M. d'Ocagne** et **G. de Longchamps**. Dans divers congrès scientifiques, **M. E. Vigarié** a été l'historiographe des recherches relatives à la *Géométrie du triangle* [Frère Gabriel-Marie 1920, p. XVII]

Lemoine et Brocard sont vus comme les deux créateurs de la nouvelle géométrie du triangle et Neuberg, meilleur communicant sur la période totale 1873–1905, en est le troisième fondateur grâce à un travail de recherche fourni, centré plus particulièrement sur le tétraèdre [Mineur 1926].

Le tableau 1 indique le nombre d'articles publiés par auteur pour les différentes périodes que nous avons identifiées et étudiées. Dans la première colonne, les auteurs ont été classés par ordre décroissant du nombre d'articles publiés lors des périodes I et II, qui correspondent au développement de la nouvelle géométrie du triangle. L'ordre change pour la période III, lors de la mise en cohérence et du passage dans l'enseignement et trois auteurs apparaissent (Mackay, Poulain, Boutin). Néanmoins, si les volumes éditoriaux changent d'un auteur à l'autre entre les périodes I et II, et la période III, les publications de cette dizaine d'auteurs constituent toujours le

16 En gras dans le texte.

cœur des recherches sur la nouvelle géométrie du triangle. D'après ce tableau, F.G.-M. fournit la liste correcte des auteurs moteurs, à l'exception de Robert Tucker. Une explication de son absence de la liste de F.G.-M. peut être son manque d'investissement dans l'entreprise de mise en cohérence des résultats entrepris par les autres auteurs ainsi que par la spécialisation de ses recherches qui portent quasi exclusivement sur une famille de cercles qui ont pris son nom. Lorsque deux triangles directement semblables ont le point de Lemoine pour centre d'homothétie, les prolongements des côtés du triangle intérieur rencontrent les côtés de l'autre triangle en six points cocycliques. Ces cercles ont pris le nom de cercles de Tucker. Contrairement à F.G.-M., d'autres historiographes de la nouvelle géométrie du triangle, comme Vigarié [1887a, p. 42], intègrent Tucker comme un des créateurs de la nouvelle géométrie du triangle.

TABLE 1. Nombre d'articles par auteur et par période[17].

Auteurs	Période I 1873–1881	Période II 1881–1887	Total des articles Périodes I et II 1873–1887	Période III 1888–1905	Total des articles Periodes I, II, III 1873–1905
Lemoine	5	24	29	34	63
Neuberg	4	14	18	49	67
Tucker	0	16	16	22	38
Brocard	5	9	14	2	16
Longchamps	2	12	14	11	25
D'ocagne	3	9	12	5	17
Vigarié	0	9	9	20	29
Casey	0	8	8	4	12
Tarry	0	5	5	7	12
Boutin	0	2	2	21	23
Mackay	0	0	0	19	19
Poulain	0	0	0	17	17
Barisien	0	0	0	13	13

Les français Émile Lemoine (1840–1912), Henri Brocard (1845–1922), Gaston de Longchamps (1842–1906), Maurice d'Ocagne (1862–1938), Émile Vigarié (1865–?), Gaston Tarry (1843–1913), Joseph Neuberg (1840–1926), Luxembourgeois de naissance mais Belge depuis 1866, l'irlandais John Casey (1820–1891) et l'anglais Robert Tucker (1832–1905) forment donc le groupe des auteurs meneurs, groupe dont nous allons dégager les formes saillantes.

17 Pour rappel, les années 1873–1881 sont celles des recherches indépendantes tandis que les années 1882–1887 exposent la confrontation des résultats. Les années qui couvrent la période allant de 1873 à 1887 correspondent donc au développement de la nouvelle géométrie du triangle. Quant à la période 1888–1905, elle symbolise le temps de la mise en cohérence.

Dans les années 1870, Lemoine, Brocard, Longchamps Tarry et Neuberg sont de jeunes mathématiciens d'une trentaine d'années. Si d'Ocagne et Vigarié sont de la génération suivante, Casey et Tucker, eux, sont de la précédente. Hormis Tarry qui s'est arrêté à la classe de mathématiques spéciales du Lycée Saint-Louis, ils ont tous une haute formation mathématiques que ce soit à l'École polytechnique comme Lemoine, Brocard ou d'Ocagne, à l'École normale supérieure à Paris comme Longchamps (agrégé des sciences mathématiques en 1871) ou à Gand pour Neuberg ou encore à l'École des mines pour Vigarié. Certains deviennent ingénieurs comme Lemoine, ingénieur des gaz à la ville de Paris, ou, comme d'Ocagne, ingénieur puis inspecteur général des ponts et chaussées (1920) ; Brocard, lui, rejoint l'armée et passe la majorité de sa carrière en Algérie comme météorologue. Tarry y passe aussi l'ensemble de sa carrière mais dans l'administration des finances comme receveur des contributions diverses [Auvinet 2011, p. 215]. Ensemble à la même époque en Algérie, c'est sur proposition de Brocard et Laquière, lui aussi capitaine d'artillerie en Algérie, que Gaston Tarry est élu membre de la S.M.F. le 7 avril 1882. Vigarié, quant à lui, devient expert géomètre dans l'Aveyron. Enfin, certains embrassent une carrière d'enseignant comme Longchamps qui occupe successivement le poste de professeur de mathématiques élémentaires dans plusieurs lycées de province (Niort, Poitiers et Mont-de-Marsan) puis de Paris (Lycée Charlemagne) avant d'occuper, à partir de 1893, la chaire de mathématiques spéciales au Lycée Saint-Louis. Neuberg est professeur de mathématiques dans l'enseignement secondaire belge puis à l'Université de Liège (à partir de 1884) dont il sera promu professeur émérite en 1910. Concernant les auteurs de la génération suivante, d'Ocagne devient répétiteur d'astronomie et de géodésie (1893) puis professeur de géométrie à l'École polytechnique (1912). À partir de 1894, d'Ocagne enseigne également à l'École des ponts et chaussées. Il nous faut nous arrêter un instant sur d'Ocagne, qui est le seul de ces auteurs à traverser les trois périodes en changeant de statut. Il commence à publier sur la nouvelle géométrie du triangle alors qu'il est étudiant et poursuivra ses recherches lorsqu'il sera ingénieur puis répétiteur à l'École polytechnique[18]. L'irlandais Casey est professeur de mathématiques et de physique mathématique à l'Université catholique d'Irlande depuis 1873. Entre 1873 et 1882, pour compenser les irrégularités financières de l'Université dont il dépend, Casey devient professeur au

18 Quand il y devient professeur de géométrie, en 1912, il ne publie plus sur la nouvelle géométrie du triangle, et ne publie plus beaucoup d'articles de façon générale, d'après le *Jahrbuch*.

French College de Blackrock où il prépare les étudiants à l'examen d'entrée au service public irlandais (civil service). L'anglais Tucker, enfin, est professeur de mathématiques depuis 1865 à l'University College School de Hampstead, une école indépendante de garçons créée en 1830 pour permettre aux garçons non anglicans d'accéder aux études supérieures (les Universités de Cambridge et Oxford étant réservées aux membres de l'Église anglicane). On peut souligner que Casey, Longchamps et d'Ocagne sont aussi auteurs de manuels de géométrie. Certains sont basés sur leur propres enseignements comme c'est le cas pour Longchamps qui publie son *Cours de mathématiques spéciales* en 1883, puis son *Supplément* en 1885, ou d'Ocagne avec son *Cours de géométrie descriptive* [d'Ocagne 1896] puis celui de *géométrie pure et appliquée de l'École polytechnique* [d'Ocagne 1917–1918].

Ces auteurs (hormis Casey et Tucker) ont comme point commun leur implication dans l'A.F.A.S. Cet investissement est visible à travers leurs nombreuses contributions au cours des congrès mais aussi, pour Lemoine et Brocard, avec un investissement administratif. Lemoine s'implique dans la fondation de l'A.F.A.S. dont il est élu vingt-deux fois membre du bureau de la section mathématiques, astronomie, géodésie et mécanique entre 1872 et 1894. Brocard devient membre de l'A.F.A.S. en 1875 et participe activement à l'organisation du Congrès de 1881 qui se tient à Alger, où il est alors affecté. Longchamps (1876), Neuberg et Tarry (1886) puis d'Ocagne (1891) rejoignent tour à tour cette association et sont auteurs de nombreuses contributions. Lemoine, Longchamps et d'Ocagne font d'ailleurs partie des grands communicants de l'A.F.A.S. [Gispert 2002, p. 342–343].

Mais ces mathématiciens appartiennent aussi à la S.M.F., reflet du monde mathématique académique [Gispert 1991]. Lemoine participe à sa création en 1872 (mais ne fera jamais partie du bureau), Brocard est membre de la S.M.F. depuis 1873 et se fait inscrire dès lors comme sociétaire perpétuel. C'est en 1885 que Neuberg en devient membre. D'Ocagne est celui qui aura le rôle le plus important à la S.M.F. : membre en 1882, il intègre le conseil à partir de 1892, devient vice-président entre 1899 et 1901 puis président en 1901. Il restera membre du bureau jusqu'en 1924. Longchamps est le seul auteur de notre groupe à démissionner de la S.M.F. en 1885. Entre 1880 et 1885, le nombre de sociétaires étrangers doublent [Gispert 1991, p. 142]. L'irlandais Casey fait partie de cette vague d'adhésion et devient membre de la S.M.F. en 1884 sur présentation des mathématiciens français Hermite et Picard (alors président).

Dans le dernier tiers du XIXe siècle, la géométrie domine les revues tournées vers l'enseignement et la diffusion des sciences alors que les articles d'analyse deviennent les plus nombreux dans les revues de recherches, comme le *Bulletin de la S.M.F.* par exemple [Gispert 1993, p. 149]. De ce fait, les recherches sur la nouvelle géométrie du triangle n'y sont pas publiées, mis à part trois mémoires de Lemoine [Lemoine 1884; 1886; 1891]. Seuls Brocard, Lemoine et d'Ocagne publient dans le *Bulletin de la S.M.F.*, principalement des travaux de géométrie, domaine en perte de vitesse dans cette revue comme nous venons de le rappeler. Brocard publie six articles de géométrie[19] entre 1872 et 1877, ce qui constitue la période la plus courte puisque Lemoine utilise le *Bulletin de la S.M.F.* de 1872 à 1895 mais pour guère plus de mémoires (11) portant également sur la géométrie. C'est finalement d'Ocagne qui en fait l'utilisation la plus grande avec 31 références entre 1883 et 1907.

Certains de ces auteurs sont élus membres d'académies des sciences de différents pays européens : John Casey est élu membre de l'Académie Royale d'Irlande en 1886 dont il deviendra vice-président. Neuberg est élu correspondant dans la classe des sciences de l'Académie Royale de Belgique en décembre 1891 puis en devient membre six ans plus tard (il présidera la classe de Sciences pour l'année 1911). D'Ocagne, enfin, sera élu membre de l'Académie des Sciences de Paris en 1922 en tant qu'académicien libre.

D'Ocagne et Brocard s'investissent dans une entreprise bibliographique d'envergure internationale [Nabonnand & Rollet 2002, p. 1] : le Répertoire bibliographique des sciences mathématiques, projet lancé par la S.M.F. dans une circulaire du 4 mars 1885. L'objectif est de recenser l'intégralité des travaux mathématiques du XIXe siècle, les recherches bibliographiques étant devenues de plus en plus difficiles avec l'augmentation du nombre de publications. Cet objectif d'exhaustivité ne sera pas atteint comme le rappellent [Nabonnand & Rollet 2002, pp. 20–21] ou encore [Goldstein 1999, p. 198]. L'entreprise se formalise entre 1885 et 1889 : Brocard propose ainsi ses services en 1887 et d'Ocagne devient quant à lui membre en 1889 de la commission permanente présidée par Poincaré [Nabonnand & Rollet 2002, p. 17]. Brocard devient rédacteur des 6814 fiches concernant les mémoires de mathématiques insérés aux *Comptes rendus de l'Académie des sciences de Paris* [Brocard 1895, p. 59]. Les recherches bibliographiques prennent alors une place prépondérante dans les travaux et les réflexions scientifiques de Brocard comme

19 Ces recherches ont été effectuées grâce au module de recherche du site *Numdam*.

en témoignent des passages de lettres adressées à d'Ocagne[20] où il regrette le manque de documentation bibliographique dans les articles de l'*Intermédiaires des mathématiciens.* De façon générale, Brocard « trouve que [leurs] collaborateurs français négligent ou ignorent la bibliographie » [Brocard 1915].

