J.-M. OUDIN

Étude sur les divers calendriers

Thèses de l'entre-deux-guerres, 1938
<http://www.numdam.org/item?id=THESE_1938__213__1_0>

THÈSES

présentées à la Faculté des Sciences
de l'Université de Montpellier

pour obtenir

le grade de Docteur de l'Université

(Mention "Sciences")

par M^r^ J.-M. OUDIN

professeur à l'École française (Cours Normal)
à Hal (Belgique)

1ère Thèse :

Étude sur les divers Calendriers.

2me Thèse :

Propositions données par la Faculté.

FACULTÉ DES SCIENCES
DE
L'UNIVERSITÉ DE MONTPELLIER

	MM.	
Doyen	M. GODECHOT, Correspondant de l'Institut Professeur de Chimie.	
Doyen honoraire	S. DAUTHEVILLE.	
Professeurs honoraires	E. FABRY, O. DUBOSQ, J. CURIE, F. BEAULARD de LENAIZAN, E. BATAILLON, R. JACQUES, J. PAVILLARD, J. CABANNES et E. CHATTON.	
Maître de Conférences honoraire.	F. MOURGUES.	
	MM.	
Professeurs	G. REBOUL	Physique.
	E. TURRIERE	Mécanique rationnelle.
	P. HUMBERT	Mathématiques pures.
	L. GAY............	Chimie.
	J. SOULA	Mathématiques.
	E. CARRIERE	Chimie.
	J. DURAND	Chimie.
	L. EMBERGER	Botanique.
	Ch. BOUHET	Physique.
	P. MATHIAS	Zoologie et Biologie générale.
	M. THORAL	Géologie
	MM.	
Maîtres de Conférences	F. VASILESCO	Mathématiques
	O. TUZET (Mlle)...	Zoologie.
	P. CHATELAIN ...	Minéralogie
	MM.	
Secrétaire..................	A. BABY.	
Secrétaire honoraire	L. DUBOIS.	

Membres du Jury ·

M. HUMBERT .... *Président*

MM. SOULA .... *Assesseurs.*
VASILESCO ....

A Monsieur le Professeur Pierre HUMBERT

en remerciement de l'intérêt bienveillant porté à ce travail, et de l'autorisation de citer à volonté le Discours sur " La Réforme du Calendrier ".

Étude sur les divers Calendriers

INTRODUCTION

Deux circonstances sont à la genèse de ce modeste travail.

D'une part, l'enseignement de la Cosmographie en classe de mathématiques élémentaires amène chaque année l'étude sommaire du Calendrier et de sa réforme. Depuis dix ans et plus que nous signalons aux élèves, à cette occasion, la règle de Gauss, notre curiosité a été piquée par les deux exceptions, propres au Calendrier grégorien, qu'elle laisse échapper pour déterminer la date de Pâques, et qui font tomber cette fête 7 jours trop tard. Nous étant rendu compte que la première exception se produisait quand l'épacte était 24 et la lettre dominicale D, et la seconde quand l'épacte était 25, le nombre d'or supérieur à 11 et la lettre dominicale C, pour voir plus clair dans la question nous nous sommes mis à l'étude du Comput.

D'autre part, la lecture, entre temps, dans une Revue Scientifique, d'un bel article sur « *La Réforme du Calendrier* », sous la signature de M. Pierre Humbert, Professeur à la Faculté des Sciences de l'Université de Montpellier, nous intéressa vivement et nous lança dans l'étude des divers Calendriers.

Cet article n'était d'ailleurs qu'un extrait d'un beau discours que prononça M. Pierre Humbert, après la grande guerre, sur « *La Réforme du Calendrier* », à une rentrée des Facultés de Montpellier, et dont voici l'exorde :

« Encore empêchée, par le militarisme agressif de quelques-uns comme par l'impérialisme arrogant de certains autres, d'atteindre le but de désarmement général et de pacification auquel nous espérons tous qu'elle parviendra, la Société des Nations, s'attaquant à la solution de problèmes moins brûlants, a mis à l'ordre du jour de ses travaux la Réforme du Calendrier. C'est là une question qui, à notre époque, passionne peu de gens : nous ne sommes plus au temps où les règles du Comput étaient connues des moins instruits, qui savaient les appliquer sans erreur. M. Jourdain, aujourd'hui, ne demanderait plus à son maître de philosophie de lui enseigner l'almanach : et si, par une habitude ancestrale, le Calendrier des Postes et Télégraphes porte encore, au bas du mois de Février, l'indication du nombre d'or, de l'épacte et de la lettre dominicale, ces termes et ces chiffres demeurent un insondable mystère pour nos contemporains. »

Ces paroles de M. Humbert ayant avivé en nous le désir de sonder ce mystère pour notre propre compte, nous avons consulté patiemment sur ce sujet tous les ouvrages que nous avons pu trouver à la Bibliothèque de Lyon ou ailleurs, et dont les principaux ont pour titres :

Astronomie théorique et pratique, tome III, par Delambre,
Astronomie, tome II, par Lalande,
Astronomie, par Bouasse,
De Anno et partibus ejus (Bréviaire et Missel romain),
Traité de la Sphère et du Calendrier, par Rivard,
Le Calendrier Babylonien, par Bigourdan,
Explicatio Calendarii romani, par Clavius,
Manuel de Diplomatique, par Giry,
Calendrier perpétuel, par Sauveur,
Calendrier perpétuel, par Chabanel,
Calendrier perpétuel, par Théodore Juncte,
Recherches curieuses sur la date de Pâques, par S. Guérin,
Calendrier usuel et perpétuel, par A. Thierry,
Histoire du Calendrier romain, par Blondel,
Explication du Calendrier romain, par Dupont,
La question du Calendrier, par Chauve-Bertrand,
La question de Pâques et du Calendrier, par Chauve-Bertrand, 1936,
En marge du Calendrier, par H. Couturier, 1925, Lyon,
Annuaire du Bureau des Longitudes.

Tous ces ouvrages sont relativement anciens, à l'exception :
de l'Astronomie de M. Bouasse,
de l'Annuaire du Bureau des Longitudes,
des deux ouvrages de M. Chauve-Bertrand,
de l'opuscule de M. Henri Couturier.

Le livre de M. Chauve-Bertrand, édité en 1936 par *Les œuvres françaises* sous le titre : « *La question de Pâques et du Calendrier* », semble à priori n'être qu'une réédition du livre du même auteur paru en 1921 et intitulé : « *La question du Calendrier* ». Or, nous y lisons, dès le début : « C'est presque un ouvrage nouveau, en raison des nombreux faits intervenus après 1921 et dont il contient le récit, particulièrement de l'étude qu'en a faite la Société des Nations depuis 1923, et aussi d'une façon générale, de l'important développement qu'a pris cette question dans la plupart des milieux cultivés : religieux, scientifiques, commerciaux et autres du monde entier. » L'auteur étudie deux questions : la fixation de la date de Pâques et la Réforme du Calendrier.

L'opuscule de M. Henri Couturier, Préparateur aux Laboratoires A. Lumière, ou plutôt le chapitre I de cet opuscule, avait déjà fait l'objet d'un article paru sous la signature de l'auteur dans la Revue Scientifique : « *La Science Moderne* » (Baillière, éd. Paris, N° 9, Septembre 1924).

« *En Marge du Calendrier* », qui complète les formules contenues dans cet article, s'ouvre par une belle Préface de M. Auguste Lumière, dont voici quelques passages :

« On raconte qu'un artiste dramatique bien connu, voyageant un jour en chemin de fer « en compagnie d'un célèbre calculateur », aperçoit, par la portière du wagon, un troupeau considérable de bovidés et dit à son compagnon : « Voilà un énorme troupeau qui comprend au moins 250 têtes de bétail ! »

— 236, rectifie aussitôt le calculateur !

— Comment pouvez-vous procéder, réplique le comédien émerveillé, pour déterminer, avec une telle précision, le nombre des animaux qui viennent de défiler devant nous pendant un instant aussi court ?

Cela est bien simple, répond le calculateur, je compte le nombre de pattes et je divise par quatre !

....

....

« Dans nos conversations quotidiennes, mon collaborateur, Henri Couturier, m'a souvent étonné par la rapidité avec laquelle il pouvait donner le résultat de calculs souvent compliqués, sans être obligé d'en écrire les éléments et, au cours de nos discussions sur ce curieux pouvoir mnémonique, mon assistant n'a point imité la réserve quelque peu ironique du calculateur auquel nous avons fait allusion plus haut.

» Il nous a expliqué, tout au contraire, les remarques qu'il avait cherché à appliquer pour réduire au minimum l'effort d'enregistrement cérébral des chiffres et des nombres.

» Nous ne pouvions que l'en féliciter et l'engager à publier le fruit de ses méditations et de ses investigations sur ce sujet.

....

....

» Nous sommes persuadés que cette étude aura la faveur qu'elle mérite et qu'elle ne sera pas considérée comme une simple curiosité, parce que ses applications sont multiples et qu'elle est appelée à rendre des services dans les circonstances les plus diverses de la vie et dans les domaines les plus variés de l'activité humaine. »

Dans l'Avant-propos, M. H. Couturier passe en revue les inconvénients des divers moyens employés pour résoudre les problèmes sur le Calendrier :

1° **Les tableaux** : « On ne peut les avoir constamment tous sous la main. »

2° **Les formules jusqu'ici proposées** : « Elles sont compliquées, difficiles à retenir, et nécessitent beaucoup de temps pour les développer numériquement. L'élément rapidité en est exclu. »

3° **Les procédés simplifiés, mnémotechniques** comme ceux de Cuenot, de Bertillon et d'Inaudi lui-même : « Ils ont pour la plupart l'inconvénient, ou bien de n'être pas assez rapides, ou bien de ne s'appliquer qu'à une période de temps plus ou moins réduite, ou enfin de n'être pas réversibles. »

L'Avant-propos se termine par l'indication des qualités de la méthode de l'auteur et des problèmes que cette méthode permet de résoudre « presque instantanément, absolument de tête ».

Au sujet de la date de Pâques, M. H. Couturier écrit :

« Cette méthode permet aussi, à l'aide de calculs fort simples, mais nécessitant l'emploi de papier pour un calculateur de force moyenne, de trouver la date de Pâques pour n'importe quelle année du Calendrier julien, ainsi que pour tout le Calendrier grégorien jusqu'en l'an 4199.

Inversement, connaissant la date de Pâques et le siècle, de retrouver la ou les années ».

Sur la même question, au chapitre II, nous lisons :

« Le principal problème consiste, pour une année donnée, à déterminer la date de Pâques...

« Les formules que nous allons donner ont été ramenées au maximum de simplicité à tel point qu'elles peuvent paraître déconcertantes à l'analyse. Nous les donnons cependant sous leur forme définitive, sans les discuter ou les démontrer, ce qui ne présenterait aucun intérêt pour le but de vulgarisation que nous poursuivons. Elles ont été soigneusement vérifiées, soit au moyen du Calendrier lunaire et solaire perpétuel de Demonferrand, soit par l'une quelconque des méthodes classiques : par le terme pascal, par la férie du 1er Mars, par les clefs des fêtes mobiles, par les formules de Gauss. *Notre procédé est incontestablement aussi précis et beaucoup plus rapide que tous ceux que nous venons de citer* ; *il a en outre le grand avantage d'être réversible* ».

C'est nous qui soulignons ce passage de l'opuscule de M. H. Couturier, car au cours de notre travail nous aurons l'occasion de contester l'exactitude du procédé employé par l'auteur pour résoudre certains problèmes relatifs au Calendrier et les problèmes inverses. Nous nous contentons de les signaler dans cette introduction, puisque nous les étudierons en détail au moment opportun.

