BULLETIN DE LA S. M. F.

D. ANDRÉ

Note sur les développements des puissances de certaines fonctions

Bulletin de la S. M. F., tome 6 (1878), p. 120-121

<http://www.numdam.org/item?id=BSMF_1878__6__120_1>

© Bulletin de la S. M. F., 1878, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Bulletin de la S. M. F. » (http://smf.emath.fr/Publications/Bulletin/Presentation.html) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (http://www.numdam.org/conditions). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
http://www.numdam.org/

Note sur les développements des puissances de certaines fonctions;
par M. Désiré André.

(Séance du 19 décembre 1877.)

Considérons une fonction $\varphi(x)$ satisfaisant à l'équation différentielle

$$\sum_{0}^{n} C_t \frac{d^t \varphi}{dx} = k\Phi,$$

dont le premier membre est celui d'une équation linéaire d'ordre n à coefficients constants, et au second membre de laquelle Φ représente un polynôme quelconque, entier par rapport à la fonction φ, à la variable x, à l'indéterminée k, et à des exponentielles de la forme e^{mx}.

Nous avons démontré récemment (¹) que si l'on pose, d'une part,

$$\varphi(x) = \sum_{0}^{\infty} \nu_t k^t,$$

et de l'autre

$$\varphi(x) = \sum_t (-1)^t F_t \frac{x^t}{t!}, \quad F_r = \sum_t \theta_{r,t} k^t,$$

(¹) Voir *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, 29 octobre 1877.

ν_t est un polynôme entier par rapport à la variable x et a des exponentielles de la forme e^{mx}, et que $\theta_{r,t}$, regardé comme fonction de r seulement, l'indice t étant supposé constant, constitue le terme général d'une série récurrente proprement dite.

L'objet de la présente Note est de faire remarquer un fait presque évident, à savoir que ces deux résultats s'étendent aux développements d'une puissance quelconque, d'exposant entier et positif, de la fonction $\varphi(x)$, c'est-à-dire de faire remarquer, si l'on pose, d'une part,

$$\varphi^p(x) = \sum_0^\infty \nu_t^{(p)} h^t$$

et, de l'autre,

$$\varphi^p(x) = \sum_t (-1)^t \mathrm{F}_t^{(p)} \frac{x^t}{t!}, \quad \mathrm{F}_r^{(p)} = \sum_t \theta_{r,t}^{(p)} h^t,$$

que $\nu_t^{(p)}$ est, comme ν_t, un polynôme entier par rapport à la variable x et a des exponentielles de la forme e^{mx}, et que $\theta_{r,t}^{(p)}$, regardé comme fonction de r seulement, constitue, de même que $\theta_{r,t}$, le terme général d'une série récurrente proprement dite.