Pour conclure cette partie, il nous faut explorer la place de la nouvelle géométrie du triangle dans les recherches de ces auteurs. Les informations tirées de la bibliographie de la nouvelle géométrie du triangle associées à une recherche sur un autre répertoire bibliographique, le *Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik*, lui aussi incomplet [Goldstein 1999, p. 196], permettent de montrer que Lemoine, Brocard, Longchamps, Neuberg et Tarry commencent à publier à la toute fin des années 1860, juste avant leurs premiers articles sur la nouvelle géométrie du triangle. Les premières publications de d'Ocagne et Vigarié, plus jeunes, datent du début des années 1880 et sont donc concomitantes à leurs travaux sur le triangle. La nouvelle géométrie du triangle ne constitue pas leur unique domaine de recherche : Lemoine a ainsi développé la géométrographie qui mesure la simplicité des constructions géométriques. Ses recherches mathématiques sur ce sujet sont reconnues académiquement puisque Lemoine est lauréat du prix Francoeur de l'Académie des sciences de façon régulière à partir de 1902. Longchamps, comme Brocard, travaille sur les courbes géométriques. Concernant d'Ocagne, ses travaux portent en grande partie sur la nomographie, qui consiste en la résolution graphique d'équations algébriques par l'emploi d'abaques [Tournès 2011], pour lesquels il est particulièrement connu au niveau mathématique et qui lui valent d'être honoré à trois reprises par l'Académie des sciences (prix Lecomte en 1892, prix Dalmont en 1894 et enfin prix Poncelet en 1902). Pour ce qui concerne Gaston Tarry, les récréations mathématiques constituent une autre partie de ses activités de recherche. Il a en particulier démontré en 1901 la conjecture des 36 officiers d'Euler qui affirme qu'il n'existe pas de carré gréco-latin de taille 6×6. Précisons enfin que les lieux de publications de ces auteurs ne se limitent pas aux revues mathématiques intermédiaires que nous allons présenter ci-après. Ils publient aussi dans les organes de diffusion des académies des sciences et sociétés mathématiques. Sur le *Jahrbuch* on dénombre 22 articles ou mémoires rédigés par Casey dont 4 sont publiés aux *Transactions of the Royal Irish Academy*, mais aussi quatre autres aux *Proceedings of the Royal*

---

20 Ces lettres appartiennent au fond d'Ocagne de la bibliothèque de l'École polytechnique.

Society of London. On répertorie également 38 mentions de d'Ocagne dans les *Comptes rendus des séances de l'Académie des sciences de Paris* (*C.R.A.S.*) sur un total de 395. Des auteurs moins installés académiquement tels que Lemoine, Longchamps ou Tarry utiliseront également ponctuellement les *C.R.A.S.* Pour Lemoine, il s'agira par exemple de présenter par deux fois sa géométrographie ainsi qu'une note d'arithmétique.

Cette petite dizaine d'auteurs, dont nous venons d'esquisser le portrait de groupe, produit la moitié des recherches sur la nouvelle géométrie du triangle. La grande majorité des articles est publiée dans des revues intermédiaires mathématiques qui constituent le véritable lien entre ces mathématiciens puisque certains en sont les rédacteurs.

2.3. *Les revues intermédiaires mathématiques*

Les *Comptes rendus de l'A.F.A.S.* ne sont pas le seul organe de diffusion de la nouvelle géométrie du triangle. Ces recherches sont également diffusées en France par des revues, créées pour la majorité après la défaite de 1870. Ces revues sont qualifiées de revues mathématiques intermédiaires[21] en référence au niveau mathématique des articles qu'elles contiennent comme au public auxquelles elles sont destinées, ceux de la classe de mathématiques élémentaires, dernière année de l'enseignement secondaire qui prépare au baccalauréat, ainsi que de la classe de mathématiques spéciales, qui prépare aux concours d'entrée aux Grandes écoles[22]. Ainsi, ces revues s'occupent « de la partie supérieure des mathématiques élémentaires et de la partie élémentaire des mathématiques supérieures » [Godeaux 1943, p. 27]. Comme l'a très bien montré Verdier dans un travail sur les journaux mathématiques de la première moitié du XIXᵉ siècle, l'Europe mathématique se construit alors par le biais de ses journaux, exclusivement centrés sur les recherches mathématiques [Verdier 2009, p. 115]. Les choses changent avec la création de journaux pour l'enseignement des mathématiques, dans un premier temps dans les années 1841–1842 avec entre autres la fondation des *Nouvelles Annales de mathématiques*, puis, dans un seconde temps, avec l'intérêt général pour la science des débuts de la IIIᵉ République et « l'explosion scolaire [qui] ouvre un marché d'une nouvelle ampleur à cette littérature mathématique » [Gispert 1993, p. 142].

---

21 Dans le sens d'Ortiz [Ortíz 1996, p. 324].

22 Pour plus de précision sur le rôle et le fonctionnement de ces classes préparatoires, on peut consulter [Belhoste 2001] ou encore [Belhoste 2002].

Dans la deuxième moitié du siècle il existe donc une complémentarité du paysage éditorial francophone (revues belges incluses) entre les revues de recherches (les *Comptes rendus de l'Académie des* sciences, le *Bulletin de la Société mathématique de France*, le *Journal de Liouville*) et les revues mathématiques intermédiaires tournées vers l'enseignement. Ce sont des revues de ce type qui portent la diffusion des recherches sur la nouvelle géométrie du triangle. Sept revues françaises et belges portent 65% de la diffusion internationale des travaux sur la nouvelle géométrie du triangle et assurent la quasi-totalité de la diffusion en France. Le tableau ci-dessous (tab. 2) donne la répartition des articles par revues et par périodes. Le *Journal de mathématiques élémentaires*, le *Journal de mathématiques spéciales*, la *Nouvelle Correspondance mathématique*, continuée par *Mathesis*, et l'*Intermédiaire des mathématiciens* sont toutes des revues créées, comme les *Comptes rendus de l'A.F.A.S.*, après la défaite de 1870 alors que la dernière revue, les *Nouvelles Annales de mathématiques*, est fondée en 1842.

TABLE 2. Nombre d'articles par revue et par période[23].

	Période I	Période II	Période III	Période totale
1873–1881	1881–1887	1888–1905	1873–1905	
Mathesis (1880–1965)	1	25	115	141
Journal de mathématiques élémentaires (1877–1901)	3	19	81	103
A.F.A.S. (1872–1914)	5	17	48	70
Journal de mathématiques spéciales (1880–1901)	0	18	29	47
Intermédiaire des mathématiciens (1894–1925)	0	0	37	37
Nouvelles Annales de mathématiques (1842–1927)	6	11	13	30
Nouvelle Correspondance Mathématique (1874–1880)	14	0	0	14

La présentation de ces revues mathématiques intermédiaires francophones nous permet d'expliciter une double implication : non seulement ces revues dominent la diffusion des travaux de la nouvelle géométrie du triangle mais les auteurs de ces recherches s'investissent dans ces mêmes revues en tant que rédacteurs ou proches collaborateurs.

Les *Nouvelles Annales de Mathématiques* (*N.A.M.*), créée en 1842 par Orly Terquem (1782–1862), homme de sciences, élève puis répétiteur

[23] Dans la première colonne, les revues sont classées par ordre décroissant du nombre d'articles sur la nouvelle géométrie du triangle publiés dans leurs pages entre 1873 et 1905. Les dates de création et de fin de publication des revues sont mises entre parenthèses.

à l'École polytechnique, et Camille Gerono (1799–1891), professeur de mathématiques, font exception de par leur date de création (antérieure à la IIIe République) mais non par leur niveau mathématique intermédiaire puisque ce journal est destiné aux candidats aux Écoles polytechnique et normale. Ce journal a participé à la transformation et au perfectionnement des cours de mathématiques spéciales [Bourget 1877] mais n'occupait que de façon incomplète le terrain de l'enseignement secondaire et préparatoire, puisqu'il ne s'adressait qu'aux seuls candidats des Écoles polytechnique et normale [Gispert 1993, p. 142].

Le *Journal de mathématiques élémentaires* crée en 1877 par Justin Bourget (1822–1887), ancien rédacteur des *N.A.M.* (de 1867 à 1872) et directeur des études à l'École Préparatoire Sainte-Barbe, vise un lectorat plus large à savoir les « candidats aux écoles du gouvernement et des aspirants au baccalauréat ès sciences ». L'objectif éditorial de Bourget est de proposer à l'ensemble des professeurs et élèves des classes de mathématiques élémentaires de France les questions proposées aux concours des Écoles du gouvernement comme au baccalauréat ès sciences. En 1880, la revue devient le *Journal de mathématiques élémentaires et spéciales*, la partie réservée aux mathématiques spéciales paraissant sous forme de fascicule. La revue se scinde en deux entités distinctes en 1882 : le *Journal de mathématiques élémentaires* d'une part et le *Journal de mathématiques spéciales* d'autre part. En 1897, la revue retrouve son titre original, élargissant son lectorat aux candidats à l'École militaire de Saint-Cyr, à l'Institut agronomique et aux Écoles de commerce.

Une certaine catégorie de membres de la S.M.F., à laquelle nombre des auteurs de la nouvelle géométrie du triangle appartient, publie dans des revues belges d'enseignement que nous trouvons dans le tableau 1. Il s'agit pour l'essentiel d'enseignants de lycée, de classes préparatoires ou de répétiteurs à l'École polytechnique, non titulaires de thèses, « publiant beaucoup, [et consacrant] une grande partie de leur activité à des travaux d'enseignement ou de diffusion de questions géométriques » [Gispert 1993, p. 143]. Eugène Catalan (1814–1894), professeur à l'Université de Liège, et Paul Mansion (1844–1919), professeur à celle de Gand, ont fréquenté au même moment l'École normale des sciences de Gand en 1862. En 1874, ils créent la revue belge la *Nouvelle Correspondance mathématique* en hommage à la revue créée par Quetelet en 1825, la *Correspondance mathématique et physique* dont les conditions de création ont été éclairées dans [Elkhadem 1978]. Catalan et Mansion souhaitent créer « une publication périodique spécialement consacrée aux sciences mathématiques » [Catalan & Mansion 1874, p. 5] qui proposerait une alternative aux « recueils académiques » qui « ont pour but l'extension de la science plutôt que sa diffusion » [Catalan & Mansion 1874]. De ce fait, la « *Correspondance* s'occupera, principalement, des parties de la science mathématique enseignées (ou qui devraient être enseignées) dans les établissements d'instruction moyenne et dans les cours relatifs à la *Candidature* [Licence] » [Catalan & Mansion 1874, p. 6]. La *Nouvelle Correspondance* prend fin en 1880 faute d'un nombre suffisant d'abonnés. En 1881, Paul Mansion et Joseph Neuberg, collaborateur de la revue précédente, créent *Mathesis*, qu'ils présentent comme la continuation de la *Nouvelle Correspondance mathématique*. Ce nouveau journal est un « Recueil Mathématique à l'usage des Écoles spéciales et des Établissements d'Instruction moyenne » ainsi que l'indique le sous-titre.

L'*Intermédiaire des mathématiciens*, étudié à différent niveau par Pineau [2006] et Auvinet [2013], est la dernière revue francophone fondamentale dans la diffusion des travaux sur la nouvelle géométrie du triangle. Elle a la particularité d'être fondée en 1894 par Émile Lemoine et Charles-Ange Laisant, deux mathématiciens ayant travaillé, à différents niveaux, sur ce sujet de recherche. Le rôle de Laisant est incomparable à celui de Lemoine mais il rédige tout de même une dizaine d'articles. C'est Lemoine qui a formulé l'idée de cette publication le premier [Laisant 1912b, p. 6]. Le nom de la revue est à prendre au sens propre puisque l'objectif est de servir d'intermédiaire entre les mathématiciens qui rencontrent des difficultés dans la résolution d'un problème et ceux qui ont une réponse à donner. Lemoine et Laisant insistent sur le fait qu'ils ont l'intention de publier de « vraies questions », au contraire d'autres journaux où les mathématiciens n'envoient une proposition de question que pour mieux donner leur propre réponse [Laisant & Lemoine 1894, p. VI]. Cette revue est utilisée dès 1900 comme un outil performant pour aider les mathématiciens dans leurs travaux sur la nouvelle géométrie du triangle puisque l'*Intermédiaire* aura le monopole dans le traitement des questions sur ce sujet [Romera-Lebret 2014][24].

L'ensemble des rédacteurs de ces revues croise celui des auteurs de la nouvelle géométrie du triangle. En effet, dès 1876, Catalan et Mansion sont rejoints entre autres par Brocard et Neuberg à la rédaction de la *Nouvelle Correspondance mathématique*, Édouard Lucas et Charles-Ange Laisant complétant la liste des collaborateurs. De plus, Lemoine, Neuberg,

24 Pour la pratique des questions/réponses dans les revues, on pourra consulter [Despeaux 2007] et [Despeaux 2014].

le Frère Gabriel-Marie, Tarry ou encore Brocard font partie des souscripteurs. De leur côté, les rédacteurs de *Mathesis* citent Brocard, Casey, Lemoine, Longchamps, d'Ocagne ou encore Vigarié parmi les collaborateurs qui font vivre le journal par leurs nombreux articles ou mémoires originaux. Longchamps, quant à lui, devient en 1880 un des rédacteurs du *Journal de mathématiques élémentaires et spéciales* dont il prendra la direction à la mort de Bourget en 1887. Enfin, s'il n'en est pas officiellement un rédacteur, Brocard est un correspondant permanent de l'*Intermédiaire des mathématiciens* pour lequel il rédige les tables de fin d'année de 1894 à 1903. Il tient aussi le rôle de plus grand communicant de cette revue. Il existe donc une superposition entre les moyens de diffusion des recherches — les revues et leurs rédacteurs — et les auteurs des recherches elles-mêmes. Peut-on alors parler d'une communauté d'auteurs ?