Pour déterminer la date de Pâques, par exemple, M. H. Couturier emploie deux formules : l'une pour le Calendrier julien, l'autre pour le

Calendrier grégorien. La table dressée par l'auteur pour indiquer la date de la fête de Pâques, calculée sur la base du 1er Mars, de 1300 à 1499 dans le Calendrier julien et de 1600 à 1999 dans le Calendrier grégorien, comporte les erreurs suivantes :

a) **Dans le Calendrier julien.** — On lit 37 Mars ou 6 Avril pour la date de Pâques en 1335. Or, le 6 Avril 1335 fut un jeudi et Pâques le 16 Avril, ou 47 Mars. Cela peut être une faute d'impression, 37 pour 47.

b) **Dans le Calendrier grégorien.** — 1° On lit 36 Mars ou 5 Avril pour la date de Pâques en 1651. Or, le 5 Avril 1651 fut un mercredi et Pâques le 9 Avril.

2° On lit 21 Mars pour la date de Pâques en 1655. Or, Pâques peut tomber au plus tôt le 22 Mars. En 1655 Pâques fut le 28 Mars.

3° On lit 39 Mars ou 8 Avril pour la date de Pâques en 1725. Or, Pâques fut le 1er Avril en 1725.

4° On lit 39 Mars ou 8 Avril pour la date de Pâques en 1736. Or, en 1736 Pâques fut le 1er Avril.

5° On lit 39 Mars ou 8 Avril pour la date de Pâques en 1804. Or, en 1804 Pâques fut le 1er Avril

6° On lit 39 Mars ou 8 Avril pour la date de Pâques en 1866. Or, en 1866 Pâques fut le 1er Avril.

7° On lit 39 Mars ou 8 Avril pour la date de Pâques en 1877. Or, en 1877 Pâques fut le 1er Avril.

8° On lit 39 Mars ou 8 Avril pour la date de Pâques en 1888. Or, en 1888 Pâques fut le 1er Avril.

9° On lit 27 Mars pour la date de Pâques en 1825. Or, en 1825 Pâques fut le 3 Avril.

10° On lit 46 Mars ou 15 Avril pour la date de Pâques en 1832. Or, Pâques en 1832 fut le 22 Avril.

Voilà pour le problème direct. Ici, les fautes d'impression sont trop nombreuses pour être seules en cause.

Pour le problème inverse, la méthode de M. H. Couturier ne conduit pas davantage à un résultat sûr. En effet, pages 27 et 28, l'auteur résout le problème suivant :

« *Pendant la première moitié du* XIX^e *siècle, en quelles années Pâques a-t-il été le* 15 *Avril?* »

La solution serait constituée, d'après lui, par les trois années 1827, 1832 et 1838. Or, deux années seulement répondent à la question : 1827 et 1838, ainsi que le montrera la méthode que nous proposons et qui conduit à un résultat exact et sûr dans tous les cas. En 1832, Pâques a été le 22 Avril et non le 15 Avril. Nous venons de signaler cette erreur dans le problème direct.

Parmi les ouvrages que nous avons cités, nous n'avons rencontré la règle de Gauss que dans l'Astronomie théorique et pratique de Delambre. Nous y avons relevé, page 711, tome III, édition 1814, une remarque inexacte relative aux cas exceptionnels, la voici :

« Si le calcul donne 26 Avril, mettez 19 ; si le calcul donne le 25 Avril, mettez 18. On peut réduire ces deux remarques à une seule : si le calcul donne un nombre au-dessus du 24 Avril, retranchez 7 jours ou une semaine ».

Les dates extrêmes entre lesquelles oscille Pâques étant le 22 Mars et le 25 Avril inclusivement, la remarque ci-dessus est inexacte. Pâques a été le 25 Avril en 1886 et sera encore le 25 Avril en 1943, 2038, 2190, 2258...

Le « *Larousse du* XX^e *siècle* » donne aussi la règle de Gauss, mais ne signale pas les deux exceptions, de sorte que s'il n'est pas réédité avant 20 ans, en appliquant cette règle pour déterminer Pâques en 1954, on trouvera 25 Avril, tandis que la fête sera célébrée le 18 Avril.

Et en 1981, ce sera la première exception qui se présentera avec la lettre dominicale D et l'épacte 24. La règle de Gauss donnera 26 Avril et Pâques sera célébré le 19 Avril.

Mais, si le « *Larousse du* XX^e *siècle* » n'est pas réédité avant 1954, ce qui est fort possible, il le sera certainement avant 1981, et il se devra de mentionner les deux exceptions en raison de l'année 1981 qui ne sera pas éloignée.

La lecture de ces divers ouvrages anciens ou récents ne nous ayant pas satisfait, nous nous sommes proposé de déterminer, pour notre propre usage, les éléments du Comput, au moyen de formules algébriques simples, puis d'obtenir les mêmes résultats au moyen de tableaux simples et aussi complets que possible.

Mais la première rédaction de notre travail n'était pas assez explicative pour ceux qui, ignorant tout de la question du Calendrier, auraient cependant voulu lui demander, comme M. Jourdain à son maître de philosophie, de leur enseigner l'almanach.

Nous avons donc entrepris à leur intention cette seconde rédaction dans l'espoir qu'ils pourront lire ce livre sans peine et être tout à fait au courant de la question après l'avoir lu. Nous nous sommes efforcé, dans ce double but, d'être clair et complet, afin que notre travail puisse, en quelque sorte, jouer pour les non initiés le rôle d'un manuel où ils trouvent simplement exposée toute la théorie du Calendrier.

Quant aux initiés eux-mêmes qui ne dédaigneront pas de le lire, nous espérons qu'après en avoir pris connaissance, ils seront d'avis qu'il peut rendre quelques services aux travailleurs et intéresser les curieux.

Si le lecteur veut bien nous suivre attentivement jusqu'au bout, nous pensons qu'en fermant ce livre il possédera tous les secrets du Calendrier et pourra très aisément se promener dans le passé, dans le présent et dans l'avenir.

Les règles et formules simples que nous proposons le mettront à même, croyons-nous, avec un peu d'exercice, sinon d'être aussi prompt qu'Inaudi, du moins de se passer de Calendrier et de résoudre, de tête, rapidement, un grand nombre de questions, même de déterminer Pâques dans les deux Calendriers pour une année proposée quelconque et par l'emploi de la même formule.

Nous présentons ensuite notre « *Nouveau Calendrier perpétuel* » et nous donnons quelques-uns des nombreux problèmes, plus ou moins difficiles à priori, qu'il permet de résoudre par simple lecture. La réponse aux problèmes inverses se détermine également par lecture.

Nous expliquons enfin notre « *Abrégé pratique du Calendrier* », qui complète en certains points le Calendrier précédent. Ses dimensions permettent de le loger dans un portefeuille ; on peut donc toujours l'avoir à portée de la main et des yeux.

Et puisque la réforme du Calendrier est à l'ordre du jour, nous nous permettons de signaler, à la fin de ce modeste ouvrage, les modifications légères qui rendraient le Calendrier solaire et le Calendrier lunaire grégoriens aussi parfaits que possible, croyons-nous.

Ces lignes constituent une simple présentation de notre « *Etude sur les divers Calendriers* ».

Au lecteur maintenant de nous dire, après avoir pris connaissance de ce livre, dans quelle mesure nous avons atteint le but que nous nous sommes proposé en le rédigeant et qui peut se résumer ainsi : *Tout le Calendrier à la portée de tous*, et même : *Tout le Calendrier par cœur.*

Qu'il nous soit permis, au seuil de cet ouvrage, d'acquitter une dette de reconnaissance en remerciant publiquement M. Pierre Humbert, Professeur à la Faculté des Sciences de l'Université de Montpellier, pour l'intérêt bienveillant qu'il a porté à ce travail et pour l'autorisation qu'il nous a gracieusement donnée de citer à volonté son beau Discours. Nous ne nous en sommes pas privé puisque, dans l'une ou l'autre partie de notre travail, nous l'avons cité en entier, et nous avons la conviction que le lecteur nous en saura gré.

Nous devons aussi remercier M. Soula, Professeur à la Faculté des Sciences de l'Université de Montpellier, dont les remarques très justes et judicieuses nous ont suggéré le point de vue auquel nous nous sommes placé dans cette nouvelle rédaction.

CHAPITRE PRÉLIMINAIRE.

HISTORIQUE SOMMAIRE DU CALENDRIER.

L'histoire des efforts successifs faits par l'humanité pour perfectionner les divers modes de mesure de la durée est instructive, dit avec raison M. P. Humbert, dans « *La Réforme du Calendrier* ». Pour en donner au lecteur une juste idée, nous ne saurions mieux faire que de lui emprunter la partie de son Discours qui s'y rapporte.

Mais, auparavant, il convient de rappeler quelques définitions.

I. — DÉFINITIONS.

Le Calendrier. — On appelle Calendrier l'ensemble des règles conventionnelles par lesquelles on fait coïncider l'année civile avec l'année tropique.

Année tropique. — L'année tropique est l'intervalle de temps qui sépare deux passages consécutifs du Soleil à l'équinoxe de printemps. Le retour des saisons, qui règle les travaux agricoles, est fixé par l'année tropique. Elle vaut actuellement 365 j., 2422 à moins de 2 millionièmes de jour, ou en heures, minutes et secondes : 365 j., 5h., 48m., 46 s. Cette durée a été évaluée en prenant la moyenne d'un grand nombre d'années tropiques.

Trois ou quatre siècles avant Jésus-Christ on savait déjà que l'année était à peu près de 365 j. 1/4.

Année civile. — L'année civile est un intervalle de temps comprenant un nombre entier de jours moyens et se rapprochant le plus possible de l'année tropique.

Si l'année tropique comprenait un nombre entier de jours moyens, elle deviendrait évidemment l'année civile, mais il n'en est pas ainsi. Nous en concluons que, si nous voulons satisfaire à notre définition, l'année civile ne peut pas être constante, à une époque quelconque.

Mais de plus, au cours des siècles, les savants lui ont attribué successivement diverses valeurs en rapport avec les connaissances astronomiques du moment.

Ces définitions rappelées, nous empruntons à M. Humbert l'historique sommaire du Calendrier. Nous nous permettons de mettre quelques titres qui, naturellement, ne figurent pas dans le Discours, afin d'attirer l'attention du lecteur sur l'idée essentielle.

II. — ÉVALUATION DU TEMPS.

« Nous n'entreprendrons pas ici de définir le temps, dit M. Humbert, tâche redoutable devant laquelle saint Augustin reculait lorsqu'il s'écriait : « Qu'est donc le temps ? Si personne ne me le demande, je le sais ; si je veux l'expliquer à qui m'interroge, je l'ignore. » Nous nous contenterons de constater que, pour trouver le moyen d'évaluer ce temps mystérieux, l'homme n'a eu qu'à lever les yeux vers les astres. Rotation de la Terre autour de son axe, en un jour de vingt-quatre heures ; révolution de la Lune autour de la Terre, en un mois de 29 à 30 jours ; révolution de la Terre autour du Soleil, en une année de 365 jours environ : tels sont les phénomènes astronomiques, aussi simples que grandioses, dont nos horloges et nos Calendriers doivent s'efforcer de reproduire la merveilleuse régularité.

« Tout l'Univers », a dit Paul Claudel dans une page magnifique de son Art Poétique, « n'est qu'une machine à mesurer le temps. Le jour, c'est la Terre qui se roule dans le Soleil ; l'année, la figure de sa danse, la salutation à son Roi, la ronde qui l'éloigne ou l'approche de sa face perpétuelle. Et chaque jour de chaque mois le satellite qui officie à notre pèlerinage vient nous rapporter où nous en sommes ; la Lune, comme un éclaireur que nous avons pris avec nous et comme un feu dont le navigateur recense l'éclat et l'éclipse, nous dit combien de temps il a fallu pour l'amener toute ou la soustraire au regard du Soleil qui est ».

