BULLETIN DE LA S. M. F.

CH. BERDELLÉ

Démonstration élémentaire d'un théorème énoncé par M. E. Catalan

Bulletin de la S. M. F., tome 17 (1889), p. 102

<http://www.numdam.org/item?id=BSMF_1889__17__102_0>

© Bulletin de la S. M. F., 1889, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Bulletin de la S. M. F. » (http://smf.emath.fr/Publications/Bulletin/Presentation.html) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (http://www.numdam.org/conditions). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
http://www.numdam.org/

Démonstration élémentaire d'un théorème énoncé par M. E. Catalan (¹); par M. Berdellé.

Tout multiple de 8 *est la somme de* 8 *carrés impairs.*

Un multiple effectif de 8 est de la forme

$$8+8n;$$

on sait que l'on peut écrire

$$n = a^2+b^2+c^2+d^2;$$

or

$$a^2 = \frac{a^2-a}{2} + \frac{a^2+a}{2},$$

donc

$$8a^2 = (4a^2-4a)+(4a^2+4a);$$

d'où l'on conclut facilement

$$\begin{aligned} 8+8n = &+(1+4a^2-4a)+(1+4a^2+4a)\\ &+(1+4b^2-4b)+(1+4b^2+4b)\\ &+(1+4c^2-4c)+(1+4c^2+4c)\\ &+(1+4d^2-4d)+(1+4d^2+4d), \end{aligned}$$

ce qu'il fallait démontrer.

On voit de plus que les huit nombres impairs se divisent en couples de deux nombres impairs consécutifs

$$2a-1, \quad 2a+1, \quad \ldots.$$

Toutefois, si k des nombres a, b, c, d sont nuls, il y aura k couples de carrés qui, au lieu d'être les carrés de deux impairs consécutifs, seront tous les deux égaux à 1.

(¹) *Bulletin de la Société mathématique,* vol. XVI, p. 129.