2.4. *Fonctionnement de cette communauté d'auteurs*

Identifier cet ensemble d'auteurs en tant que communauté implique de donner une définition de ce terme. Une communauté peut être envisagée « comme un groupe de personnes qui se pensent et sont perçues comme une unité » [Lefebvre 2003, p. 70]. En ce sens, la citation précédente de F.G.-M. identifie clairement les auteurs comme une communauté. On pourrait aussi citer Rouché et Comberousse qui indiquaient dans l'introduction à la sixième édition de leur *Traité de Géométrie* que « M. J. Neuberg [...] est l'un de ceux qui, avec MM. E. Lemoine et H. Brocard, ont le plus contribué à ces découvertes. » [Rouché & Comberousse 1891, p. xxxv]. À cette reconnaissance extérieure s'ajoute une identification interne : les articles de compilations et les bibliographies rédigés par Lemoine, Longchamps, Vigarié et Brocard, sont l'occasion de rappels historiques qui reprennent, quel que soit l'auteur, les mêmes références. L'origine des travaux est toujours identifiée à la conférence de Lemoine faite à l'A.F.A.S. en 1873 et la liste des principaux contributeurs varie peu ; nous aurons toutefois l'occasion plus loin de préciser les modifications apportées et en particulier l'intégration d'auteurs de travaux antérieurs à 1873. La liste des auteurs dont les recherches ont fondées cette nouvelle théorie est globalement constante. Longchamps [1886, p. 36] indique ainsi que « la géométrie du triangle a reçu depuis quelques années de grands développements, grâce aux travaux » de lui-même et Lemoine, Brocard, Neuberg, d'Ocagne, Tarry, Catalan et Casey. En 1887, Vigarié, l'historiographe de la nouvelle géométrie du triangle, cite en premier Longchamps, Lemoine, Brocard, d'Ocagne, Tarry, Catalan, Neuberg, Casey parmi ceux qui ont « par leurs nombreuses et intéressantes recherches, créé, on peut le dire sans exagération, dans la géométrie élémentaire une science toute nouvelle » [Vigarié 1887b, p. 87]. Aux rares voix qui s'élèvent contre les nouvelles appellations des objets remarquables du triangle, comme Schlömilch (cité par [Morel 1889]) qui regrette l'expression « points de Brocard » au profit de « points de Crelle », de nombreuses justifications sont apportées, comme celle de Vigarié ci-dessous, qui mettent de nouveau en avant les auteurs en tant que communauté :

> Il importe moins, croyons-nous, que Crelle, Hoffmann, Grebe, Lhuilier et d'autres géomètres aient ou non rencontré les premiers tels ou tels théorèmes isolés, s'ils n'ont pas reconnu leur importance réelle pour le développement, l'avenir et les ressources de la géométrie du triangle, que de signaler ceux qui ont effectivement créé la nouvelle géométrie. Le mérite principal appartient à ceux qui, comme MM. Lemoine, Brocard et Neuberg, par exemple, ont compris tout le parti qu'on pouvait tirer de ces découvertes, qui les ont développées (sans connaître, du reste, les travaux antérieurs) et ont ajouté à la géométrie un chapitre véritablement nouveau. [Vigarié 1889, p. 127]

Les articles de recherche eux-mêmes par les citations réciproques, les notes et commentaires sur les travaux des confrères, les articles rédigés à plusieurs ou encore la lecture par un auteur de la communication d'un autre au congrès de l'A.F.A.S. sont autant d'indices de l'existence de cette communauté. De vrais liens amicaux existent entre ces auteurs. Tucker insère ainsi dans un article [Tucker 1887, p. 400] des félicitations destinées à Brocard pour sa promotion en tant que chef de bataillon et avoue regretter que ce nouvel emploi laisse moins de temps à l'auteur français pour se consacrer à ses recherches mathématiques.

Si nous devions tenter de résumer les principales caractéristiques de cette communauté, il s'agirait d'indiquer que les auteurs dont nous avons esquissé les portraits ont en commun une haute culture mathématique qui leur vient de leurs études supérieures (École polytechnique ou École normale supérieure). Elle implique aussi des pratiques communes telle que l'utilisation des coordonnées trilinéaires et barycentriques que nous détaillerons dans la partie suivante. Ils sont nombreux à professer dans l'enseignement supérieur, mais beaucoup sont aussi rédacteurs ou proches collaborateurs de revues mathématiques intermédiaires. Enfin, la plupart sont membres de la S.M.F. et de l'A.F.A.S. La première leur assure un suivi des développements mathématiques les plus pointus quand les congrès de la deuxième leur permettent de se rencontrer ponctuellement. Pour compléter ce panorama, reste à questionner le fonctionnement de ce réseau.

Le problème majeur de ce réseau est l'éloignement, bien que cela n'implique pas une absence d'interaction. Cette disparité géographique est palliée par une sociabilisation virtuelle développée autour des revues puisque chacun suit et commente les évolutions des travaux des autres membres de la communauté [Romera-Lebret 2014]. Les journaux, ou plus précisément leurs rédacteurs, peuvent aussi jouer, à l'occasion, le rôle d'intermédiaires entre les chercheurs ; ils participent alors non seulement à la circulation des connaissances mais aussi à leur édification. Les exemples réunis ci-après vont permettre de comprendre les modalités de fonctionnement de ce réseau.

En 1885, Brocard présente dans le *Journal de mathématiques spéciales* un mémoire sur les propriétés d'une hyperbole remarquable qu'il nomme « hyperbole des neuf points » [Brocard 1885] et qu'il présente comme la transformée isogonale[25] de OK qui est un diamètre du cercle de Brocard. En 1886, Neuberg fait le rapprochement entre les travaux du mathématicien allemand Kiepert (1846–1934) [Kiepert 1869] et ceux de Brocard [Neuberg 1886, p. 73] en passant des cordonnées normales aux coordonnées barycentriques[26]. Dans une lettre dont un extrait est inséré dans le *Journal de mathématiques spéciales*, Brocard [1886] remercie Longchamps, rédacteur de cette revue, de lui avoir transmis la remarque de Neuberg et avoue que « l'identité de la conique de Kiepert avec l'hyperbole équilatère[27] des neufs points [lui] avait entièrement échappé » [Brocard 1886, p. 91]. L'appellation « hyperbole de Kiepert », proposée par Neuberg, est alors adoptée par l'ensemble de la communauté.

Un autre exemple du fonctionnement du réseau est la mise en place d'un travail commun des auteurs. Quand Lemoine présente à l'A.F.A.S. la première bibliographie de la nouvelle géométrie du triangle, il ne manque pas de citer les « très nombreux et très importants renseignements » [Lemoine 1885a, p. 45] que Brocard et Neuberg lui ont fournis. Ces derniers communiqueront des indications bibliographiques à Vigarié pour la courte monographie du point de Nagel[28] qu'il propose au *Journal de mathématiques élémentaires* [Vigarié 1886].

---

25 Pour la définition de l'inversion isogonale, voir pages suivantes.

26 Pour les définitions, voir pages suivantes.

27 Dont les deux asymptotes sont perpendiculaires.

28 Le point de Nagel est le centre du cercle circonscrit au triangle $A'_1B'_1C'_1$ obtenu en menant, par les sommets du triangle de référence ABC, des parallèles aux côtés opposés. Le point de Nagel est aussi l'intersection des droites joignant les sommets du triangle ABC aux points de contact des côtés opposés avec les cercles ex-inscrits correspondants.

Sans vouloir multiplier les exemples tendant à prouver la réalité de ce réseau et la communauté de travail, nous évoquerons enfin la correspondance épistolaire entretenue par certains auteurs, en particulier celle de d'Ocagne avec Brocard, Lemoine ou encore Vigarié par exemple. Citons comme dernier exemple de la réalité de ce réseau un passage d'une lettre de 1888 de Vigarié destiné à d'Ocagne à laquelle il joint un feuillet de ses carnets de notes annoté par Brocard :

> Je joins à ma lettre une page déchirée d'un de mes cahiers de notes sur les points complémentaires, elle est écrite depuis le mois d'avril 1886 et contient au verso des annotations de M. Brocard. [Vigarié 1888]

Si la S.M.F. n'est que très peu utilisée comme canal de diffusion des travaux portant sur la nouvelle géométrie du triangle (seulement trois articles sur la période totale paraissent au *B.S.M.F.*, tous écrits par Lemoine : [Lemoine 1884; 1886; 1891]), la plupart des auteurs en sont membre, ce qui permet un élargissement de la communauté. Le polytechnicien Eugène Rouché (1832–1910), professeur au Conservatoire national des arts et métiers (CNAM), examinateur à l'École polytechnique, est successivement vice-président (de 1876 à 1879), président (en 1883) puis membre du bureau (de 1880 à 1882 puis de 1884 à 1898) de la S.M.F. Il est aussi l'auteur, « seul ou en collaboration avec d'autres savants » [Anonyme 1910], de manuels scolaires, principalement consacrés à l'enseignement supérieur. Dans le cadre de cette activité, il demande en 1889 à d'Ocagne [Rouché 1889a] de rédiger une note sur la nouvelle géométrie du triangle destinée à augmenter la sixième édition du *Traité de Géométrie* que Rouché rédige avec Charles de Comberousse (1826–1898), qui est diplômé (1850) puis professeur de l'École centrale, enseignant au lycée Chaptal et titulaire de la chaire de génie rural au CNAM. Bien que d'Ocagne accepte [Rouché 1889b], c'est finalement Neuberg, un autre auteur important de la nouvelle géométrie du triangle, qui leur a « communiqué un travail complet sur ce sujet » [Rouché & Comberousse 1891, p. xxxv]. Comme l'indiquent Rouché et Comberousse dans leur préface quand ils introduisent le travail de Neuberg, il s'agit d'une illustration de la « confraternité scientifique » [Rouché & Comberousse 1891] que la S.M.F. permet de favoriser.

Nous avons montré que ce groupe restreint d'auteurs, ayant en commun une haute culture mathématique, fonctionne bien comme une véritable communauté avec un objet de recherche unique (le triangle) et des moyens de diffusion propres (les journaux intermédiaires mathématiques). Une dernière caractéristique de cette communauté reste à approfondir : les pratiques mathématiques communes, induites par ces connaissances partagées, qui détermineront l'évolution des outils et des objets de la nouvelle géométrie du triangle.

3. PRATIQUES, OUTILS ET OBJETS DE LA NOUVELLE GÉOMÉTRIE DU TRIANGLE

3.1. *Des pratiques communes : l'usage des coordonnées trilinéaires et barycentriques*

Si les auteurs ont en commun une haute formation mathématique, ils en ont hérité des pratiques communes, en particulier l'utilisation des coordonnées trilinéaires et barycentriques qui va profondément changer l'étude de la nouvelle géométrie du triangle. L'utilisation des coordonnées s'est propagée au XVII^e siècle avec le développement de la géométrie analytique qui utilise conjointement les fonctions numériques, les coordonnées et les représentations graphiques. Ce sont Descartes et Fermat qui en ont posé les bases indépendamment l'un de l'autre. Au XIX^e siècle, les recherches en géométrie analytique ont consisté en partie à la mise à jour de formules pour la transformation des coordonnées [Loria 1948]. Ces idées sont reprises par les auteurs de la nouvelle géométrie du triangle qui utilisent primordialement les coordonnées trilinéaires et barycentriques.

Considérant un triangle ABC, on désigne par t, u et v les distances respectives d'un point M situé dans le plan du triangle aux côtés BC, CA et AB. On dit alors que (t, u, v) sont les coordonnées trilinéaires du point M (fig. 7).

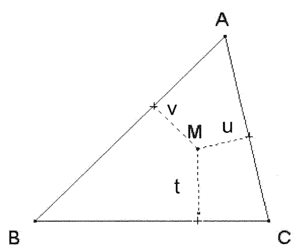


FIGURE 7.