III. — LA QUESTION DU CALENDRIER.

« Moins glorieuse et aussi ardue que celle du poète, dit toujours M. Humbert, la tâche du savant a été, dès l'origine, de mettre en harmonie ces modes de calcul, et de grouper les jours dans l'année de façon que le retour des saisons se produise aux mêmes dates : et ce problème, qui constitue toute la question du Calendrier, serait susceptible d'une solution extrêmement simple si l'année se composait de 365 jours entiers : la Terre étant, au début de l'année et à minuit, en un certain point de son orbite, y serait exactement revenue à minuit lorsque l'année se terminerait, et tout se passerait donc dans un ordre régulier ; mais la durée de l'année est en réalité un peu supérieure à 365 jours, de sorte que, si l'on adopte ce nombre, il se produira chaque année un léger décalage, qui, s'accumulant peu à peu, finira par tout perturber, et dont nous avons un exemple frappant dans l'histoire du Calendrier des Égyptiens ».

IV. — LE CALENDRIER ÉGYPTIEN.

« Trompés au début par leurs calculs, écrit M. Humbert, les savants de ce pays avaient cru pouvoir fixer la durée de l'année à 360 jours, qu'ils avaient groupés en 12 mois de 30 jours, mode de division qui, outre sa simplicité, avait le grand avantage de coïncider à peu de chose près avec la périodicité des phases lunaires. L'erreur était donc environ de cinq jours chaque année : au bout de 18 ans, elle était de trois mois, et le Soleil était au solstice d'hiver alors que le Calendrier indiquait l'équinoxe de printemps.

» Ultérieurement, afin de corriger cette erreur qu'ils avaient reconnue, les Égyptiens ajoutèrent, à la fin de leur année, cinq jours complémentaires, en dehors de tout mois, dits *épagomènes*, considérant ainsi l'année comme de 365 jours tout juste. Or, les observations astronomiques les plus précises indiquent pour le durée de l'année un nombre de jours non entier, égal à 365 jours, 5 heures, 48 minutes et 46 secondes, donc assez voisin de 365 jours, 6 heures ou 365 jours et un quart. En gardant 365, les Égyptiens, et à leur suite les Grecs, puis les Romains, faisaient donc une erreur de 1/4 de jour chaque année, soit de un jour tous les quatre ans, état de choses qui, on le sait, dura jusqu'à la réforme de Jules César ».

V. — LE CALENDRIER JULIEN.

« A cette époque, lisons-nous dans « La Réforme du Calendrier », par M. Humbert, l'accumulation des erreurs étant telle que l'année commençait 67 jours trop tôt, César décréta d'abord que, pour remettre les choses dans l'ordre, on incorporerait ces 67 jours à l'année qui allait s'ouvrir, en sorte que l'an 709 de la fondation de Rome, ou 47 avant l'ère chrétienne, connu des historiens sous le nom d'année de la confusion, compta exceptionnellement 432 jours. Ensuite, désireux de prévenir le retour de l'erreur égyptienne, et adoptant la durée de 365 jours 1/4, il décida d'ajouter à l'année un jour tous les quatre ans, en sorte qu'après trois années de 365 jours on en rencontrerait toujours une de 366, rétablissant ainsi l'équilibre et corrigeant périodiquement le décalage annuel. Tel fut le Calendrier julien, qui conserva les douze mois de l'ancien Calendrier latin, avec leurs noms antiques et leurs durées bizarrement inégales, ajoutant chaque quatre ans, en Février, après le Sixième, *Sextus*, avant les calendes de Mars, un jour supplémentaire, *bis sextus*, qui rendait l'année bissextile.

» Et cet héritage du monde romain fut transmis, sans modification essentielle, au monde chrétien, après que le Concile de Nicée, en 325, eut décidé de remplacer l'ère de la fondation de Rome par celle de la naissance du Sauveur, et de compter comme bissextiles les années dont le millésime était divisible par quatre ».

VI. — LE CALENDRIER GRÉGORIEN.

Nous empruntons encore les lignes qui suivent à M. Humbert :

« Adopter, comme le fit César, trois cent soixante-cinq jours un quart, c'était se rapprocher beaucoup de la durée vraie de l'année astronomique : ce n'était pas encore l'exactitude absolue, et, en intercalant un jour tous les quatre ans, on commettait chaque fois une très légère erreur, atteignant à peine 3/4 d'heure, mais qui, elle aussi, finissait à la longue par devenir sensible, se montant, au bout de 128 ans, à un jour entier. On s'en aperçut de bonne heure, et, du quatorzième au seizième siècle, ce fut chez les savants une véritable course à la recherche du temps perdu.

» Le Pape Clément VI réunit en Avignon quelques astronomes de talent, parmi lesquels Jean de Muris et Firmin de Belleval, qui se séparèrent en 1344 sans avoir abouti ; le Concile de Constance, en 1415 entendit une proposition du Cardinal Pierre d'Ailly tendant, puisque l'erreur était d'un jour en trop au bout de cette période, à supprimer une bissextile tous les 128 ans ; en 1434, c'est le célèbre Nicolas de Cuse, précurseur de Copernic dans la découverte des mouvements terrestres, qui pose de nouveau la question devant le Concile de Bâle ; puis les Papes successifs ne cessent de s'en occuper : Sixte IV prend les conseils du grand astronome Regiomontanus ; Léon X en saisit le Concile de Latran de 1514 ; mais il était réservé à Grégoire XIII de faire aboutir ces tentatives jusque là vaines. S'inspirant des travaux d'une commission où brillaient les deux frères Aloisius et Antonio Giglio, le savant jésuite Clavius, l'évêque mathématicien François de Foix-Candale, ce pape lança, le 24 Février 1582, la bulle *Inter gravissimas*, contenant tous les éléments de la réforme appelée depuis grégorienne.

» Pour corriger l'erreur actuelle, qui avait atteint dix jours, la bulle décrétait que le lendemain du 4 Octobre 1582 serait le 15 Octobre, et, pour prévenir son retour, qu'on supprimerait, non pas une bissextile tous les 128 ans, ce qui eût été d'un calcul malaisé, mais trois bissextiles en 400 ans, ce qui revenait à peu près au même, et conduisait à une règle très simple : toutes les années séculaires seraient communes, au lieu d'être bissextiles, sauf celles dont le millésime est divisible par 400 : ainsi 1700, 1800 et 1900 devraient compter 365 jours, alors qu'elles auraient dû être bissextiles dans le Calendrier julien ; en revanche 1600 et 2000 seraient bissextiles dans les deux Calendriers.

» Le Vatican avait parlé : bien qu'il ne s'agît pas, en l'espèce, d'une question de dogme, personne à cette époque, dans le monde catholique, n'eut l'idée d'accuser le Pape d'outrepasser ses droits, et, dans tous les Etats soumis à l'Eglise Romaine, la réforme fut appliquée au plus tard l'année suivante. Les peuples qui, peu auparavant, avaient écouté Luther, Calvin ou Henri VIII, résistèrent plus d'un siècle, préférant n'être pas d'accord avec le soleil que de suivre un Calendrier institué par l'Antéchrist lui-même. Cependant en 1700 l'Allemagne, en 1701 les Pays-Bas, en 1724 la plupart des Cantons Suisses, enfin en 1752 l'Angleterre finirent par abandonner le Calendrier julien pour suivre la réforme pontificale, prenant, selon qu'il était nécessaire, des mesures diverses pour se remettre en harmonie avec le reste de la chrétienté, obligés parfois à des procédés curieux, comme la Suède qui compta en 1712 un mois de Février de 30 jours, en sorte qu'à partir du milieu du dix-huitième siècle, seules parmi les nations civilisées restaient en dehors de la règle commune, d'une part la Russie et les autres peuples orthodoxes, solidement attachés au Calendrier julien, d'autre part la Turquie et les pays islamiques, fidèles à l'ère de l'hégire et au Calendrier lunaire des Musulmans, sans parler des empires païens d'Extrême-Orient, qui devaient d'ailleurs, par la suite, adopter eux aussi le grégorien, le Japon en 1873, la Chine en 1912.

» Durant tout le dix-neuvième siècle, la Russie s'obstina dans son isolement, et, comme les Orientaux avaient conservé les bissextiles séculaires 1700, 1800 et 1900, communes dans le Calendrier grégorien, l'écart de 10 jours en 1582 se trouva porté au vingtième siècle, à treize jours ; malgré les appels pressants à l'union qu'adressaient les Occidentaux, il semble probable que la réforme n'aurait jamais abouti, sans la guerre et la révolution. Dès 1916, sous la pression des Empires centraux, la Bulgarie cédait ; en 1918, c'était le tour de la Russie, en 1919 de la Yougoslavie et de la Roumanie, en 1923, de la Grèce. Enfin, il y a deux ans la Turquie, unique nation restée dissidente, remplaçant le Calendrier de l'hégire par le grégorien, adoptait cette courte loi dont le libellé assez bizarre parachevait l'unité de Calendrier : « le lendemain du 15 Djoumada 1344 sera le 1er Janvier 1926 ».

» A l'heure actuelle, donc, le Calendrier proposé en 1582 par le Souverain Pontife Grégoire XIII triomphe dans tout l'Univers, et l'on conçoit que divers congrès astronomiques internationaux, et à leur suite la Société des Nations, aient jugé le moment propice pour étudier les réformes que nécessitent les imperfections de notre Calendrier, certains qu'elles seraient acceptées sans difficulté par le monde entier.

» Mais avant de voir rapidement en quoi les règles grégoriennes sont fautives, et comment on pourrait arriver à les modifier, je crois qu'il serait bon de remarquer, dès le début, que l'antiquité de notre Calendrier, l'habitude prise depuis si longtemps des mois qui le composent, la répugnance que nous aurions à abandonner de si vieilles traditions, interdisent tout changement radical dans son économie, et n'autorisent que des transformations légères, devant passer en quelque sorte inaperçues. Il serait difficile aujourd'hui de remplacer le Grégorien par un autre Calendrier qui en différât totalement ; et nous n'avons pour nous en convaincre, qu'à nous rappeler l'exemple éclatant et lamentable du Calendrier français ».

VII. — LE CALENDRIER RÉPUBLICAIN ET LE CALENDRIER POSITIVISTE.

» Il était pourtant composé avec art et avec science, dit M. Humbert, ce Calendrier républicain que, par une loi du 24 Novembre 1793, la Convention adopta sur le rapport de Fabre d'Églantine. Au lieu de commencer l'année à la date arbitraire du premier Janvier, qui, au fond, ne signifie rien, il partait de l'équinoxe d'automne, ce qui lui donnait une base astronomique sérieuse, et faisait coincider les trimestres avec les saisons ; sa division en douze mois de trente jours, suivis de cinq ou de six jours complémentaires, remontait à la plus haute antiquité, puisque nous l'avons vue en usage chez les Égyptiens : et aux dénominations données à ces mois, Vendémiaire, Brumaire, Frimaire pour l'automne ; Nivôse, Pluviôse, Ventôse, pour l'hiver ; Germinal, Floréal, Prairial, pour le printemps, et, pour l'été, Messidor, Thermidor, Fructidor, on ne peut s'empêcher de trouver un grand charme poétique et une incontestable beauté, qui fait défaut aux noms des mois que nous ont légués les Romains. Cependant la Convention, toujours avide d'imposer au monde entier des réformes qu'elle trouvait géniales, et dont certaines l'étaient en effet, comme le remplacement des anciennes mesures par l'admirable système métrique, n'avait pas pris garde que les habitants de l'hémisphère austral accepteraient difficilement d'appeler Nivôse un mois qui, hivernal pour la France, correspondrait pour eux au plein été, en sorte que le Calendrier français ne pouvait prétendre à devenir universel. Mais il faut avouer surtout que le poète languedocien, lauréat des jeux floraux, ne sut pas garder la mesure, en particulier lorsqu'il s'avisa de remplacer les saints de chaque jour « ces images de la superstition », disait-il, par un produit agricole, un animal domestique ou un instrument aratoire. C'est ainsi que le 13 Vendémiaire était consacré au potiron et le 17 à la citrouille, le 15 Brumaire au dindon et le 10 Thermidor à l'arrosoir.