Les coordonnées trilinéaires (aussi nommées coordonnées trilitères en France au début des années 1860) ont été introduites en 1830 par J. Plücker (1801–1868), alors professeur à l'Université de Bonn, dans un article publié dans le *Journal de Crelle* [Plücker 1830] avant d'être intégrées à son ouvrage *System der analytischen Geometrie* [Plücker 1835]. C'est Plücker qui a « montré l'importance des coordonnées trilinéaires [...] par de nombreuses et brillantes applications » [Loria 1948, p. 248]. Elles ont été connues en France grâce aux *Nouvelles Annales de mathématiques* [Mathieu 1865, p. 395], revue dont nos auteurs sont de fervents lecteurs. Elles sont d'abord mentionnées de façon ponctuelle par Terquem, en 1850 avec la reproduction du calendrier de l'Université de Dublin où les coordonnées trilinéaires sont alors au programme, puis en 1857 à l'occasion de la résolution d'une question. Le rédacteur historique des *Nouvelles Annales* précise alors que Cremona, professeur au Gymnase de Cremone, a résolu cette question en utilisant les coordonnées trilinéaires [Terquem 1857, p. 461]. C'est dans le *Bulletin de bibliographie, d'histoire et de biographie mathématique*, inséré à la fin de la revue, qu'un premier exposé leur est dédié en France en 1859 [Anonyme 1859] en complément d'une série d'articles de Painvin [1858 ; 1859] sur les surfaces du second ordre qui en offrait une application. Louis Painvin (1826–1875), professeur de mathématiques spéciales au Lycée de Douai, intègre ensuite la théorie complète des coordonnées trilinéaires dans ses *Principes de la géométrie analytique* [Painvin 1868]. L'addition de cet article permet à Terquem de palier l'esprit stationnaire et rétrograde qui règne selon lui sur l'enseignement en France [Terquem 1850, p. 457].

Mais les coordonnées qui sont le plus utilisées par les auteurs de la nouvelle géométrie du triangle sont les coordonnées barycentriques (α, β, γ) qui correspondent aux aires des triangles BMC, CMA et AMB lorsque M est un point du plan du triangle (fig. 8). On différencie les coordonnées barycentriques absolues (ce sont les aires des triangles qui sont considérées) des coordonnées barycentriques relatives (ce sont des grandeurs proportionnelles aux aires des triangles qui sont considérées). La propriété suivante donne son nom à ce type de coordonnées : si les sommets A, B et C du triangle sont pondérés respectivement des masses α, β, γ, alors le point M devient le barycentre de ce système de points.

C'est l'allemand Möbius (1790–1868), professeur d'astronomie à l'Université de Leipzig, qui les introduit dans un ouvrage de 1827 [Möbius 1827], il y explique que « lorsque l'on a deux points quelconques, un point arbitraire de la droite qui les joint, peut se considérer comme leur centre de gravité, pourvu qu'on attribue aux points donnés des poids

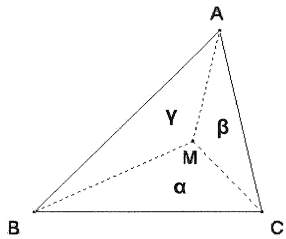


FIGURE 8.

convenables, uniquement déterminés dans leur rapport » [Loria 1948, p. 249] D'après Loria, l'ouvrage de Möbius n'a pas rencontré le succès mérité du fait que l'auteur « au lieu de parler de coordonnées de points et d'équations de lieux géométriques, employa le néologisme d'expression barycentrique et une symbolique tout à fait nouvelle » [Loria 1948, p. 250]. Toutefois, l'ouvrage de Möbius devient rapidement un ouvrage classique [Cremona 1962, p. 287], cité par Chasles dans son *Rapport sur les progrès de la Géométrie* [Chasles 1870], permettant ainsi sa diffusion en France.

Comme l'explique Longchamps [1893], le fait que ce système de coordonnées soit basé sur la notion de centre de gravité le rend particulièrement adapté au triangle. Les auteurs de la nouvelle géométrie du triangle utilisent conjointement les coordonnées trilinéaires et les coordonnées barycentriques ; ils ont alors recours à la formule qui relie ces deux types de coordonnées, afin de transposer dans un des systèmes de coordonnées une propriété rédigée dans l'autre. Les coordonnées trilinéaires (t, u, v), les coordonnées barycentriques (α, β, γ) et les longueurs (a, b, c) des côtés du triangle ABC sont reliées par les égalités ci-dessous :

$$\frac{at}{\alpha} = \frac{bu}{\beta} = \frac{cv}{\gamma}.$$

Dans certains articles et ouvrages comme par exemple [Vigarié 1887a] ou [Frère Gabriel-Marie 1920], les coordonnées trilinéaires sont appelées coordonnées normales. L'expression « coordonnées trilinéaires » désigne alors « des grandeurs propres à déterminer la position d'un point par rapport à trois droites concourantes situées dans un même plan » [Frère Gabriel-Marie 1920, p. 1131] dont les coordonnées normales et barycentriques sont les systèmes les plus usités.

Les coordonnées trilinéaires et barycentriques sont l'outil de mise en cohérence principal de la nouvelle géométrie du triangle ; elles permettent en particulier de faciliter la mise au point et l'utilisation de nouveaux modes de conjugaison point-point (comme les points brocardiens) ou point-droite.

3.2. *Les nouveaux modes de conjugaison, l'exemple des points brocardiens*

Après avoir identifié de nouveaux objets remarquables du triangle, les auteurs vont s'attacher à rendre cohérents les objets les uns par rapport aux autres, c'est-à-dire à les relier. Cette mise en cohérence des objets est principalement réalisable grâce à la mise au point de nouveaux modes de conjugaison, encore appelés correspondances. Les travaux de mise en correspondance ont comme origine la mise en relation du point de Lemoine et des points de Brocard avec la notion de points brocardiens, définie par Lemoine en 1885.

En 1885, Lemoine publie deux articles qui proposent « une généralisation des propriétés relatives au cercle de Brocard et au point de Lemoine » [Lemoine 1885a ;b]. Le lien entre les points de Brocard et le point de Lemoine a déjà été établi par Neuberg [Neuberg 1881] et Morel [Morel 1883] mais ces résultats sont replacés, ici, dans un contexte plus général : K est un point quelconque du plan du triangle à partir duquel Lemoine crée deux autres points, ω' et ω, qu'il nomme respectivement les points direct et rétrograde par rapport au point K. Il donne la construction à effectuer pour obtenir ω' : le point de départ est donc K, il définit α, β et γ comme les intersections respectives des côtés BC, AC et AB avec les droites AK, BK et CK. L'étape suivante a comme origine les points α, β et γ ; partant de α (situé sur le côté BC), il faut construire la parallèle au côté AB (le côté qui précède BC lorsque le sens ABC est suivi) qui coupe AC (le côté suivant BC) en μ'. Le même procédé est utilisé pour trouver ν' et λ'. Enfin, les trois droites $A\lambda'$, $B\mu'$ et $C\nu'$ sont concourantes en un point : ω', le point direct par rapport au point K (fig. 9).

Pour trouver ω', le sens ABC a été suivi, il suffit de suivre le sens CBA pour obtenir ω (fig. 10).

Lorsque le point K est le point de Lemoine, les points ω et ω' deviennent les points de Brocard. Lemoine vient ainsi de créer une nouvelle correspondance point-point : les points brocardiens. Dans le cas particulier qui nous intéresse, les points de Brocard sont les points brocardiens du point de Lemoine [Romera-Lebret 2011].

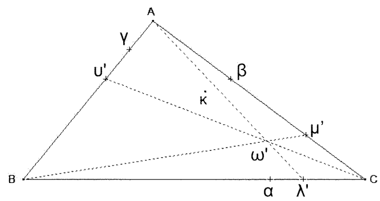


FIGURE 9.

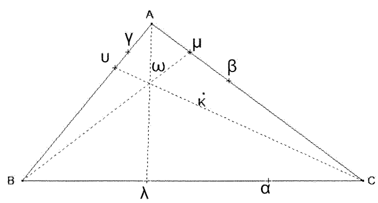


FIGURE 10.

Le but de Lemoine, dans cet article, est de donner les principales propriétés des points K, ω, ω' [Lemoine 1885b, p. 204] dans le cas général ainsi que « les expressions très remarquables qui représentent les droites et les coniques liées au groupe K, ω, ω' » [Lemoine1885b]. Le cas où K est le point de Lemoine n'est qu'un cas particulier. C'est la géométrie des transformations qui est utilisée par Lemoine pour justifier cette généralisation. En effet, il explique que le cas général où un point K' est pris dans un triangle $A'B'C'$ peut toujours être vu comme la projection de la situation où K est le point de Lemoine d'un triangle ABC. Ainsi les « propriétés projectives des points de Brocard et de Lemoine s'appliquent au groupe général des trois points K, ω, ω' » [Lemoine 1885b, p. 203].

La démarche de généralisation de Lemoine n'est pas une démarche de multiplication à outrance mais plutôt une recherche de cohérence. Lemoine relie d'abord le cas particulier du triplet (point de Lemoine, point direct de Brocard, point rétrograde de Brocard) à d'autres cas particuliers connus. Lemoine considère les points K dont les coordonnées trilinéaires sont de la forme a^m, b^m, c^m (a, b, c étant les longueurs des côtés du triangle). Lorsque m est égal à 1 alors K est le point de Lemoine et les points ω et ω' sont les points de Brocard. Si m vaut 0 alors K est le centre du cercle inscrit au triangle d'origine tandis que ω et ω' sont des points étudiés par Jerabek en 1881. Enfin dans le cas où $m = -1$ « presque tous les points étudiés viennent se confondre avec le centre de gravité » [Lemoine 1885b, p. 221].

Lemoine expose aussi les limites du procédé de création des points direct et rétrograde et il montre grâce au tableau ci-dessous (fig. 11) que ce dernier est fini. Son intention est de montrer qu'en partant de K et en définissant successivement les points directs et rétrogrades des points trouvés le nombre de nouveaux points créés est limité.

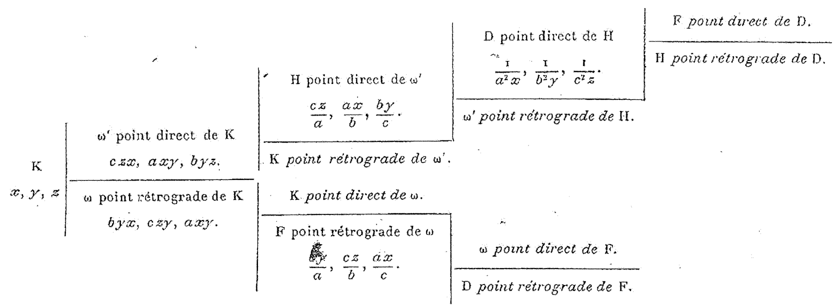


FIGURE 11.

Si Lemoine n'utilise pas la terminologie des groupes (il a défini un groupe cyclique d'ordre 6 engendré par la transformation en point direct et la transformation en point rétrograde), il indique tout de même, lors de sa conférence à l'A.F.A.S. dans laquelle il reprend ce tableau, qu'il « montre bien comment se ferme le cycle de ces points » [Lemoine 1885a, p. 36]. Il fait alors clairement référence au caractère fini de ce mode de création de points. Comme le souligne Ehrhardt [2012, p. 185], les travaux sur la théorie des groupes étaient pourtant nombreux dans le dernier tiers du siècle puisque 400 articles contenant le mot « groupe » dans différentes langues peuvent être recensés grâce au *Jahrbuch.* Toutefois, il n'existe pas de sous-section « théorie des groupes », indiquant ainsi que cette théorie n'a pas acquis de statut disciplinaire.

La place centrale des transformations est commune aux travaux de Klein sur les groupes comme au chapitre nouvellement créé qu'est devenu la nouvelle géométrie du triangle. Comme le rappelle Russo, « après avoir été longtemps considérées comme des instruments de la géométrie, les transformations ont été ensuite posées comme base, comme essence de la géométrie » [Russo 1968, p. 64]. Notre propos ne vise pas à reconsidérer la place du programme d'Erlangen dans l'histoire des mathématiques[29] mais d'élucider l'absence de liens implicites ou explicites avec la nouvelle géométrie du triangle. Une première explication de cette absence de référence aux travaux de Klein peut être la publication tardive d'une traduction française du programme d'Erlangen, proposée par H. Padé dans les *Annales scientifiques de l'É.N.S.* en 1891 [Klein 1891, traduit par Padé]. À cette époque, la nouvelle géométrie du triangle est constituée en un corpus cohérent de résultats et apparaît dans les manuels de géométrie élémentaires comme chapitre indépendant. Une autre explication peut-être le caractère élémentaire de la nouvelle géométrie du triangle, destinée aux classes de mathématiques élémentaires et spéciales. Ces pratiques communes, éloignées des développements académiques de l'époque, sont toutefois à l'origine de la disciplinarisation de la nouvelle géométrie du triangle, préalable à l'intégration en tant que nouveau chapitre de géométrie élémentaire.

4. DISCIPLINARISATION DE LA NOUVELLE GÉOMÉTRIE DU TRIANGLE

La disciplinarisation de la nouvelle géométrie du triangle est réalisée par deux moyens : d'une part par l'écriture d'une histoire commune en intégrant les travaux antérieurs à la conférence fondatrice de Lemoine de 1873 ; d'autre part par une généralisation des résultats obtenus lors de la période des recherches indépendantes (1873–1881), avec un passage du statut d'outil à celui de sujet des articles de recherches de certaines méthodes géométriques, comme pour l'inversion isogonale par exemple.

4.1. *L'intégration des travaux antérieurs à 1873*

Si la première bibliographie du triangle présentée à l'A.F.A.S. par Lemoine en 1885 aborde les travaux antérieurs à 1873, une différence est faite entre les travaux du début du siècle, présentés comme menés de façon isolée et n'ayant que peu de liens avec ceux du dernier tiers, qui seraient insérés dans une vision commune. De ce fait, lorsqu'une historiographie de la nouvelle géométrie du triangle se développe, les auteurs primordiaux sont ceux que nous avons présentés précédemment. Pourtant, une évolution apparait avec le développement de la généralisation des travaux sur la nouvelle géométrie du triangle. Les auteurs vont alors utiliser des transformations développées en France et en Allemagne dans la première partie

29 Voir à ce propos [Russo 1968] et [Hawkins 1984] pour des points de vue différents.

du siècle, ce qui va modifier leurs regards sur les auteurs de ces travaux antérieurs à 1873.

Quand Lemoine poursuit au Congrès de l'A.F.A.S. le travail exposé dans les *Nouvelles Annales*, il précise alors le cadre de la généralisation qu'il propose. En effet, il n'est pas question, pour lui, d'accumuler seulement des propositions nouvelles mais bien de montrer que le cadre général est aussi simple que le cadre particulier (points de Lemoine et de Brocard) :

> Ce ne serait pas la peine de faire cette généralisation en détail s'il ne s'agissait que d'énoncer les propositions, mais il est très remarquable que les équations des lignes, les coordonnées des points aient une forme aussi simple dans le cadre général que dans les cas particuliers examinés. [Lemoine 1885a, p. 25]

Lemoine introduit par exemple une transformation birationnelle entre les points K et ω (et K et ω') ou pour le dire différemment, selon les mots de Lemoine, lorsque l'un décrit une droite, l'autre décrit une conique. L'utilisation de cette transformation birationnelle est similaire à la transformation quadratique utilisée par un mathématicien allemand dans le premier tiers du XIX^e siècle : Ludwig J. Magnus (1790–1861).

Magnus propose en 1832 une « nouvelle méthode pour découvrir des théorèmes de géométrie » [Magnus 1832] dans le *Journal de Crelle*. En introduction, il précise que cette méthode lui est venue alors qu'il travaillait sur « une exposition analytique de la théorie des polaires réciproques » [Magnus 1832, p. 51]. Dans la première partie de son article (qui en contient cinq) il expose le principe général de sa méthode : il définit une bijection d'un plan P vers un plan Π telle qu'à une droite du plan Π corresponde une conique du plan P qui passe par trois points fixes dont un au moins est réel (et inversement) et telle qu'à une conique passant par les trois points principaux de P corresponde une droite de Π (et inversement). Grâce à sa bijection, à toute droite d'un plan correspond une conique de l'autre plan, et inversement. En partant d'un théorème connu et en appliquant cette nouvelle méthode, il est donc possible de découvrir un nouveau théorème. En 1887, Vigarié rappelle que c'est Magnus qui « a le premier posé les principes généraux qui doivent s'appliquer à toute méthode de transformation » [Vigarié 1887a, p. 38]. Déjà en 1866, Longchamps publie un « mémoire sur une nouvelle méthode de transformation en géométrie » [Longchamps 1866a] pour lequel le travail de Magnus lui a servi de point de départ.

À la même époque, Longchamps travaille aussi sur une « Étude de géométrie comparée » [Longchamps 1866b] qu'il propose aux *Nouvelles Annales de mathématiques* dont les idées ont d'abord été exposées par le capitaine Mathieu l'année précédente dans la même revue [Mathieu

1865]. L'objectif de Mathieu est de dégager une idée générale, la « géométrie comparée », de tous les travaux de son époque qui traitent des transformations des figures :

> Une même idée se trouve au fond des travaux les plus remarquables de notre époque, au fond de toutes ces belles recherches, dans lesquelles d'illustres savants ont tour à tour tiré si bon parti des méthodes projectives, des méthodes de déformation ou de transformation des figures, des lois de dualité ou de modes de conjugaison ; cette idée, j'essayerai de la dégager et de la définir nettement en l'appelant l'idée féconde de la Géométrie comparée. [Mathieu 1865, p. 393]

Un des modes de conjugaison présenté par Mathieu est l'inversion trilinéaire, autrement appelée inversion isogonale. L'inversion de Mathieu est largement utilisée par les auteurs de la nouvelle géométrie du triangle mais le néologisme « géométrie comparée » ne sera pas repris.

La reconnaissance des travaux de Mathieu et Magnus dans le cadre de la nouvelle géométrie du triangle se fait en deux temps. Cités comme simples contributeurs du début du siècle, dans un premier temps, leur rôle fondateur est reconnu dans un second. En 1883, dans un travail sur les points inverses, Brocard précise en note de bas de page « que ces points avaient été signalés d'abord par le capitaine Mathieu » en 1865 [Brocard 1883, p. 248]. Dans les renseignements historiques qu'il fournit en 1885, Lemoine reconnait l'intérêt du travail de Mathieu et la rencontre du point de Lemoine en tant que point inverse du centre de gravité, mais, selon Lemoine, Mathieu « ne s'y arrête pas d'avantage » [Lemoine 1885a, p. 42]. La même année, Mathieu réagit à un article de d'Ocagne [1885] et indique à la rédaction des *Nouvelles Annales de mathématiques* que la conjugaison isogonale utilisée par d'Ocagne « est identique avec le premier des quatre modes de conjugaison » [Mathieu 1865, p. 471] qu'il a fait connaître en 1865. Ce rappel change les mentalités puisqu'en 1887, au contraire de Lemoine, Vigarié considère que Mathieu et Magnus ont autant apporté à la nouvelle géométrie du triangle que Lemoine, Brocard, Neuberg, d'Ocagne et leurs contemporains ([Vigarié 1887a, p. 36] et [1887b, p. 87]). C'est d'ailleurs l'appellation de « points inverses » due à Mathieu qui est conservée [Vigarié 1887a, p. 58] face aux autres dénominations qui ont pu être utilisées comme celle de « points isogonaux », utilisée par Neuberg, ou encore celles de « points réciproques » et « points correspondants » que l'on peut trouver dans les mémoires de Brocard.

À partir des années 1880 l'expression nouvelle géométrie du triangle désigne toujours les nouveaux objets remarquables du triangle, mais elle inclut de plus les nouvelles correspondances qui ont été développées pour l'étude de ces objets. Les auteurs vont alors devoir rendre cohérente cette géométrie des correspondances qui devient, en tant que méthode, une partie constituante, voire la propédeutique de la nouvelle géométrie du triangle comme l'indique le plan de l'« Étude bibliographique et terminologique » de la géométrie du triangle proposée par Vigarié :

> Nous diviserons ce travail en deux parties : dans la première, nous donnerons des idées générales sur quelques méthodes de transformations ou de conjugaisons particulièrement utiles dans la géométrie du triangle; dans la seconde, nous étudierons quelques points et quelques lignes remarquables. [Vigarié 1887a, p. 37]

Cette citation illustre le changement épistémologique qui a alors lieu : les correspondances et transformations qui étaient utilisées comme des outils dans des articles de recherche en deviennent l'objet et y sont perfectionnés. L'inversion isogonale est un exemple de ce changement de statut.

4.2. *Du statut d'outil à celui d'objet, l'exemple de l'inversion isogonale*

La mise en cohérence de la nouvelle géométrie du triangle est rendue possible par la généralisation d'un certain nombre de résultats mathématiques. À partir de cas particuliers de points inverses, les auteurs cherchent alors à trouver tous les points remarquables inverses du triangle. Ainsi, l'inversion isogonale permet une mise en cohérence des résultats et devient également une méthode efficace de démonstration. Le cas de l'inversion isogonale est caractéristique de la nouvelle géométrie du triangle et de la façon dont les objets des articles ont évolué. Dans un premier temps les auteurs utilisent les points inverses à l'occasion de recherches sur le triangle. Ce n'est que dans un second temps que des études générales sur les points inverses sont effectuées. L'inversion isogonale passe donc du statut d'outil à celui d'objet dans les articles de recherches.

Le premier exemple d'une utilisation ponctuelle des points inverses se trouve dans un travail de Brocard [Brocard 1883]. Il commence par donner la définition de deux points inverses avant de lister les points inverses remarquables du triangle. Brocard utilise ensuite les points inverses comme un outil de démonstration. Son objectif est de trouver « une manière simple et générale [d']établir que trois points, liés au triangle, sont en ligne droite » [Brocard 1883, p. 248]. Dans ses démonstrations, il utilise la propriété métrique des points inverses selon laquelle « les distances de deux points [inverses] aux trois côtés sont inversement proportionnelles entre eux » [Brocard 1883, p. 248].

En 1885, de la même façon que Brocard en 1883 avec l'alignement de trois points, d'Ocagne utilise les points inverses [d'Ocagne 1885] dans un travail sur la symédiane publié dans les *Nouvelles Annales de mathématiques*.

En s'appuyant sur la propriété des points inverses suivante : « si une conique est inscrite dans un triangle, ses foyers sont [des points inverses] par rapport à ce triangle » [d'Ocagne 1885, p. 360] et en l'appliquant au point de Lemoine et au centre de gravité, la conique devient alors le premier cercle de Lemoine. De même, si les deux points inverses considérés sont l'orthocentre et le centre du cercle circonscrit au triangle, la conique devient alors le cercle des neuf points.

Cet usage des points inverses à l'occasion de recherches sur les points remarquables du triangle est aussi fécond dans des travaux de généralisation de la géométrie du triangle. Dans un texte sur le quadrilatère harmonique[30], Neuberg dédie un des paragraphes aux points inverses qui lui sont liés [Neuberg 1885].

En 1885 Vigarié réalise la transition entre les articles qui se servent de l'inversion isogonale comme d'un outil et ceux qui en font une étude générale. Une partie de sa publication est consacrée à un examen systématique des « droites et points inverses » [Vigarié 1885] dans le triangle. Il utilise l'expression « méthode de transformations » pour définir les droites et points inverses plutôt que celle d'inversion isogonale. Ce n'est pas la transformation en tant que telle qui l'intéresse mais plutôt le lien qu'elle crée entre les droites et points remarquables du triangle. Il donne la définition de cette « méthode de transformation » qui s'apparente à une construction géométrique :

> Par les sommets d'un triangle on mène trois droites concourantes, les symétriques de ces droites par rapport aux bissectrices issues des sommets du triangle son concourantes. [Vigarié 1885, p. 33]

Il explique qu'il se « propose dans cette note de démontrer les principales propriétés d'une droite et d'un point inverses particuliers qui sont remarquables pas les conséquences qu'on peut en déduire » [Vigarié 1885, p. 33]. Le point inverse particulier en question est le point de Lemoine, inverse du centre de gravité, et la droite inverse est la symédiane, droite inverse de la médiane.

Enfin, plusieurs travaux présentent des études générales sur la géométrie du triangle dans lesquelles l'inversion isogonale est présentée comme

---

30 Un quadrilatère harmonique est un quadrilatère inscriptible dans le plan duquel il existe un point E dont les distances aux côtés sont proportionnelles à ces côtés. Le point E est le point du Lemoine du quadrilatère harmonique.

un cas particulier de correspondances plus générales : les points réciproques d'ordre p[31]. Les points inverses sont alors des points réciproques d'ordre 2. Cette arborescence est reprise dans l'article de compilation proposé par Longchamps en 1886 [1886] comme dans celui rédigé par Vigarié l'année suivante [Vigarié 1887a]. Ces travaux de compilations sont effectués par des chercheurs de premier ordre de la nouvelle géométrie du triangle : Longchamps et Vigarié. De plus, les choix des publications permettent d'atteindre un public hétéroclite : les étudiants et professeurs des classes de mathématiques élémentaires et spéciales, lecteurs des revues de mathématiques intermédiaires, auxquels s'ajoutent les ingénieurs avec les congrès de l'A.F.A.S. [Gispert 2002, p. 343]. Cette entreprise de mutualisation des connaissances est poursuivie par Vigarié en 1891, 1892 et 1893 avec la rédaction annuelle des « progrès de la géométrie du triangle » publiés dans le *Journal de mathématiques élémentaires*[32] [Romera-Lebret 2014].