» Quant aux jours complémentaires, que Fabre proposait d'appeler sans-culottides, on y célébrerait successivement le génie, le travail, les belles actions, les récompenses, tandis que le cinquième jour, fête de l'Opinion, devait avoir un caractère « gai et terrible », toute licence étant accordée aux citoyens pour « bafouer par caricatures, chansons et sarcasmes » les fonctionnaires et les pouvoirs publics, et que le sixième sans-culottide, ajouté tous les quatre ans, serait la fête des fêtes, jour où « les délégués du peuple français viendraient de toutes les parties de la république, célébrer la liberté, proclamer l'égalité, cimenter dans leurs embrassements la fraternité française ».

» Malgré le lyrisme de son rapporteur, le Calendrier révolutionnaire ne dura officiellement que jusqu'en 1805, date où Napoléon, sur l'avis de Laplace, jugea sage de revenir au Grégorien : et de l'œuvre de Fabre d'Églantine, qui avait eu le tort de vouloir renverser des coutumes trop anciennes, on oublie même le grand intérêt littéraire, scientifique et historique, pour ne songer qu'à ses faiblesses et à ses ridicules, bien que ceux-ci aient été largement dépassés par le Calendrier positiviste, heureusement éphémère, qu'adopta en 1889 la République Brésilienne, et où les noms des mois étaient remplacés par ceux des douze grands hommes de l'histoire, c'est-à-dire, dans l'ordre chronologique, Moïse, Homère, Aristote, Archimède, César, St. Paul, Charlemagne, Dante, Gutenberg, Shakespeare, Descartes et Frédéric II».

VIII. — Conclusion.

« Instruits par ces tristes expériences, ne songeons donc pas à faire subir à notre Calendrier des modifications radicales, et cherchons simplement à l'améliorer sur les quelques points où il n'est pas à l'abri des reproches ; aussi bien est-ce l'avis de la Société des Nations qui, avec beaucoup de sagesse, a posé le principe suivant :

« Les changements des traditions existantes qu'entraîne toute réforme ne sont justifiables et acceptables que s'ils sont demandés nettement par l'opinion en vue d'une amélioration certaine de la vie publique et des relations économiques ».

Pierre Humbert,
Professeur à la Faculté des Sciences de Montpellier.

Nous réservons pour la fin de notre « *Etude sur les divers Calendriers* » l'examen des reproches adressés à notre actuel Calendrier et des principaux projets de réforme que l'on propose.

PREMIÈRE PARTIE.

THÉORIE ÉLÉMENTAIRE DU CALENDRIER :

RÈGLES ET FORMULES SIMPLES.

Cette partie comprend quatre chapitres.

Le chapitre I est l'étude du Calendrier julien. Toute la théorie de ce Calendrier est implicitement contenue dans le double Calendrier perpétuel, solaire et lunaire, constitué par la Table I placée à la fin de la Ire Partie. Le lecteur est prié de ne pas perdre cette Table de vue et de s'y reporter aussi souvent qu'il le jugera nécessaire ou utile en parcourant le texte explicatif. La date de Pâques, pour une année quelconque donnée du Calendrier julien, se détermine sans formules au moyen de ce double Calendrier perpétuel solaire et lunaire.

Le chapitre II étudie le Calendrier grégorien par la même méthode. Le lecteur est donc prié de ne pas perdre de vue la Table V en parcourant le texte explicatif. Elle se trouve également à la fin de la Ire Partie. La date de Pâques se détermine sans formules, au moyen du double Calendrier perpétuel solaire et lunaire que constitue cette Table.

Dans le chapitre III, nous établissons deux formules simples, applicables aux deux Calendriers, pour déterminer la date de Pâques d'une année donnée quelconque. Ces formules permettent de résoudre le problème inverse. Nous rappelons aussi la formule de Gauss pour déterminer Pâques.

Le chapitre IV étudie quelques questions secondaires : le Cycle de l'Indiction romaine, la place des Ides et des Nones dans le Calendrier, le Cycle pascal julien, la Cycle pascal grégorien, la période julienne.

Les Tables II, III et IV relatives au Calendrier julien font suite à la Table I à la fin de la Ire Partie. Toutes explications utiles au sujet de ces Tables sont données dans le chapitre I.

Les Tables V, VI, VII et VIII relatives au Calendrier grégorien font suite à la Table IV et le chapitre II en explique la disposition et l'usage.

CHAPITRE I.

ÉTUDE DU CALENDRIER JULIEN.

Après avoir rappelé les caractéristiques de l'année julienne, nous expliquerons successivement dans ce chapitre : le Calendrier solaire perpétuel julien, le Calendrier lunaire perpétuel julien et la détermination de Pâques au moyen de ce double Calendrier perpétuel constitué par la Table I placée à la fin de la Ire Partie.

I. — ANNÉE JULIENNE.

L'année julienne moyenne a une durée de 365 jours 25 ou 365 jours 6 heures.

L'année julienne commune est composée de 365 jours et l'année bissextile de 366 jours. Le jour complémentaire est attribué au mois de Février qui compte donc 29 jours dans les années bissextiles.

L'année est commune si le nombre formé par les deux derniers chiffres de droite du millésime n'est pas divisible par 4. Exemples : 1317, 1318, 1319 sont des années communes car 17, 18, 19 ne sont pas divisibles par 4.

L'année est bissextile si le nombre formé par les deux derniers chiffres de droite du millésime est divisible par 4. Exemples : 1320, 1324, 1328 sont des années bissextiles car 20, 24, 28 sont divisibles par 4.

Après trois années communes consécutives vient donc une année bissextile.

Toutes les années séculaires : 0, 100, 200, 300, ..., 1500 sont bissextiles dans le Calendrier julien.

II. — CALENDRIER SOLAIRE PERPÉTUEL JULIEN.

Dans le double Calendrier perpétuel solaire et lunaire constitué par les 3 pages de la Table I placée à la fin de la Ire Partie, supprimons par la pensée les douze lignes verticales de chiffres, une sous chaque nom de mois, au-dessous de **n** ; ce qui reste est le Calendrier solaire perpétuel, composé pour chaque mois de deux colonnes : celle des quantièmes ou *jours du mois* au-dessous de cette expression, et celle des lettres dominicales au-dessous de **l**. Ce sont les lignes verticales des lettres dominicales qui rendent le Calendrier perpétuel.

1. LETTRES DOMINICALES.

Définition. — On appelle *lettres dominicales* les sept premières lettres de l'alphabet : A B C D E F G, placées à côté des quantièmes, dans le Calendrier solaire perpétuel de la Table I, pour indiquer les jours de la semaine au cours d'une année quelconque.

Comment se correspondent quantièmes et lettres dominicales. — La Table I montre que quantièmes et lettres dominicales se correspondent de la façon suivante :

La lettre A est au 1er Janvier, B au 2, C au 3, D au 4, E au 5, F au 6, G au 7. On retrouve ensuite les mêmes lettres, dans le même ordre, aux 7 quantièmes suivants : A au 8, B au 9, C au 10, D au 11, E au 12, F au 13, G au 14, et ainsi de suite pour tous les groupes de 7 quantièmes que l'on peut successivement former du 1er Janvier au 31 Décembre d'une année commune.

Ainsi, les A	de	Janvier	sont	aux	:	1, 8, 15, 22, 29
les B	»	»	»	»	:	2, 9, 16, 23, 30
les C	»	»	»	»	:	3, 10, 17, 24, 31
les D	»	»	»	»	:	4, 11, 18, 25
les E	»	»	»	»	:	5, 12, 19, 26
les F	»	»	»	»	:	6, 13, 20, 27
les G	»	»	»	»	:	7, 14, 21, 28

Le 1er Février et le 1er Mars ont la lettre D, le 31 Décembre a la lettre A comme le 1er Janvier.

Pourquoi ces lettres sont appelées dominicales. — On appelle ces sept lettres dominicales parce que tous les dimanches d'une année sont marqués par l'une d'elles dans le Calendrier solaire de la Table I et que ce rôle est joué successivement par chacune de ces lettres au fur et à mesure que s'écoulent les années.

Ainsi, quand A est la lettre dominicale d'une année, telle 1935 par exemple, dans le Calendrier julien, tous les quantièmes à côté desquels se trouve A dans le Calendrier solaire sont des dimanches au cours de cette année. Dimanches, par exemple, les : 1, 8, 15, 22, 29 Janvier, les 3, 10, 17, 24, 31 Décembre.

De plus, A marquant les dimanches, B marque les lundis, C les mardis etc... et G les samedis.

Il suffit donc de connaître la lettre dominicale d'une année pour connaître le nom du jour de la semaine de n'importe quelle date de cette année dans le Calendrier perpétuel solaire de la Table I.

Les lettres dominicales se succèdent d'une année à l'autre dans l'ordre G F E D C B A et les années bissextiles ont deux lettres dominicales. — Nous montrerons, au moyen d'exemples, que les lettres deviennent dominicales dans l'ordre alphabétique inversé et que les années bissextiles ont deux lettres dominicales.

Etant admis que l'an 1 de notre ère a eu B pour lettre dominicale, cherchons la lettre dominicale des années suivantes.

Les dimanches de l'an 1 étant en B, les samedis sont en A. Ainsi le 1er Janvier et le 31 Décembre marqués A sont un samedi.

Le 1er Janvier de l'an 2 est donc un dimanche et *la lettre dominicale de l'an 2 est A.* Le 31 Décembre marqué A est aussi un dimanche.

L'an 3 a donc ses lundis en A et par suite ses dimanches en G. *La lettre dominicale de l'an 3 est G.* Le 31 Décembre est un lundi.

L'an 4 (année bissextile) a donc ses mardis de Janvier en A, et par suite ses dimanches de Janvier en F. *La première lettre dominicale de l'an 4 est donc F.* Il en faut une seconde. En effet, le 24 Février marqué F est un dimanche, le 25 est un lundi. Mais il doit aussi être marqué F afin que le 29 Février le soit en C au 28 Février du Calendrier perpétuel de la Table I, puisque Février n'y compte que 28 jours. C'est dire que F représentait des dimanches jusqu'au 24 Février et que le 25 Février cette lettre représente lundi. Les lundis étant alors en F, les dimanches sont en E. *La lettre E est la seconde lettre dominicale de l'an 4.* Elle sert du 25 Février au 31 Décembre. Le dernier jour de l'an 4, marqué A, est donc un mercredi.

Le 1er Janvier de l'an 5, marqué A, est un jeudi. Les jeudis étant en A, les dimanches sont en D. *La lettre dominicale de l'an 5 est D.* Le 31 Décembre marqué A est un jeudi.

Le 1er Janvier de l'an 6, marqué A, est un vendredi. Les vendredis étant en A, les dimanches sont en C. *La lettre dominicale de l'an 6 est C* et le 31 Décembre marqué A est un vendredi.

Le 1er Janvier de l'an 7, marqué A, est un samedi. Les samedis étant en A, les dimanches sont en B. La lettre B redevient dominicale en l'an 7 etc...

Ainsi, les lettres deviennent dominicales dans l'ordre G F E D C B A et il faut deux lettres dominicales dans les années bissextiles : la première, du 1er Janvier au 24 Février inclusivement et la seconde du 25 Février au 31 Décembre.

La connaissance de la lettre dominicale d'une année permet de déterminer de proche en proche la lettre dominicale des années voisines, antérieures ou postérieures : il suffit de tenir compte pour cela de l'ordre dans lequel les lettres deviennent dominicales et du fait que chaque année bissextile emploie deux lettres dominicales.

Numérotation des lettres dominicales. — Il sera commode, pour la suite de notre étude, de numéroter les lettres dominicales. Nous les écrivons à cet effet dans l'ordre où elles deviennent dominicales et nous attribuerons le numéro 1 à G, 2 à F, 3 à E, 4 à D, 5 à C, 6 à B, 7 ou 0 à A :

G	F	E	D	C	B	A
1	2	3	4	5	6	7 ou 0.

Numérotation des jours de la semaine. — Nous représenterons aussi les jours de la semaine par un numéro qui sera : 1 pour lundi, 2 pour mardi, 3 pour mercredi, 4 pour jeudi, 5 pour vendredi, 6 pour samedi, 7 ou 0 pour dimanche :

L	m	M	J	V	S	D
1	2	3	4	5	6	7 ou 0.

Le numéro de la lettre dominicale d'une année est aussi le numéro du jour de la semaine qui correspond au 1er janvier de cette année, dans une année commune. Ceci n'est exact que pour la 1re lettre dominicale des années bissextiles. Le numéro de la seconde lettre dominicale est le numéro du jour de la semaine qui correspond au 1er octobre.

Constatons, en effet, sur la Table I, que si la lettre dominicale d'une année est *G numérotée* 1, le 1er Janvier marqué A est un lundi *numéroté* 1.

De même, si la lettre dominicale est *F numérotée* 2, le 1er Janvier marqué A représente *mardi numéroté* 2 ; si la lettre dominicale est *E numérotée* 3, le 1er Janvier marqué A est un *mercredi numéroté* 3 ; si la lettre dominicale est *D numérotée* 4, le 1er Janvier est *jeudi numéroté* 4 ; si la lettre dominicale est *C numérotée* 5, le 1er Janvier est *vendredi numéroté* 5 ; si la lettre dominicale est *B numérotée* 6, le 1er Janvier est *samedi numéroté* 6 ; si la lettre dominicale est *A numérotée* 7 ou 0, le 1er Janvier est *dimanche numéroté* 7 ou 0.

Dans ce qui précède, si l'année est bissextile, il ne s'agit que de la première lettre, car la seconde indique par son numéro le numéro du jour de la semaine du 1er Octobre, ainsi que le montre un exemple quelconque d'année bissextile, la Table I sous les yeux. On a donc ce tableau :

Lettre Dominicale	G	F	E	D	C	B	A
Numéro	1	2	3	4	5	6	7 ou 0
Jour de la semaine du 1er Janvier ..	L	m	M	J	V	S	D.

Un chiffre quelconque, 5 par exemple, représente la lettre dominicale d'une certaine année et le jour de la semaine qui correspond au 1er Janvier de cette année. Lettre dominicale C : 1er Janvier vendredi.

Recherche de la lettre dominicale d'une année donnée quelconque, soit 1149, par exemple.

La lettre dominicale de l'an 1 étant B, numérotée 6 comme nous l'avons vu précédemment, cela signifie que les 5 lettres précédentes :

G F E D C avaient déjà servi comme lettres dominicales *avant cette année.*

D'autre part, pour savoir le nombre de lettres devenues dominicales pendant 1149 ans, il suffit d'ajouter à 1149 autant d'unités qu'il y a eu d'années bissextiles en 1149 ans, puisque chaque année bissextile a employé deux lettres dominicales. Or, pour connaître le nombre d'années bissextiles qu'il y a eu en 1149 ans, il suffit de diviser 1149 par 4 et de ne conserver que le quotient entier, ce que nous représenterons simplement par $\frac{1149}{4}$.

Ainsi, pendant les 1149 premières années de l'ère chrétienne et les 4 années qui ont précédé immédiatement notre ère, on a employé un nombre de lettres dominicales égal à :

$$5 + 1149 + \frac{1149}{4} = 5 + 1149 + 287 = 1441.$$

Ces 1441 lettres dominicales épuisent $\frac{1441}{7} = 205$ fois la série des 7 lettres dominicales, plus 6 lettres de la 206^{e} série.

On obtiendra donc le numéro de la lettre dominicale de 1149, en divisant par 7 le nombre 1441 des lettres dominicales employées et en ne conservant que le reste 6 de la division.

Pour indiquer que 6 est le reste de la division de 1441 par 7 nous emploierons la notation suivante : $(1441)7 = 6$, qui doit se lire ainsi : le reste de la division de 1441 par 7 est égal à 6.

Règle. — *Pour obtenir le numéro de la lettre dominicale d'une année donnée quelconque, dans le Calendrier julien, il faut faire deux opérations* :

1° La somme de 3 nombres :

Le premier est toujours 5.

Le deuxième est le millésime de l'année en question.

Le troisième est le quotient entier de la division du millésime par 4.

2° La division par 7 de cette somme.

Le reste de la division est le numéro de la lettre dominicale de l'année proposée.

Les deux opérations précédentes sont représentées par la notation :

$$(5 + 1149 + \frac{1149}{4})7 = 6 = B.$$

Pour arriver plus rapidement au résultat, on remplace de suite 1149 par 1, reste de la division de 1149 par 7, et on néglige $\frac{1149}{4} = 287$, car 287 est visiblement divisible par 7. On a donc simplement : $5 + 1 = 6 = B$.

Formule générale. — La lettre dominicale l de l'année julienne de millésime m est donnée par la formule générale :

$$l = (5 + m + \frac{m}{4})7.$$

Cas d'une année bissextile. — Soit, par exemple, l'année 1452 qui est bissextile. L'application de la règle précédente nous donnera la seconde lettre dominicale de cette année :

$$2^e \text{ lettre dominicale} = (5 + 1452 + \frac{1452}{4})7 = (5 + 3 + 6)7 = 0 = A.$$

La première lettre dominicale, d'après l'ordre dans lequel les lettres deviennent dominicales, est donc B.

Amélioration de la Règle pour la rapidité et la facilité du calcul.

Nous chercherons, dans ce but, suivant quelle loi se succèdent les lettres dominicales des années séculaires : 0, 100, 200,..., 1500.

Et d'abord, la lettre dominicale de l'an 1 étant B, la seconde lettre dominicale de l'an 0 est C numérotée 5. C'est d'ailleurs le résultat donné par la formule générale ci-dessus, dans laquelle on remplace m par 0, 100, 200, ..., 1500. On obtient le tableau suivant :

Années séculaires	**Seconde lettre dominicale.**
0	$5 = C$
$100 = 1 \times 100$	$(5 + 100 + \frac{100}{4})7 = (5+2+4)7 = 4 = 5 - 1 = D$
$200 = 2 \times 100$	$(5 + 200 + \frac{200}{4})7 = (5+4+1)7 = 3 = 5 - 2 = E$
$300 = 3 \times 100$	$(5 + 300 + \frac{300}{4})7 = (5+6+5)7 = 2 = 5 - 3 = F$
$400 = 4 \times 100$	$(5 + 400 + \frac{400}{4})7 = (5+1+2)7 = 1 = 5 - 4 = G$

$500 = 5 \times 100$	$(5+500+\frac{500}{4})7=(5+3+6)7=0=5-5=A$
$600 = 6 \times 100$	$(5+600+\frac{600}{4})7=(5+5+3)7=6=12-6=B$
$700 = 7 \times 100$	$(5+700+\frac{700}{4})7=(5+0+0)7=5=12-7=C$
$800 = 8 \times 100$	$(5+800+\frac{800}{4})7=(5+2+4)7=4=12-8=D$
$900 = 9 \times 100$	$(5+900+\frac{900}{4})7=(5+4+1)7=3=12-9=E$
$1000 = 10 \times 100$	$(5+1000+\frac{1000}{4})7=(5+6+5)7=2=12-10=F$
$1100 = 11 \times 100$	$(5+1100+\frac{1100}{4})7=(5+1+2)7=1=12-11=G$
$1200 = 12 \times 100$	$(5+1200+\frac{1200}{4})7=(5+3+6)7=0=12-12=A$
$1300 = 13 \times 100$	$(5+1300+\frac{1300}{4})7=(5+5+3)7=6=19-13=B$
$1400 = 14 \times 100$	$(5+1400+\frac{1400}{4})7=(5+0+0)7=5=19-14=C$
$1500 = 15 \times 100$	$(5+1500+\frac{1500}{4})7=(5+2+4)7=4=19-15=D$

Loi de succession des lettres dominicales des années séculaires.

Le tableau précédent met cette loi en évidence :

Les lettres dominicales des années séculaires juliennes se succèdent dans l'ordre alphabétique.

Il s'ensuit, comme le montre d'ailleurs le tableau, que les numéros des lettres dominicales des années séculaires successives vont en diminuant régulièrement d'une unité. La connaissance de cette loi et de la lettre dominicale C = 5 de l'année séculaire 0 nous conduit à la formule simple suivante :

Formule générale donnant la seconde lettre dominicale l de l'année julienne séculaire 100c :

$$l = (5 - c)\,7.$$

Lorsque c est égal ou supérieur à 7, au lieu d'ajouter à 5 les nombres 7 ou 14, comme dans le tableau précédent, il vaut mieux les retrancher à c. Ainsi, pour l'année séculaire 1500 on a :

$$l = (5 - 15)7 = (5 - 1)7 = 4.$$

Application à l'an 1149.

Nous décomposerons d'abord 1149 en tranches de deux chiffres en commençant par la droite (la tranche de gauche serait incomplète avec les années 149, 249, ..., 949) et nous pourrons écrire l'année proposée :

$$1149 = 49 + 11 \times 100.$$

Nous voyons alors que si nous connaissons le numéro de la lettre dominicale de l'an 49, nous obtiendrons celui de la lettre dominicale de 1149 en lui retranchant 11 unités, puisqu'on passe de l'an 49 à l'an 1149 par l'addition de 11 centaines, tout comme de l'année séculaire 0 à l'année séculaire 1100.

Tout revient donc à chercher la lettre dominicale de l'an 49 et à retrancher 11, ce qui, d'après nos conventions, s'écrit simplement :

$$(5 + 49 + \frac{49}{4} - 11)7 = (5 + 0 + 5 - 4)7 = 6 = \mathrm{B}.$$

Autre exemple. — Soit encore à trouver la lettre dominicale de l'an 1565 = 65 + 15 × 100. On a immédiatement :

$$(5 + 65 + \frac{65}{4} - 15)7 = (5 + 2 + 2 - 1)7 = 1 = \mathrm{G}.$$

Règle générale. — Pour obtenir la lettre dominicale de l'année julienne, de millésime **m** donné :

1° on sépare d'abord en tranches de deux chiffres en commençant par la droite, le millésime m que l'on écrit :

$$m = u + c \times 100,$$

u étant la tranche de droite et c celle de gauche ;

2° on cherche ensuite la lettre dominicale de l'an u du Ier siècle, on en retranche c unités et on prend le reste de la division de cette différence par 7 comme numéro de la lettre dominicale de l'année proposée.

Formule générale. —

$$l = (5 + u + \frac{u}{4} - c)7.$$

2. CYCLE SOLAIRE.

Définition. — Si toutes les années étaient communes, c'est-à-dire de 365 jours ou 52 semaines *plus* un jour, les dimanches reviendraient aux mêmes quantièmes tous les 7 ans, puisqu'au bout de cette période la même lettre redeviendrait dominicale.

Mais, une année bissextile composée de 366 jours ou 52 semaines *plus* 2 jours arrive tous les 4 ans, nécessitant l'emploi de deux lettres dominicales. Il faudra donc un intervalle de 7 années bissextiles ou $7 \times 4 = 28$ ans pour que le jour supplémentaire de chacune d'elles produise 7 jours ou une semaine et ramène ainsi la même lettre à être dominicale. Les dimanches sont donc ramenés aux mêmes quantièmes dans l'année tous les 28 ans. Ainsi, la lettre A par exemple, étant dominicale une certaine année, elle redeviendra dominicale 28 ans après.