5. LA CONCLUSION DE LA NOUVELLE GÉOMÉTRIE DU TRIANGLE

5.1. *Le passage de la nouvelle géométrie du triangle dans les ouvrages d'enseignement*

À partir des années 1880, la nouvelle géométrie du triangle apparaît dans une trentaine de livres dont la moitié est rédigée en français. Nous avons restreint notre sélection en suivant les critères suivants : des manuels scolaires clairement identifiés, dans lesquels la nouvelle géométrie du triangle est partiellement ou entièrement présentée en tant que corpus de connaissances cohérent et organisé. Il reste alors sept références : [Longchamps 1885], [Casey 1885], [Koehler 1886], [Casey 1888], [Longchamps 1893], [Neuberg 1891] et [Frère Gabriel-Marie 1920]. Enfin, nous avons choisi de réduire notre étude aux ouvrages français afin d'avoir un contexte éducatif commun sur lequel se baser. Les cinq ouvrages restant[33] sont destinés au même public que les revues qui diffusaient les

[31] M et M_p, du plan du triangle de référence ABC, sont deux points réciproques d'ordre p (nombre entier positif ou négatif) si leurs coordonnées barycentriques respectives (α, β, γ) et $(\alpha_p, \beta_p, \gamma_p)$ vérifient : $\frac{\alpha\alpha_p}{a^p} = \frac{\beta\beta_p}{b^p} = \frac{\gamma\gamma_p}{c^p}$ (a, b, c étant la longueur des côtés du triangle de référence ABC).

[32] L'article de 1891 est également paru dans le *Progreso Matemático* de Saragosse.

[33] [Koehler 1886], [Longchamps 1885], [Longchamps 1893], [Neuberg 1891] et [Frère Gabriel-Marie 1920].

travaux sur la nouvelle géométrie du triangle : les étudiants des classes de mathématiques élémentaires et spéciales.

Dans un premier temps, seuls certains objets remarquables de la nouvelle géométrie du triangle sont utilisés dans le cadre de l'enseignement de la géométrie analytique. La théorie des droites antiparallèles est présente dans les programmes d'admission à l'École polytechnique entre 1882 et 1885, mais c'est dans les manuels scolaires de géométrie analytique, alors incorporée à l'enseignement de l'École polytechnique, comme par exemple dans les ouvrages de Longchamps [1885] et Koehler [1886], que les objets remarquables du triangle sont utilisés en tant qu'application des coordonnées trilinéaires.

Dans un deuxième temps, la nouvelle géométrie du triangle est intégrée dans des manuels de géométrie en tant que théorie propre, exposée dans un chapitre ou une partie indépendante comme c'est le cas dans [Longchamps 1893], [Neuberg 1891] et [Frère Gabriel-Marie 1920]. L'irlandais Casey avait été le premier à intégrer en un chapitre indépendant ces nouveaux développements de la géométrie élémentaire (Neuberg, préface à [Casey 1890, p. 3])[34].

Les coordonnées trilinéaires et barycentriques restent toujours l'outil de mise en cohérence et leur présentation est effectuée en début de chapitre. La nouvelle géométrie du triangle devient donc un instrument pour enseigner de manière élémentaire la géométrie synthétique du XIXe siècle, qui a mis en avant les relations entre les objets géométriques et, plus précisément, les transformations.

Dans son *Supplément au cours de mathématiques spéciales*, Longchamps [1890] introduit des objets et des outils de la nouvelle géométrie du triangle à l'occasion de son exposé sur les coordonnées barycentriques. La nouvelle géométrie du triangle est donc utilisée pour l'enseignement de nouvelles méthodes.

Dans les deux derniers ouvrages, la nouvelle géométrie du triangle correspond à une note ou à un chapitre indépendant clairement identifié dont le contenu traite exclusivement de « la géométrie récente du triangle » chez Neuberg [Neuberg 1891] et de la « géométrie du triangle » chez F.G.-M. De plus, ce sont tous deux des ouvrages proposant les « Éléments » de la géométrie. Chaque période mathématique dispose de ses *Éléments* de géométrie qui tentent de rénover les *Éléments* d'Euclide par une conception propre de la géométrie [Barbin 2007]. *Les six premiers livres*

---

34 Pour plus de détails sur le rôle de [Casey 1885] et [Casey 1888] on pourra consulter [Romera-Lebret 2009].

des Éléments géométriques de Jacques Peletier du Mans (1557) restent dans la continuité d'Euclide [Barbin 1992] mais Arnauld, dans ses *Nouveaux Éléments de géométrie* (1667), remet en cause l'ordre des *Éléments* d'Euclide et adopte un ordre méthodologique des propositions : la géométrie doit aller du plus simple au plus composé. Dans ses *Éléments de géométrie* publiés en 1765, Clairaut critique les « Éléments ordinaires » et se rapporte à l'origine de la géométrie : la mesure des terrains. L'ordre suivi par Clairaut n'est donc pas un ordre logique mais « l'ordre des inventions qui correspond à la pratique mathématique » [Barbin 1992]. Au début du XIXe siècle, les divers *Éléments de géométrie* opèrent un retour vers Euclide : les *Éléments de géométrie* de Legendre, dont la première édition date de 1794, « reprennent le droit fil de l'orthodoxie euclidienne » [Aspra et al. 2007, p. 116]. De même, Lacroix, en 1799, est moins critique envers Euclide que ses prédécesseurs. Ces deux derniers manuels scolaires marquent l'enseignement de la géométrie au XIXe siècle et jusqu'à la réforme de 1970 mis à part les programmes de premier cycle de la réforme de 1902 [Bkouche 1996, p. 121].

L'ouvrage de Rouché et Comberousse [1891], dont la première partie, dédiée à la géométrie plane, contient la note « sur la géométrie récente du triangle et du tétraèdre » rédigée par Neuberg, se situe dans la tradition de l'enseignement des mathématiques qui « faisait de l'enseignement de la géométrie le lieu de la formation de l'esprit rationnel » [Bkouche 1992]. Cette première partie de la sixième édition du *Traité de Géométrie* de Rouché et Comberousse est divisée en quatre livres qui abordent respectivement la ligne droite, la circonférence de cercle, les figures semblables et les aires. Chacun des livres, réunissant le corpus conforme au programme officiel en vigueur, est suivi d'appendices qui sont « consacrés à l'exposition des nouvelles méthodes » [Rouché & Comberousse 1891, p. XXXIV] qui n'ont pas encore « pénétré dans l'enseignement » [Rouché & Comberousse 1891, p. XXXIII]. Pour les auteurs, connaître ces méthodes est nécessaire à une bonne appréhension de la géométrie élémentaire. Comme le précise Ripert [Ripert 1900, p. 377] dans l'*Enseignement Mathématique*, les ouvrages de géométrie élémentaire postérieurs à celui de Rouché et Comberousse adopteront tous cette configuration. Rouché et Comberousse, tout en reprenant les éléments euclidiens, cherchent donc à en dépasser les limites en présentant les avancées récentes de la géométrie élémentaire. L'ouvrage se termine par trois notes dont une est dédiée à la nouvelle géométrie du triangle. Ce sont les méthodes géométriques de la nouvelle géométrie du triangle qui sont mises en avant dans la Note de Neuberg. Les nouveaux objets remarquables sont alors des applications de ces dernières.

Nous avons déjà parlé des *Exercices de géométrie comprenant l'exposé des méthodes géométriques et 2000 questions résolues* publiés en 1896 par le Frère Gabriel-Marie [Frère Gabriel-Marie 1920]. Cet ouvrage est divisé en quatre parties. L'auteur commence par exposer les méthodes générales qui constituent, selon lui, la partie la plus importante du manuel. Son but est d'amener le lecteur, non seulement à développer des idées générales, mais aussi son esprit de synthèse. Il propose ensuite des exercices puis des problèmes numériques et il conclut avec la partie sur la nouvelle géométrie du triangle. Les exercices ainsi que les problèmes numériques utilisent les méthodes élémentaires indiquées par F.G.-M. dans la préface. Le chapitre sur la nouvelle géométrie du triangle propose des exercices qui font appel à des méthodes du XIX[e] siècle plus complexes, telles que les coordonnées barycentriques et trilinéaires. Toutefois, les méthodes élémentaires sont également utilisées comme la théorie des lieux géométriques et celle des figures semblables. Au niveau pédagogique, l'utilisation de méthodes élémentaires permet de situer géométriquement les objets dont il est question : le point de Lemoine est par exemple l'intersection des symédianes. Appliquer des méthodes complexes à des objets dont une étude élémentaire a été effectuée, en facilite l'approche. La définition géométrique du point de Lemoine entraîne naturellement la considération de l'inversion isogonale : le point de Lemoine et le centre de gravité sont des points inverses.

F.G.-M. se défend du « double emploi » [Frère Gabriel-Marie 1920, p. x] que son chapitre sur la nouvelle géométrie du triangle ferait avec la Note de Neuberg. Pourtant, il s'avère que ces deux exposés ont de nombreux points communs. Sur la forme, chacun présente la nouvelle géométrie du triangle dans une partie extérieure aux différents livres constituant le cœur mathématique de l'ouvrage. Sur le fond, ces auteurs français distinguent les paragraphes consacrés aux méthodes (coordonnées trilinéaires, inversion isogonale, figures semblables par exemple) de ceux consacrés aux objets remarquables (point de Lemoine, points de Brocard pour citer les plus connus).

Il existe une différence concernant le public visé. F.G.-M. a pensé ses *Exercices de géométrie* comme un outil de travail pour les élèves de mathématiques élémentaires. Même s'il indique qu'il est aussi destiné « à ceux qui cultivent avec prédilection les études de géométrie élémentaire » [Frère Gabriel-Marie 1920, p. I], il n'indique pas les élèves de l'enseignement supérieur. À l'inverse, les coauteurs Rouché et Comberousse mettent en place une double lecture de leur manuel qui le rend accessible aux élèves de mathématiques élémentaires tout en correspondant également à ceux de mathématiques spéciales.

Une histoire à poursuivre

Au début du XX[e] siècle, l'intérêt pour les recherches sur la nouvelle géométrie du triangle diminue. La quatrième et dernière bibliographie est présentée par Brocard au Congrès de l'A.F.A.S. de 1906 [Brocard 1906]. Ces bibliographies manifestent la volonté des auteurs d'ordonner et de partager les connaissances ; leur arrêt indique qu'un tel travail de compilation n'était plus ni attendu ni demandé. Cela correspond aussi à la mort des auteurs historiques et marquants de la nouvelle géométrie du triangle qui continuaient à produire des recherches sur le sujet : John Casey meurt en 1891 puis c'est au tour de Gaston de Longchamps en 1906 avant Émile Lemoine en 1912, Gaston Tarry en 1913 et Henri Brocard en 1921.

Certains manuels français mentionnés dans cet article connaissent des rééditions jusqu'à la fin des années 1950. La dernière édition des *Exercices de géométrie* de F.G.-M. date de 1931, tandis que le *Traité de géométrie élémentaire* de Rouché et Comberousse connaît de nouvelles éditions, malgré la mort des auteurs, en 1912, 1922 et 1949, dans lesquelles la note de Neuberg sur la nouvelle géométrie du triangle est toujours présente. En 1953, 1954 et 1957, des rééditions du manuel de Rouché et Comberousse sont proposées tandis qu'en 1991 la 6[e] édition des *Exercices de Géométrie* de F.G.-M. est réimprimée. Dans les années 1970, avec la réforme des mathématiques modernes, la géométrie d'Euclide n'est plus enseignée en tant que telle [Gispert & Schubring 2007]. En 1972, l'historien des mathématiques Jean Itard, dans une conférence sur « l'évolution de l'enseignement des mathématiques de 1872 à 1972 », juge les programmes de mathématiques du début du siècle élémentaires et dominés par la géométrie qui s'approprie « la part du lion dans la formation mathématique ». Il rappelle alors qu'à « la fin du siècle sévit à l'usage des classes de mathématiques spéciales, la Géométrie du triangle, discipline certes intéressante, mais domaine assez borné » [Itard 1984]. Toutefois, à la fin des années 1980, les objets de la nouvelle géométrie du triangle, alors plus ou moins oubliés, sont rassemblés dans un ouvrage destinés à fournir aux élèves des classes de seconde, première S et terminale C, ainsi qu'à leur professeurs, « des problèmes de géométrie riches et captivants » [Sortais 1987]. On retrouve ce même intérêt didactique pour les objets de la nouvelle géométrie du triangle Outre-Rhin, en particulier dans [Baptist 1992] comme un exemple d'enseignement exploratoire. La nouvelle géométrie du triangle proposée par Peter Baptist est décomposée entre une période allemande correspondant aux travaux du début du XIXe siècle, et une période française pour la deuxième partie du siècle. Pour expliquer l'intérêt pour ce sujet Baptist retient, outre les raisons historiques, le réservoir de problèmes pour les concours et le champ d'applications pour les activités des élèves que constitue la nouvelle géométrie du triangle. Assimiler la nouvelle géométrie du triangle à des mathématiques de concours rejoint l'intérêt développé pour cette théorie à la fin du XIXe siècle.