Cette période de 28 ans, après laquelle les jours de la semaine reviennent aux mêmes quantièmes, est appelée *Cycle solaire.*

Cycle solaire d'une année. — Supposons qu'on ait distribué les années successives en périodes de 28 ans ; le rang qu'occupe une année quelconque dans la période à laquelle elle appartient est par définition le *Cycle solaire de cette année.*

L'origine des périodes est telle que l'an 1 de notre ère ait 10 pour Cycle solaire.

D'après cette définition, pour trouver le Cycle solaire d'une année donnée, 1515 par exemple, il y aura deux opérations à faire :

1° ajouter 9 à 1515 ;

2° diviser la somme 1524 par 28 et ne garder que le reste 12 de la division, qui fait connaître que l'année 1515 est la douzième de la période de 28 ans à laquelle elle appartient : 12 est donc le Cycle solaire de 1515.

Le quotient 54 de la division de 1524 par 28 indique qu'il s'est écoulé 54 périodes ou Cycles depuis le commencement de l'ère chrétienne et le reste 12 marque le rang de l'année 1515 dans la 55e période, c'est-à-dire le Cycle solaire de cette année.

On se servait autrefois de ce Cycle pour trouver les jours de la semaine, car le Calendrier d'une année pouvait servir 28 ans après.

Les 28 Calendriers des années d'un Cycle solaire servent indéfiniment pour les Cycles suivants dans le Calendrier julien.

Formule générale. — Si l'on désigne par s le Cycle solaire de l'année de millésime m, on a la formule générale :

$$s = (m + 9)\,28.$$

Le reste s de la division de m + 9 par 28 étant difficile à trouver mentalement, transformons la somme m + 9, en la remplaçant d'abord par son équivalente 100c + u + 9, u et c étant les deux tranches du millésime m, dont il a été question antérieurement.

La simplification de la formule $s = (100c + u + 9)28$ consistera en premier lieu à décomposer 100 c en 84c + 16c ; la première partie de la somme 84c, étant un multiple de 28, donc divisible par 28, est négligée et il reste la formule :

$$s = (16\,c + u + 9)\,28$$

En second lieu, la simplification peut se poursuivre en remplaçant 16c par le reste de sa division par 28. Or, 16 et 28 sont divisibles par 4. Le reste de la division de 16c par 28 est le même que le produit par 4 du reste de la division de 4c par 7. On obtient donc la formule simple :

$$s = [4\,(4c)7 + u + 9]\,28.$$

Dans son application, si 4 (4c)7 dépasse 28, on lui ôtera de suite le plus grand multiple possible de 28. Si u dépasse 28 on fera de même. Si u étant inférieur à 28, la somme u + 9 lui est supérieure ou égale, on remplacera cette somme par le reste de sa division par 28.

3. TABLE DES LETTRES DOMINICALES ET DES CYCLES SOLAIRES DE 28 ANS.

Une année quelconque du Calendrier julien étant proposée, les explications précédentes nous permettent de déterminer facilement la lettre dominicale et le Cycle solaire de cette année.

On peut d'ailleurs dresser une Table où lettres dominicales et Cycles solaires soient donnés à vue pour de nombreuses années.

C'est la Table II, placée à la fin de la Ire Partie.

Usage de cette table. — Les années de millésime m y sont décomposées en deux parties :

$$m = c \times 100 + u.$$

Prenons, par exemple, l'année de la réforme du Calendrier, 1582, qui peut s'écrire :

$$1582 = 1500 + 82.$$

Pour trouver la lettre dominicale julienne, c'est-à-dire celle qui a servi depuis le 1er Janvier jusqu'au 4 Octobre, on cherche dans la Table II : 1500, *à droite* du titre : *Années d'ère chrétienne*, et 82 au-dessous de ce titre. L'intersection de la ligne verticale contenant 1500 avec la ligne horizontale contenant 82, donne G23 indiquant la lettre dominicale G de cette année et son Cycle solaire 23.

La lettre G n'a plus indiqué les dimanches de l'année 1582 à partir de la Réforme du Calendrier. C'est qu'en effet, la suppression de 10 jours entre le 4 Octobre et le 15 Octobre, a changé la lettre G en la lettre C qui a été dominicale du 15 Octobre au 31 Décembre 1582.

4. RELATION ENTRE LA LETTRE DOMINICALE « L » ET LE CYCLE SOLAIRE « S » D'UNE ANNÉE.

Cette relation peut, sans inconvénient, être ignorée du lecteur qui n'a qu'à passer outre, si la question ne l'intéresse pas.

Nous avons établi les deux relations générales :

$$l = (5 + m + \frac{m}{4})7, \quad (1)$$

$$s = (m + 9)\,28. \quad (2)$$

La seconde nous fait connaître que le reste de la division de $m + 9$ par 28 est s, le quotient étant représenté par $\frac{m+9}{28}$. Or, dans une division, le dividende est égal au produit du diviseur par le quotient, *plus* le reste ; on peut donc écrire :

$$m + 9 = 28.\frac{m+9}{28} + s,$$

ou $$m = 28\,\frac{m+9}{28} + s - 9.$$

Si l'on porte cette valeur de m dans (1) on a :

$$l = (5 + 28.\frac{m+9}{28} + s - 9 + \frac{28.}{4}\,\frac{m+9}{28} + \frac{s-9}{4})7.$$

On peut, dans la parenthèse :

1° supprimer les multiples de 7 ;

2° remplacer $\frac{s-9}{4}$ par $-2 + \frac{s-1}{4}$.

Il reste alors la relation cherchée :

$$l = (1 + s + \frac{s-1}{4})7.$$

Dans les années bissextiles, $s - 1$ est divisible par 4.

III. — CALENDRIER LUNAIRE PERPÉTUEL JULIEN.

Si nous supprimons, par la pensée, les 12 lignes verticales de lettres au-dessous de l, une sous chaque nom de mois, dans la Table I placée à la fin de la I^re Partie, il reste le Calendrier lunaire perpétuel julien, constitué pour chaque mois de deux colonnes : celle des quantièmes ou jours du mois et celle des nombres d'or au-dessous de n. Ce sont ces nombres d'or qui rendent le Calendrier lunaire perpétuel.

1. CYCLE LUNAIRE OU CYCLE DE MÉTON.

Tous les 19 ans, les nouvelles lunes se présentent à peu près aux mêmes dates. Cette période de 19 ans solaires de 365 jours 25 est le Cycle lunaire, dit de Méton.

La durée du Cycle est donc de :

$$365{,}25 \times 19 = 6939{,}75 \text{ jours,}$$

pendant laquelle il y a presque exactement 235 lunaisons. La lunaison étant de 29,530588 jours, les 235 lunaisons représentent une durée égale à :

$$29{,}530588 \times 235 = 6939{,}6882 \text{ jours.}$$

L'écart n'est que de 0 jour 0618 en 19 ans, mais au bout de 300 ans environ l'erreur atteint un jour. Cela signifie que si la lune a été nouvelle le 10 Janvier, par exemple, de quelque année, après 300 ans elle sera nouvelle le 9 Janvier.

Si l'on connaît les dates des nouvelles lunes qui arrivent pendant les 19 ans d'un Cycle lunaire, il suffit pour connaître les dates des nouvelles lunes qui arrivent au cours d'une année quelconque appartenant à un autre Cycle, de savoir le rang qu'occupe l'année considérée dans le Cycle de Méton. Les nouvelles lunes y sont aux mêmes dates que dans l'année correspondante du Cycle dont les dates des nouvelles lunes sont connues.

2. NOMBRE D'OR.

Lorsque Méton présenta son Cycle, vers 433 avant Jésus-Christ, l'enthousiasme des Grecs fut si grand, que les archontes ordonnèrent l'inscription en lettres d'or, sur les monuments publics, du rang de chaque année dans le Cycle. C'est de là que vient l'appellation de nombre d'or pour désigner le rang qu'une année occupe dans la période de 19 ans.

Supposons réparties en périodes de 19 ans les années successives. Le rang qu'occupe une année quelconque, dans la période à laquelle

elle appartient, est le nombre d'or de cette année. L'origine des périodes de 19 ans est telle que l'an 1 de notre ère ait 2 pour nombre d'or.

Règle pour obtenir le nombre d'or. — Pour obtenir le nombre d'or d'une année de millésime m donné, il faut donc :

1° ajouter 1 au millésime, soit $m + 1$;

2° chercher le reste de la division de $m + 1$ par 19. Ce reste est le nombre d'or n.

Formule. — La règle précédente peut se traduire par la formule :

$$n = (m + 1)\,19$$

en utilisant la notation précédemment adoptée.

Exemples. — Le nombre d'or de 1938 s'obtient en divisant 1939 par 19. Le reste 1 est le nombre d'or de 1938.

L'année 1937 a donc eu pour nombre d'or 19. Or, le reste de la division de 1938 par 19 est nul. Ainsi, quand le reste de la division de $m + 1$ par 19 est nul, on prend pour nombre d'or 19. L'année m est alors la dernière d'un Cycle lunaire.

Il s'ensuit que la première année d'un Cycle lunaire est toute année dont le millésime est un multiple de 19, comme 1900, 1919, 1938, 1957 etc...

Simplification de la formule. — Le reste n de la division de $m + 1$ par 19 est d'un calcul mental pénible. Remplaçons m par $100c + u$, u et c étant les deux tranches déjà envisagées du millésime m, on a :

$$n = (100\,c + u + 1)\,19.$$

La simplification porte sur le premier terme de la parenthèse 100 c, que l'on remplace par $95c + 5c$. Or, $95c$ étant égal à 5 fois $19c$, on néglige ce multiple de 19 et il reste la formule simple définitive :

$$n = (5\,c + u + 1)\,19.$$

Si u est supérieur à 19, on le remplace de suite par le reste de sa division par 19.

Si u était égal à 18, $u + 1$ serait négligé comme étant égal à 19.

Si $5c$ est supérieur à 19, on enlève de même immédiatement le plus grand multiple possible de 19. Il reste finalement dans la parenthèse la somme de 3 nombres inférieurs à 19. Alors :

si cette somme est inférieure à 19, c'est le nombre d'or ;

si elle est supérieure à 19, c'est le reste de sa division par 19 qui est le nombre d'or.

Cas particulier du XX^e siècle. On a alors $c = 19$. Le premier terme $5c$ de la parenthèse est un multiple de 19, inutile donc d'en tenir compte et la formule se réduit à :

$$n = (u + 1)\ 19.$$

Inscription des nombres d'or dans le Calendrier.

Le nombre d'or d'une année est inscrit dans la Table I à côté de tous les quantièmes où la lune est nouvelle, d'après le Comput julien, au cours de cette année. Ainsi, la première année du Cycle lunaire, le nombre d'or 1 est inscrit en face des dates suivantes : 23 Janvier, 21 Février, 23 Mars, 21 Avril, 21 Mai, 19 Juin, 19 Juillet, 17 Août, 16 Septembre, 15 Octobre, 14 Novembre, 13 Décembre, parce que c'est à ces dates que les nouvelles lunes arrivent au cours de cette première année du Cycle.

De même, pendant la seconde année du Cycle, le nombre d'or 2 fait connaître par les quantièmes qui lui correspondent dans le Calendrier perpétuel lunaire (Table I), les dates des nouvelles lunes au cours de cette deuxième année du Cycle. Il en est de même pour les autres nombres d'or.

Le Calendrier perpétuel lunaire indique donc les dates de toutes les nouvelles lunes passées, présentes ou futures du Calendrier julien. Mais il faut bien remarquer qu'il s'agit des nouvelles lunes du Comput et non des nouvelles lunes astronomiques. Le retard des nouvelles lunes du Comput, sur les nouvelles lunes astronomiques, insignifiant à l'époque où les nombres d'or furent inscrits dans le Calendrier, s'augmente d'un jour tous les 300 ans environ. Il peut atteindre actuellement 6 ou 7 jours.