Des recherches aux approches variées ont toujours continué à être publiées sur la géométrie du triangle. Jesse Douglas, en 1940, a proposé une approche à l'aide des variables complexes tandis que I. J. Schoenberg, en 1982, a utilisé conjointement les variables complexes et la transformée discrète de Fourier. Les travaux de Chang (1982) et Davis (1977 et 1979) se basent sur les matrices. Dans les années 1980, des travaux ont mis à jour la notion de « centre de triangle » ('triangle center') pour remplacer celle de points remarquables du triangle. Cette notion utilise les coordonnées trilinéaires et se base sur les fonctions algébriques. Ces travaux sont résumés en 1994 par Clark Kimberling, professeur de mathématiques à l'université d'Evansville, dans un article publié dans le *Mathematics Magazine* [Kimberling 1994]. Les points de Brocard et de Lemoine sont des exemples de centres de triangle donnés par Kimberling. Ce dernier a publié un ouvrage, intitulé *Triangle centers and central triangles* [Kimberling 1998], qui reprend et approfondi ces travaux. Un site Internet[35], nommé « Clark Kimberling's encyclopedia of triangle center », a été créé et présente les 400 centres du triangle déjà présents dans le livre de Kimberling. Les nouveaux points remarquables du XIXe siècle, tels que le point de Lemoine et les points de Brocard, appartiennent désormais aux centres du triangle classiques contrairement aux récents centres du triangle tels que le point de Schiffler, mis à jour en 1986. Enfin, un forum existe sur le site afin que les nouveaux amateurs de la géométrie du triangle puissent échanger. Il se nomme 'Hyacinthos', en l'honneur d'Émile Michel Hyacinthe Lemoine. Il serait intéressant d'étudier cette communauté d'internautes et de la comparer avec la communauté des auteurs de la nouvelle géométrie du triangle du siècle précédent.

35 `http://faculty.evansville.edu/ck6/encyclopedia/ETC.html`.

BIBLIOGRAPHIE

AGERON (Pierre) & BARBIN (Evelyne), éd.

[2011] *Circulation Transmission Héritage - Actes du XVIII^e colloque inter-IREM Histoire et épistémologie des mathématiques (Université de Caen-Basse-Normandie, 28–29 mai 2010)*, Caen : Université de Caen-Basse-Normandie, 2011.

ALASIA (Cristoforo)

[1900] *La recente geometria del triangolo*, Città di Castello : Scipione Lapi, 1900.

ANONYME

[1859] Sur le système des coordonnées trilitères et quadrilitères, *Bulletin de Bibliographie, d'Histoire et de Biographie Mathématique (Nouvelles Annales de Mathématiques)*, XVIII (1859), p. 65–72.

[1910] Nécrologie d'Eugène Rouché, *Enseignement Mathématique*, XII (1910), p. 425.

ARNAULD (Antoine)

[1667] *Nouveaux éléments de géométrie*, Paris : Savreux, 1667.

ASPRA (Janine), MARMIER (Anne-Marie) & MARTINEZ (Isabelle)

[2007] De l'étude des solides à la construction de l'espace, 2007 ; dans [Barbin 2007, p. 104–146].

AUSEJO (Elena) & HORMIGON (Mariano), éd.

[1993] *Messengers of Mathematics : European mathematical journals 1800–1946*, Madrid : Siglo XXI de España Editores, 1993.

AUVINET (Jérôme)

[2011] *Charles-Ange Laisant. Itinéraires et engagements d'un mathématicien, d'un siècle à l'autre (1841–1920)*, thèse de doctorat en épistémologie et histoire des sciences et des techniques, Université de Nantes, 2011.

[2013] *Itinéraires et engagements d'un mathématicien de la Troisième République*, Paris : Hermann, 2013.

BARBIN (Evelyne)

[1992] Sur la conception des savoirs géométriques dans les *Éléments de géométrie*, dans Gagatsis (Athanassios), éd., *Cahiers de didactique de mathématiques*, vol. 14–15, Thessalonique : Université de Thessalonique, 1992, p. 135–158.

[2007] La problématique de la géométrie de Clairaut, dans *Les Éléments de géométrie de Clairaut*, Paris : Publications de l'IREM, Université Paris VII, 2007.

BARBIN (Evelyne) & BÉNARD (Dominique), éd.

[2007] *Histoire et enseignement des mathématiques. Rigueur, erreurs, raisonnements*, Lyon : INRP, 2007.

BARBIN (Evelyne), GODET (Jean-Luc) & STENGER (Gerhardt), éd.

[2009] *1867, l'année de tous les Rapports : les Lettres et les Sciences à la fin du second Empire*, Pornic : Temps, 2009.

BAPTIST (Peter)
[1992] *Die Entwicklung der neueren Dreiecksgeometrie*, Lehrbücher und Monographien zur Didaktik der Mathematik, n° 19, Bibliographisches Institut Wissenschaftsverlag, 1992.

BELHOSTE (Bruno)
[2001] La préparation aux grandes Écoles scientifiques au XIXe siècle : Établissements publics et institutions privées, *Histoire de l'éducation*, 90 (2001), p. 101–130.
[2002] Anatomie d'un concours, l'organisation de l'examen d'admission à l'École polytechnique de la Révolution à nos jours, *Histoire de l'éducation*, 94 (2002), p. 141–175.

BELHOSTE (Bruno), GISPERT (Hélène) & HULIN (Nicole), éd.
[1996] *Les sciences au lycée. Un siècle de réformes des mathématiques et de la physique en France et à l'étranger*, Paris : Vuibert et INRP, 1996.

BERKHAN (Gustav Waldemar) & MEYER (Wilhelm Franz)
[1914] Neuere Dreiecksgeometrie, dans *Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften*, 1914, p. 1173–1276.

BJARNADÓTTIR (Kristín), FURINGHETTI (Fulvia) & SCHUBRING (Gert), éd.
[2009] *"Dig where you stand", Proceedings of the Conference "On-going Research in the History of Mathematics Education"*, University of Iceland, School of Education, 2009.

BKOUCHE (Rudolf)
[1992] Le retour de la géométrie, dans *Universalia*, Paris : Encyclopédie Universalis, 1992.
[1996] La place de la géométrie dans l'enseignement des mathématiques en France : de la réforme de 1902 à la réforme des mathématiques modernes, 1996 ; dans [Belhoste et al. 1996, p. 121–137].
[1998] Quelques remarques à propos de l'enseignement de la géométrie, *Repères IREM*, 26 (1998), p. 49–71.

BOURGET (Justin)
[1877] Avant-Propos, *Journal de mathématiques Spéciales*, I (1877), p. 34.

BROCARD (Henri)
[1881] Étude d'un nouveau cercle du plan du triangle, *Compte rendu des séances des sessions de l'A.F.A.S.*, X (1881), p. 138–159.
[1883] Nouvelles propriétés du triangle, *Journal de Mathématiques Élémentaires*, II (1883), p. 248–252, 272–281.
[1885] Propriétés de l'hyperbole des neuf points et de six paraboles remarquables, *Journal de Mathématiques Spéciales*, IV (1885), p. 12–15, 30–33, 58–64, 76–80, 104–112, 123–131.
[1886] Correspondance, *Journal de Mathématiques Spéciales*, V (1886), p. 91.
[1895] *Notice sur les titres et travaux scientifiques*, Bar-le-duc : Imprimerie Comté-Jacquet, 1895.
[1906] La bibliographie de la géométrie du triangle, *Compte rendu des séances des sessions de l'A.F.A.S.*, XXXV (1906), p. 53–66.

[1915] Lettre à Maurice d'Ocagne (23 septembre 1915), 1915 ; Fond d'archives de la bibliothèque de l'École polytechnique de Paris.

Casey (John)
[1885] *A treatise on analytical geometry of the point, line, circle, and conic sections*, Dublin : University Press and London : Hodges, Figgis and Co., 1885.
[1888] *A Sequel to Euclid*, Dublin : University Press and London : Hodges, Figgis and Co., 1888.
[1890] *Géométrie élémentaire récente*, traduit par F. Falisse, Gand : Ad Hoste, Paris : Gauthier-Villars, 1890.

Catalan (Eugène) & Mansion (Paul)
[1874] Avertissement au premier numéro, *Nouvelle Correspondance Mathématique*, I (1874), p. 45.

Chasles (Michel)
[1870] *Rapports sur les progrès de la géométrie, Recueil des rapports sur l'état des lettres et les progrès de la science en France, Publication faite sous les auspices du ministère de l'Instruction Publique*, Paris : Imprimerie Nationale, 1870.

Cornu (Alfred)
[1872] Histoire de l'Association, *Compte rendu des séances des sessions de l'A.F.A.S.*, I (1872), p. 44–49.

Cremona (Luigi)
[1962] Mémoire de géométrie pure sur les cubiques gauches, *Nouvelles Annales de Mathématiques*, II (1962), p. 287–304.

Davis (Philip J.)
[1995] The rise, fall, and possible transfiguration of triangle geometry : a mini-history, *American Mathematical Monthly*, 32(3) (1995), p. 204–214.

Décaillot (Anne-Marie)
[2002] L'originalité d'une démarche scientifique, 2002 ; dans [Gispert 2002, p. 205–214].

Despeaux (Sloan E.)
[2014] Mathematical questions : a convergence of mathematical practices in British journals of the eighteenth and nineteenth centuries, *Revue d'histoire des mathématiques*, 20 (2014), p. 5–71.
[2007] Launching mathematical research without a formal mandate : the role of university-affiliated journals in Britain, 1837–1870, *Historia Mathematica*, 34 (2007), p. 89–106.

Ehrhardt (Caroline)
[2012] *Itinéraire d'un texte mathématique, les réélaborations d'un mémoire d'Évariste Galois au XIX^e siècle*, Paris : Hermann, 2012.

Elkhadem (Hossam)
[1978] Histoire de la correspondance mathématique et physique d'après les lettres de Jean-Guillaume Garnier et Adolphe Quetelet, *Bulletin de la classe des lettres et des sciences morales et politiques*, LXIV(10–11) (1978), p. 316–366.

FRÈRE GABRIEL-MARIE
[1920] *Exercices de Géométries comprenant l'exposé des méthodes géométriques et 2000 questions résolues*, Tours : A. Mame et Paris : J. de Gigord, 6e édition, 1920 ; reprint 1991, Paris : Jacques Gabay.

GERINI (Christian) & VERDIER (Norbert), éd.
[2014] *L'émergence de la presse mathématique en Europe au XIXe siècle. Formes éditoriales et études de cas (France, Espagne, Italie, Portugal)*, Oxford : College Publications, 2014.

GISPERT (Hélène)
[1991] La France Mathématique, la S.M.F. (1870–1914), *Cahiers d'Histoire et de Philosophie des Sciences*, 34 (1991).
[1993] Le milieu mathématique français et ses journaux en France et en Europe (1879–1914), 1993; dans [Ausejo & Hormigon 1993, p. 132–158].
[1996] Une comparaison des journaux français et italiens dans les années 1860–1875, 1996 ; dans [Goldstein et al. 1996, 391–408].
[1999] Les débuts de l'histoire des mathématiques sur les scènes internationales et le cas de l'entreprise encyclopédique de Felix Klein et Jules Molk, *Historia Mathematica*, 26 (1999), p. 344–360.
[2002] *« Par la science, pour la patrie », l'Association Française pour l'Avancement des Sciences (1872-1914), un projet politique pour une société savante*, Rennes : Presses Universitaires de Rennes, 2002.

GISPERT (Hélène) & SCHUBRING (Gert)
[2007] L'enseignement mathématique au XXe siècle dans le contexte français, dans *Actes de l'Université d'été européenne sur l'histoire et l'épistémologie des mathématiques dans l'enseignement (ESU-5)*, Prague : Université Charles de Prague, 2007 ; actes à paraître.

GODEAUX (Lucien)
[1943] *Esquisse d'une histoire des sciences mathématiques en Belgique*, Collection nationale, Bruxelles : Office de publicité, 1943.

GOLDSTEIN (Catherine)
[1999] Sur la question des méthodes quantitatives en histoire des mathématiques : le cas de la théorie des nombres en France (1870–1914), *Acta historiae rerum naturalium nec non technicarum*, 28 (1999), p. 187–214.

GOLDSTEIN (Catherine), GRAY (Jeremy) & RITTER (Jim)
[1996] *L'Europe mathématique/Mathematical Europe*, Paris : Éditions de la Maison des sciences de l'homme, 1996.

HAWKINS (Thomas)
[1984] The Erlangen Programm of Felix Klein : Reflections on its Place in the History of Mathematics, *Historia Mathematica*, 11 (1984), p. 442–470.

HAZEBROUCK (Denise)
[2002] Les Sociétés savantes, 2002 ; dans [Gispert 2002, p. 189–196].

ITARD (Jean)
[1984] *L'évolution de l'enseignement des mathématiques en France de 1872 à 1972*, Essais d'histoire des mathématiques, Blanchard, 1984; conférence prononcée à l'APMEP de Lyon en février 1972.

KIEPERT (Ludwig)
[1869] Solution de la question 864 (Lemoine), *Nouvelles Annales de Mathématiques*, VIII (1869), p. 40–42.

KIMBERLING (Clark)
[1994] Central points and central lines in the plane of a triangle, *Mathematics magazine*, 67(3) (1994), p. 163–187.
[1998] *Triangle centers and central triangles*, Winnipeg : Utilitas Mathematica Publishing Inc., 1998.