On se sert néanmoins de la Table I pour déterminer l'âge de la lune à une date quelconque du Calendrier julien.

3. AGE DE LA LUNE.

Trouver l'âge de la lune à une date quelconque donnée, par exemple les 16 Janvier, 28 Mars, 14 Juillet 582.

Il faut d'abord déterminer le nombre d'or de l'an 582.

$$n = (582 + 1)\ 19 = (5.5 + 82 + 1)\ 19.$$

Dans la parenthèse deux nombres dépassent 19 : 25 et 82. On remplace 25 par 6 en lui ôtant 19, et 82 par 6 également, en lui retranchant 4 fois 19 ou 76, en sorte que l'on a simplement :

$$n = (6 + 6 + 1) 19 = 13.$$

La Table I nous donne alors l'âge de la lune aux dates désirées.

a) *Le 16 Janvier.* — Le nombre d'or 13, en face du 11 Janvier, indique

que la lune était nouvelle, c'est-à-dire avait 1 jour le 11 Janvier. Le 16 Janvier la lune avait donc : $1 + 16 - 11 = 1 + 5 = 6$ jours.

b) *Le* 28 *Mars.* — Le 11 Mars la lune avait 1 jour. Le 28 elle avait donc : $1 + 28 - 11 = 1 + 17 = 18$ jours.

c) *Le* 14 *Juillet.* — Le 7 Juillet la lune avait 1 jour. Le 14 elle avait donc : $1 + (14 - 7) = 1 + 7 = 8$ jours.

Dans les années bissextiles, $n = 17, 6, 14$ sont inscrits respectivement aux 26, 27, 29 Février.

4. TABLE DES NOMBRES D'OR.

Le nombre d'or d'une année donnée quelconque se détermine aisément au moyen des règles et formules simples proposées plus haut.

On peut aussi dresser une Table donnant à vue le nombre d'or pour une longue suite d'années à partir de l'an 1 de notre ère. C'est la Table III, placée à la fin de la Ire Partie.

Usage de cette Table. — L'année de millésime m y est décomposée : $m = 100c + u$. Soit, par exemple, $1563 = 1500 + 63$. On cherche 1500 à droite du titre : *Années d'ère chrétienne* et 63 au-dessous de ce titre. Le nombre d'or 6 de 1563 se lit à l'intersection de la ligne verticale contenant 1500 avec la ligne horizontale contenant 63.

IV. — DATE DE PAQUES.

Règle adoptée au Concile œcuménique de Nicée, en 325.

La date de la fête de Pâques a été fixée, par ce Concile, au dimanche qui suit la pleine lune arrivant après le 21 Mars ou ce jour-là même. La pleine lune dont il s'agit est celle du Comput, et l'on admet qu'elle arrive le 14e jour de la lune. On a donc :

date de la nouvelle lune + 13 = date de la pleine lune.

Dates extrêmes de la fête de Pâques. — D'après cette règle, Pâques ne peut être ni antérieur au 22 Mars, ni postérieur au 25 Avril (nombres d'or 16 et 8 respectivement).

Quand le nombre d'or est 16, la lune est nouvelle le 8 Mars ainsi que l'indique la Table I, et par suite la date de la pleine lune est le $8 + 13 = 21$ Mars. Si ce jour-là est un samedi, Pâques est le lendemain 22 Mars, la lettre dominicale est D. Pâques ne peut pas être plus tôt.

Quand le nombre d'or est 8, la lune est nouvelle le 6 Mars, d'après la Table I, la pleine lune est le $6 + 13 = 19$ Mars. Ce n'est donc pas la pleine lune pascale, d'après la règle énoncée plus haut. La nouvelle lune suivante est le 5 Avril puisque le nombre d'or 8 est inscrit à cette date, et la pleine lune est le $5 + 13 = 18$ Avril. Si ce jour-là est un dimanche, lettre dominicale C, Pâques tombe le dimanche suivant 25 Avril. Pâques ne peut pas être plus tard.

Ainsi, la date de Pâques oscille entre le 22 Mars, avec le nombre d'or 16 et la lettre dominicale D, et le 25 Avril avec le nombre d'or 8 et la lettre dominicale C.

Les dates des nouvelles lunes pascales sont donc comprises entre le 8 Mars et le 5 Avril, limites extrêmes comprises.

Détermination de la date de Pâques au moyen de la Table I.

Le double Calendrier perpétuel solaire et lunaire de la Table I permet de déterminer la date de Pâques d'une année julienne quelconque sans l'emploi de formules autres que celles qui ont été déjà établies.

Exemple. — *Déterminer la date de Pâques en* 1429.

Il faut connaître la lettre dominicale et le nombre d'or de l'année 1429. Les Tables II et III les donnent immédiatement. Mais les règles et formules simples établies antérieurement permettent de les trouver aisément.

Cherchons, par leur emploi, la lettre dominicale l de 1429, et le nombre d'or n de cette même année.

La lettre dominicale est donnée par la formule :

$$l = (5 + 29 + \frac{29}{4} - 14)7$$

dans laquelle 29 se remplace par 1, $\frac{29}{4}$ par 0, 14 par 0; il reste simplement : $(5 + 1)7 = 6 = B$.

La lettre dominicale de 1429 *est B.*

Cherchons le nombre d'or n. On a :

$$n = (1429 + 1)19 = (5.14 + 29 + 1)19.$$

Le produit $5.14 = 70$ se remplace par 13, car il contient 3 fois 19 *plus* 13 ; 29 se remplace par 10 et l'on a plus simplement :

$$n = (13 + 11)19 = (24)19 = 5.$$

Le nombre d'or de 1429 *est donc* 5.

Le double Calendrier perpétuel solaire et lunaire de la Table I montre alors, qu'avec le nombres d'or 5, la nouvelle lune pascale est le 9 Mars ; le 14^e jour de la lune est donc le $9 + 13 = 22$ Mars, à côté duquel est inscrite la lettre D. La pleine lune pascale étant le 22 Mars, Pâques est le dimanche suivant, indiqué par la lettre dominicale B venant immédiatement après le 22 Mars. On lit 27 Mars sur le Calendrier perpétuel solaire de la Table I. C'est la date de Pâques en 1429.

Table pascale julienne. — Le double Calendrier perpétuel solaire et lunaire de la Table I permet de construire rapidement une Table pascale julienne.

Considérons par exemple le nombre d'or 16. La Table indique qu'il y a eu nouvelle lune le 8 Mars. La pleine lune a donc été le $8 + 13 = 21$ Mars. Au 21 Mars correspond la lettre C.

Alors, si	A	est	la lettre	dominicale,	Pâques est le	26 Mars.
»	B	»	»	»	» »	27 Mars.
»	C	»	»	»	» »	28 Mars.
»	D	»	»	»	» »	22 Mars.
»	E	»	»	»	» »	23 Mars.
»	F	»	»	»	» »	24 Mars.
»	G	»	»	»	» »	25 Mars.

On procède de même pour les autres nombres d'or et l'on obtient rapidement la Table IV placée à la fin de la Ire Partie.

Usage de cette Table. — Il faut, pour en faire usage, connaître le nombre d'or et la lettre dominicale de l'année dont on cherche la date de Pâques.

La date de Pâques se lit alors à l'intersection de la ligne verticale contenant la lettre dominicale avec la ligne horizontale contenant le nombre d'or.

M = mars, A = Avril.

CHAPITRE II.

ÉTUDE DU CALENDRIER GRÉGORIEN.

Précisons d'abord ce qui différencie l'année grégorienne de l'année julienne, puis nous expliquerons successivement le Calendrier solaire perpétuel grégorien, le Calendrier lunaire perpétuel grégorien et la détermination de Pâques au moyen de ce double Calendrier perpétuel solaire et lunaire, pour une année quelconque donnée dans le Calendrier grégorien.

I. — ANNÉE GRÉGORIENNE.

Propriétés communes aux deux Calendriers : julien et grégorien.

L'année commune grégorienne est de 365 jours et l'année bissextile de 366 jours comme dans le Calendrier julien.

Dans les années bissextiles, le jour complémentaire passe aussi à Février qui compte 29 jours au lieu de 28.

L'année *non séculaire* est bissextile si le nombre formé par les deux chiffres de droite du millésime n'est pas divisible par 4. Ainsi, 1937, 1938, 1939 sont communes car 37, 38, 39 ne sont pas divisibles par 4.

L'année *non séculaire* est bissextile si le nombre formé par les deux chiffres de droite du millésime est divisible par 4. Ainsi, 1936, 1940, 1944 sont bissextiles car 36, 40, 44 sont divisibles par 4.

Après trois années communes consécutives, aucune n'étant séculaire, vient donc une année bissextile, si elle n'est pas séculaire.

Particularités propres au Calendrier grégorien.

Dans le Calendrier grégorien, une seule année séculaire sur quatre est bissextile.

L'année séculaire bissextile se reconnaît à ce que le nombre formé par les deux premiers chiffres du millésime est divisible par 4.

Exemple : 1600 a été bissextile car 16 est divisible par 4, 2000 le sera. Mais 1700, 1800, 1900 ont été communes parce que 17, 18, 19 ne sont pas divisibles par 4. En conséquence, 3 jours sont supprimés en 400 ans, de sorte que l'année grégorienne moyenne est un peu plus courte que l'année julienne.

La valeur de l'année grégorienne est de :

$$\frac{365{,}25 \times 400 - 3}{400} = 365\,\text{j}.2425.$$

II. — CALENDRIER SOLAIRE PERPÉTUEL GRÉGORIEN.

Si l'on supprime, par la pensée, dans la Table V, les 12 lignes verticales débutant par **Epacte**, une sous chaque nom de mois, il reste le Calendrier solaire perpétuel grégorien constitué pour chaque mois de deux colonnes : celle des quantièmes ou jours du mois et celle des lettres dominicales au-dessous de l. Ce sont ces lettres qui rendent le Calendrier solaire perpétuel.

1. LETTRES DOMINICALES.

Pour leur définition, leur nombre, leur inscription dans le Calendrier, l'ordre dans lequel elles deviennent dominicales, la nécessité de deux lettres dominicales pour chaque année bissextile, leur numérotation dans l'ordre G F E D C B A en correspondance avec la numérotation des jours de la semaine L m M J V S D, on peut reprendre mot pour mot ce qui a été dit à ce sujet pour les lettres dominicales juliennes, en remplaçant toutefois l'an 1 par l'an 1701, l'an 2 par l'an 1702 etc... l'an 7 par 1707, car 1701 a eu pour lettre dominicale B, comme l'an 1.

Recherche de la lettre dominicale d'une année quelconque dans le Calendrier grégorien.

Nous chercherons d'abord, comme dans le Calendrier julien, la loi de succession des lettres dominicales des années séculaires : 1600, 1700, 1800, 1900 etc... nous déterminerons ensuite la lettre dominicale d'une année grégorienne donnée quelconque, en utilisant cette loi.

Lettres dominicales de l'année 1600. — La suppression de 10 jours, du 4 au 15 Octobre 1582, a changé la lettre dominicale G utilisée du 1er Janvier au 4 Octobre 1582 en la lettre C employée du 15 Octobre au 31 Décembre 1582, comme on peut le constater aisément dans le Calendrier solaire perpétuel de la Table I ou de la Table V.

De 1583 (lettre dominicale B) à 1599 inclusivement, il y a eu 17 années dont 4 bissextiles nécessitant l'emploi de $17 + 4 = 21$ lettres dominicales ou 3 séries de 7 lettres. L'an 1599 a donc pour lettre dominicale C comme la fin de 1582.

L'année séculaire bissextile 1600 a donc pour lettres dominicales B A.

Lettres dominicales des autres années séculaires bissextiles : 2000, 2400, 2800, 3200 etc...