KLEIN (Felix)
[1891] Considérations comparatives sur les recherches géométriques modernes, *Annales scientifiques de l'École Normale Supérieure*, VIII (1891), p. 87–102, 173–199 ; traduit par H. Padé.

KOEHLER (Joseph)
[1886] *Exercices de géométrie analytique et de géométrie supérieure à l'usage des candidats aux Écoles polytechnique et normales et à l'agrégation*, Paris : Gauthier-Villars & fils, 1886.

LAISANT (Charles-Ange)
[1912a] Émile Lemoine (1840–1912), *L'Enseignement mathématique*, 1912, p. 176–183.
[1912b] Émile Lemoine (1840–1912), *Intermédiaire des Mathématiciens*, XIX (1912), p. 1–7.

LAISANT (Charles-Ange) & LEMOINE (Émile)
[1894] Préface, *Intermédiaire des Mathématiciens*, I (1894), p. v–viii.

LALESCO (Trajan)
[1952] *La géométrie du triangle*, Paris : Jacques Gabay, 1952.

LEFEBVRE (Muriel)
[2003] Images et frontières en mathématiques, *Questions de communication*, 3 (2003), p. 69–80.

LEMOINE (Émile)
[1873] Sur quelques propriétés d'un point remarquable du plan d'un triangle, *Compte rendu des séances des sessions de l'A.F.A.S.*, II (1873), p. 90–95.
[1874] Note sur les propriétés du centre des médianes antiparallèles dans un triangle, *Compte rendu des séances des sessions de l'A.F.A.S.*, III (1874), p. 1165–1168.
[1884] Quelques propriétés des parallèles et des antiparallèles aux côtés d'un triangle, *Bulletin de la S.M.F.*, XII (1884), p. 72–78.

[1885a] Propriétés relatives à deux points ω, ω' du plan d'un triangle *ABC* qui se déduisent d'un point *K* quelconque du plan comme les points de Brocard se déduisent du point de Lemoine, *Compte rendu des séances des sessions de l'A.F.A.S.*, XIV (1885), p. 23–49.
[1885b] Sur une généralisation des propriétés relatives au cercle de Brocard et au point de Lemoine, *Nouvelles Annales de Mathématiques*, IV (1885), p. 201–223.
[1886] Quelques questions se rapportant à l'étude des antiparallèles aux côtés d'un triangle, *Bulletin de la S.M.F.*, XIV (1886), p. 107–109.
[1887] Questions diverses sur la nouvelle géométrie du triangle, *Compte rendu des séances des sessions de l'A.F.A.S.*, XVI (1887), p. 13–42.
[1891] Sur une transformation relative à la géométrie du triangle, *Bulletin de la S.M.F.*, XIX (1891), p. 133–135.

LONGCHAMPS (Gaston de)
[1866a] Méthode sur une nouvelle méthode de transformation en géométrie, *Annales scientifiques de l'École Normale Supérieure*, III (1866), p. 321–341.
[1866b] Étude de géométrie comparée avec applications aux sections coniques et aux courbes d'ordre supérieur, particulièrement à une famille de courbes du sixième ordre et de la quatrième classe, *Nouvelles Annales de Mathématiques*, I (1866), p. 118–128.
[1883] *Cours de mathématiques spéciales*, Paris : Delagrave, 1883.
[1884] *Géométrie analytique à deux dimensions*, Paris : Delagrave, 1884.
[1885] *Supplément au Cours de mathématiques spéciales*, Paris : Delagrave, 1885.
[1886] Généralités sur la géométrie du triangle, *Journal de Mathématiques Élémentaires*, V (1886), p. 109–114, 127–133, 154–158, 177–179, 198–206, 229–232, 243–250, 270–278.
[1887] Introduction à l'article d'Émile Vigarié, *Journal de Mathématiques Spéciales*, I (1887), p. 34–36.
[1890] *Essai sur la géométrie de la règle et de l'équerre*, Paris : Delagrave, 1890.
[1893] *Supplément au Cours de mathématiques spéciales*, Paris : Delagrave, 3e édition, 1893.
[1898–1899] *Cours de problèmes de géométrie analytique*, Paris : Delagrave, 1898–1899.

LORIA (Gino)
[1948] Perfectionnements, Évolution, Métamorphose du concept de « coordonnées » : Contribution à l'Histoire de la Géométrie Analytique, *Osiris*, 8 (1948), p. 218–288.

MAGNUS (Ludwig Immanuel)
[1832] Nouvelle méthode pour découvrir des théorèmes de géométrie, *Journal de Crelle*, VIII (1832), p. 51–63.

MATHIEU (J.-J.-A.)
[1865] Étude de géométrie comparée, avec applications aux sections coniques, *Nouvelles Annales de Mathématiques*, V (1865), p. 393–407, 481–493, 529–537.

MINEUR (Adolphe)
[1926] Notice de Joseph Neuberg, *Académie Royale de Belgique*, 1926, p. 134–192.

MÖBIUS (August Ferdinand)

[1827] *Der barycentrische Calcul, ein neues Hülfsmittel zur analytischen Behandlung der Geometrie*, Leipzig : J. A. Barth, 1827 ; facsimilé de l'édition de Leipzig, Olms, 1976.

MOREL

[1883] Étude sur le cercle de Brocard, *Journal de Mathématiques Élémentaires*, III (1883), p. 10–15, 33–37, 62–66, 97–108, 169–176, 195–201.

[1889] Crelle ou Brocard, *Journal de Mathématiques Élémentaires*, III (1889), p. 251–255.

NABONNAND (Philippe) & ROLLET (Laurent)

[2002] Une bibliographie mathématique idéale ? Le Répertoire Bibliographique des Sciences Mathématiques, *La Gazette des Mathématiciens*, 92 (2002), p. 11–25.

NEUBERG (Joseph)

[1881] Sur le centre des médianes antiparallèles, *Mathesis*, I (1881), p. 153–154, 173–176, 185–190.

[1884] Mémoire sur le tétraèdre, *Bulletin de l'Académie Royale de Belgique*, XXXVII (1884), p. 1–72.

[1885] Sur le quadrilatère harmonique, *Mathesis*, V (1885), p. 202–204, 216–221, 241–248, 265–269.

[1886] Sur le point de Steiner, *Journal de Mathématiques Spéciales*, V (1886), p. 69, 28–30, 51–53, 73–77.

[1891] Sur la géométrie récente du triangle et du tétraèdre, 1891 ; dans [Rouché & Comberousse 1891, p. 429–487].

D'OCAGNE (Maurice)

[1885] Note sur la symédiane, *Nouvelles Annales de Mathématiques*, IV (1885), p. 360–367.

[1896] *Cours de géométrie descriptive et de géométrie infinitésimale*, Paris : Gauthier-Villars, 1896.

[1917–1918] *Cours de géométrie pure et appliquée de l'École polytechnique*, Paris : Gauthier-Villars, 1917–1918.

ORTÍZ (Eduardo)

[1996] The nineteenth century international mathematical community and its connection with those on the Iberian periphery, 1996 ; dans [Goldstein et al. 1996, p. 323–343].

PAINVIN (Louis)

[1858] Application de la nouvelle analyse aux surfaces du second ordre, *Nouvelles Annales de Mathématiques*, XVII (1858), p. 370–380, 403–427, 457–461.

[1859] Application de la nouvelle analyse aux surfaces du second ordre, *Nouvelles Annales de Mathématiques*, XVIII (1859), p. 33–44, 49–60, 89–107, 407–420.

[1868] *Principes de la géométrie analytique, géométrie plane*, Douai : Robaut, 1868.

PINEAU (François)
[2006] *L'Intermédiaire des Mathématiciens : un forum de mathématiciens au XIX^e siècle*, thèse de doctorat en épistémologie et histoire des sciences et des techniques, Université de Nantes, 2006.

PLÜCKER (Julius)
[1830] Über ein neues Coordinatensystem, *Journal de Crelle*, V (1830), p. 136.
[1835] *System der analytischen Geometrie*, Berlin : Duncker und Humblot, 1835.

POULAIN
[1892] *Principes de la nouvelle géométrie du triangle*, Paris : Groville-Morant, 1892.

QUATREFAGES (Alfred de)
[1872] La science et la patrie, *Compte rendu des séances des sessions de l'A.F.A.S.*, I (1872), p. 37–41.

RIPERT (Léon)
[1900] Sur la notion de l'infini en géométrie élémentaire, *L'Enseignement mathématique*, II (1900), p. 377.

ROMERA-LEBRET (Pauline)
[2009] Teaching new geometrical methods with an ancient figure in the 19th and 20th centuries : the new triangle geometry in textbooks in Europe and USA, 1888–1952, 2009 ; dans [Bjarnadóttir et al. 2009, p. 167–180].
[2011] Servir la patrie et servir les mathématiques : l'Association Française pour l'Avancement des Sciences, dans Mollé (F.), éd., *Servir, Journées de la Maison des Sciences de l'homme Ange Guépin*, Paris : L'Harmattan, 2011.
[2012] Die neue Dreiecksgeometrie : der Übergang von der Mathematik der Amateure zur unterrichteten Mathematik, *Mathematische Semesterberichte*, 9(1) (2012), p. 75–102 ; traduit par K. Volkert.
[2014] La circulation des savoirs dans les journaux et les publications périodiques à la fin du XIX^e siècle. L'exemple de la nouvelle géométrie du triangle, 2014 ; dans Gerini & Verdier [2014].

ROUCHÉ (Eugène)
[1889a] Lettre à Maurice d'Ocagne, 1889 ; 2 novembre 1889, Fond d'Ocagne, Archives de l'École polytechnique.
[1889b] Lettre à Maurice d'Ocagne, 1889 ; 6 novembre 1889, Fond d'Ocagne, Archives de l'École polytechnique.

ROUCHÉ (Eugène) & COMBEROUSSE (Charles de)
[1891] *Traité de Géométrie*, Paris : Gauthier-Villars, 6^e édition, 1891.

ROWE (David E.)
[1983] A forgotten chapter in the history of Felix Klein's Erlangen Programm, *Historia Mathematica*, 10 (1983), p. 448–457.
[1989] Klein, Hilbert, and the Göttingen Mathematical Tradition, *Osiris*, 5 (1989), p. 186–213.

RUSSO (Père François)
[1968] Groupes et géométrie, la genèse du programme d'Erlangen de Félix Klein, conférence donnée au Palais de la découverte, 1968 ; 4 mai 1968, p. 64.

SORTAIS (Yvonne et René)
[1987] *La géométrie du triangle, exercices résolus*, Collection Formation des enseignants et formation continue, Hermann, 1987 ; nouveau tirage de 1997.

S.M.F.
[1872] Statuts de la Société, *Bulletin de la S.M.F.*, I (1872), p. 8–9.

TERQUEM (Orly)
[1850] Calendrier de l'Université de Dublin pour l'année 1850, *Nouvelles Annales de Mathématiques*, IX (1850), p. 454–459.
[1857] Note à la solution de M. Legrandais, *Nouvelles Annales de Mathématiques*, IX (1857), p. 461–462.

TOURNÈS (Dominique)
[2011] Une discipline à la croisée de savoirs et d'intérêts multiples : la nomographie, 2011 ; dans [Ageron & Barbin 2011, p. 415–448].

TUCKER (Robert)
[1887] Uni-brocardal triangles, *Proceedings of the London Mathematical Society*, XVIII (1887), p. 393–400.

VERDIER (Norbert)
[2009] Les journaux de mathématiques dans la première moitié du XIX^{e} siècle en Europe, *Philosophia Scientae*, 13(2) (2009), p. 97–126.

VIGARIÉ (Émile)
[1885] Note de géométrie, droites et points inverses, *Journal de Mathématiques Élémentaires*, IV (1885), p. 33–36, 51–60, 76–79, 101–103, 126–127, 171–173, 224–226, 244–248, 265–267.
[1886] Sur le point de Nagel, *Journal de Mathématiques Élémentaires*, V (1886), p. 158–160.
[1887a] Géométrie du triangle. Étude bibliographique et terminologique, *Journal de Mathématiques Spéciales*, I (1887), p. 34–45, 58–62, 77–82, 127–132, 154–157, 175–177, 199–203, 217–219, 248–250.
[1887b] Premier inventaire de la géométrie du triangle, *Compte rendu des séances des sessions de l'A.F.A.S.*, XVI (1887), p. 87–112.
[1888] Lettre à Maurice d'Ocagne, 1888; Fond d'Ocagne, Archives de l'École polytechnique.
[1889] Esquisse historique sur la marche du développement de la géométrie du triangle, *Compte rendu des séances des sessions de l'Association Française pour l'Avancement des Sciences*, XVIII/2 (1889), p. 117–127.
[1895] Bibliographie de la géométrie du triangle, *Compte rendu des séances des sessions de l'Association Française pour l'Avancement des Sciences*, XXIV (1895), p. 50–63.