Pendant une période de 400 ans, qui comprend $\frac{400}{4} - 3 = 97$

années bissextiles, il faut $400 + 97 = 497$ lettres dominicales. Or, 497 est un multiple de 7. En 2000, 2400, 2800, 3200 etc... on retombe donc sur les lettres dominicales B A de 1600.

Ainsi, *toutes les années séculaires bissextiles du Calendrier grégorien ont pour lettres dominicales B A.*

Lettre dominicale de l'année 1700.

Pendant le 17[e] siècle commençant en 1601 et se terminant en 1700, *année séculaire non bissextile*, il a fallu $100 + \frac{100}{4} - 1 = 124$ lettres dominicales. Or, 124 est un multiple de 7 plus 5.

La seconde lettre dominicale de 1600 étant A, numérotée 0, il s'ensuit que la lettre dominicale de 1700 est la lettre numérotée 5, c'est-à-dire C.

Les années séculaires 1700, 2100, 2500, 2900, etc... ont pour lettre dominicale C.

Lettre dominicale de l'année 1800.

Pour le 18[e] siècle commençant en 1701 et se terminant en 1800, *année séculaire non bissextile*, il a fallu de même 124 lettres dominicales épuisant 17 séries de 7 lettres, plus 5 lettres de la 18[e] série. La lettre dominicale de 1700 étant 5, celle de 1800 est par suite $(5 + 5)7 = 3 = E$.

Les années séculaires 1800, 2200, 2600, 3000 etc... ont pour lettre dominicale E.

Lettre dominicale de l'année 1900.

Pendant le 19[e] siècle commençant en 1801 et se terminant en 1900, *année séculaire non bissextile*, il a fallu encore 124 lettres dominicales, épuisant 17 séries de 7 lettres, plus 5 lettres de la 18[e] série.

La lettre dominicale de 1800 étant 3, celle de 1900 est par suite $(3 + 5)7 = 1 = G$.

Les années séculaires 1900, 2300, 2700, 3100 etc... ont pour lettre dominicale G.

Loi de succession des lettres dominicales des années séculaires grégoriennes entre deux années séculaires bissextiles.

Les années séculaires bissextiles 1600, 2000, ... ont pour lettre A = 0
La 1[e] année séculaire non bissextile : 1700, 2100, ... a pour lettre C = 5
La 2[e] année séculaire non bissextile : 1800, 2200, ... a pour lettre E = 3
La 3[e] année séculaire non bissextile : 1900, 2300, ... a pour lettre G = 1

Nous ne mentionnons, dans cette loi, que la seconde lettre dominicale A des années séculaires bissextiles.

Comparaison des deux lois de succession.

Dans le Calendrier julien, nous avons montré que les lettres dominicales des années séculaires se succèdent dans l'ordre alphabétique, *sans interruption* : A B C D E F G.

Ainsi, en ne considérant que la seconde lettre dominicale et en partant de l'an 500 qui a pour seconde lettre A, on a le résultat suivant : 500 lettre A, 600 lettre B, 700 lettre C, 800 lettre D, 900 lettre E, 1000 lettre F, 1100 lettre G, 1200 lettre A etc...

Nous venons de voir que dans le Calendrier grégorien 4 lettres seulement (abstraction faite de la 1re des années séculaires bissextiles) peuvent être dominicales.

On pourrait encore dire qu'elles se succèdent dans l'ordre alphabétique, *mais avec interruption*, les lettres de rang pair B D F ne figurant pas dans la loi ci-dessus.

Lettre dominicale de l'année fictive grégorienne 1500.

Pour pouvoir déterminer aisément la lettre dominicale d'une année grégorienne comprise entre 1582 et 1599, il nous sera utile d'étendre le Calendrier grégorien aux années d'avant la réforme jusqu'en l'an 1500 et même 1200.

L'année fictive grégorienne 1500, 3e année séculaire venant après 1200, fictive et bissextile, aurait pour lettre dominicale G, d'après la loi ci-dessus.

Lettre dominicale d'une année quelconque donnée dans le Calendrier grégorien.

Soit à trouver, par exemple, la lettre dominicale de l'année 1675.

Nous décomposerons d'abord le millésime en l'écrivant :

$$1675 = 1600 + 75.$$

L'année 1600 ayant pour seconde lettre dominicale A numérotée 0, le problème revient simplement à savoir le nombre de lettres dominicales employées pendant 75 ans. Ce nombre se détermine comme dans le Calendrier julien, puisque la règle de bissextilité est la même dans les deux Calendriers, les années séculaires mises à part. On a donc employé pendant ces 75 ans : $75 + \frac{75}{4} = 75 + 18 = 93$ lettres dominicales.

La lettre dominicale de 1675 est donc déterminée par le reste 2 de la division de 93 par 7, ce que nous indiquons toujours par la notation:

$$(93)7 = 2 = F.$$

Soit encore à déterminer la lettre dominicale de 1753.

Nous écrivons le millésime : 1753 = 1700 + 53.
L'année 1700 a pour lettre dominicale C = 5.
La lettre de 1753 sera donc donnée par l'expression :

$$(5 + 53 + \frac{53}{4})7 = (5 + 4 + 6)7 = 1 = G.$$

Soit encore 1835 = 1800 + 35.
L'année 1800 a pour lettre E = 3.
La lettre de 1835 est donc donnée par l'expression :

$$(3 + 35 + \frac{35}{4})7 = (3 + 0 + 1)7 = 4 = D.$$

Soit enfin 1938 = 1900 + 38.
L'année 1900 a pour lettre G = 1.
La lettre de 1938 est donc donnée par l'expression :

$$(1 + 38 + \frac{38}{4})7 = (1 + 3 + 2)7 = 6 = B.$$

2. CYCLE SOLAIRE.

Le Cycle solaire est le même dans les deux Calendriers julien et grégorien. Mais, tandis que dans le Calendrier julien deux années de même Cycle solaire ont les mêmes lettres dominicales, il n'en est pas généralement de même dans le Calendrier grégorien, car les lettres dominicales ne reviennent d'une façon régulière que tous les 400 ans, par le fait que sur 4 années séculaires successives une seule est bissextile. Toutefois, la période de 28 ans du Calendrier julien s'applique au Calendrier grégorien entre deux années séculaires non bissextiles successives.

Ainsi, entre 1800 et 1900, de 28 ans en 28 ans, les lettres dominicales sont les mêmes. Par exemple, 1801, 1829, 1857, 1885 ont pour lettre dominicale D.

Il en est de même entre 1900 et 2100 qui sont deux années séculaires non bissextiles consécutives.

Par exemple, 1910, 1938, 1966, 1994 ont pour lettre dominicale B ; 1999, 2027, 2055, 2083 ont pour lettre dominicale C.

3. TABLE DES LETTRES DOMINICALES GRÉGORIENNES.

On peut déterminer aisément la lettre dominicale d'une année grégorienne quelconque donnée, au moyen des règles précédentes.

Il est d'ailleurs commode de construire une Table donnant à vue la lettre dominicale grégorienne à partir de 1582 et pour une longue suite d'années.

C'est la Table VI, placée à la fin de la Ire Partie.

Usage de cette Table. — L'année de millésime m y est décomposée en deux parties : $m = 100c + u$.
Soit, par exemple, $1938 = 1900 + 38$.

On cherche 1900 *à droite* du titre : *Années d'ère chrétienne*, et 38 *au-dessous* de ce titre.

La lettre dominicale B de 1938 se trouve à l'intersection de la ligne horizontale contenant 38 avec la ligne verticale contenant 1900.

Si l'année proposée est comprise entre 1582 et 1599, comme 1591 par exemple, il suffit de chercher 91 au-dessous du titre *Années d'ère chrétienne* et de lire sur la ligne horizontale de 91, dans la colonne où est indiqué l'intervalle 1582 à 1599, la lettre F qui est la lettre dominicale cherchée.

III. — CALENDRIER LUNAIRE PERPÉTUEL GRÉGORIEN

Supprimons par la pensée, dans la Table V, les douze colonnes débutant par l, une sous chaque nom de mois ; il reste le Calendrier lunaire perpétuel grégorien, constitué pour chaque mois par deux colonnes : celle des quantièmes ou jours du mois et celle des épactes, au-dessous de *Epacte*. Les épactes rendent ce Calendrier perpétuel.

1. ÉPACTES.

Lunaison. — De la terre, nous voyons la lune marcher à peu près comme le soleil. Elle se lève à l'est et se couche à l'ouest. Mais, chaque jour elle perd sensiblement du terrain, si bien qu'au bout de 29 jours 1/2 environ, elle a perdu un tour complet, comme sur une piste. Cette durée de 29 j. 1/2 que met la lune pour prendre ce tour de retard est une lunaison.

Age de la lune. — Supposons que la lune, doublée par le soleil, commence un tour de retard précisément le 1er Janvier d'une certaine année que nous appellerons 1re année. La lune a 1 jour le 1er Janvier, elle en a 10 le 10, 30 le 30 et la lunaison se termine ce jour-là. Le lendemain 31 Janvier la lune compte de nouveau 1 jour, et le 28 Février elle a 29 jours : c'est la fin de la lunaison, car on fait alternativement les mois lunaires de 30 et 29 jours, puisque le mois lunaire est de 29 j. 1/2 environ.

Le 1er Mars la lune a 1 jour, et le 30 Mars est le dernier jour de la lunaison. Le 31 Mars la lune a 1 jour, le 28 Avril elle en a donc 29 : c'est la fin d'une lunaison.

Le 29 Avril la lune a 1 jour, le 30 elle en a 2 et le 28 Mai elle en a 30 : c'est le dernier jour de la lunaison ; et ainsi de suite en comptant des mois lunaires de 30 jours pour les lunaisons qui se terminent aux mois impairs : Janvier, Mars, Mai, Juillet, Septembre, Novembre et des mois lunaires de 29 jours pour les lunaisons s'achevant au cours d'un mois pair : Février, Avril, Juin, Août, Octobre, Décembre.

Épacte. — La durée du mois lunaire étant de 29 jours 1/2 en moyenne, l'année de 12 mois lunaires vaut $29{,}5 \times 12 = 354$ jours. L'année lunaire se termine donc 11 jours plus tôt que l'année solaire commune de 365 jours. Le 31 Décembre de cette 1re année, la lune aura 11 jours. Ce nombre 11 est l'épacte de la deuxième année.

Le 31 Décembre de la deuxième année la lune aura $11 + 11 = 22$ jours. Ce nombre est l'épacte de la 3e année.

Le 31 Décembre de la 3e année la lune aura $22 + 11 = 33$ jours. L'épacte ne devant pas dépasser ni même égaler le nombre 30, il faut retrancher 30, quand ce nombre est atteint ou dépassé pour avoir l'épacte. L'épacte de la 4e année est donc $33 - 30 = 3$, celle de la 5e : $3 + 11 = 14$, celle de la 6e : $14 + 11 = 25$, celle de la 7e : 6 car il faut retrancher 30 de la somme $25 + 11 = 36$ etc...

L'épacte d'une année est donc l'âge de la lune à la fin du 31 Décembre de l'année précédente. Ainsi, l'année 1937 ayant pour épacte 17, cela signifie que la lune avait 17 jours le 31 Décembre 1936.

L'épacte s'exprime par un nombre compris entre 1 et 30, 30 étant remplacé par zéro.

Inscription des épactes au Calendrier grégorien.

Les nombres d'or n'étaient inscrits qu'à côté de quelques jours du mois. Ainsi, en Janvier, par exemple, 20 nombres d'or seulement sont inscrits aux dates où il arrivait des nouvelles lunes pendant les 19 ans du Cycle lunaire (voir Table I).

Or, nous avons vu que l'emploi du Cycle lunaire entraîne une erreur qui atteint 1 jour en 300 ans environ, de sorte qu'après ce laps de temps tous les nombres d'or devraient être remontés d'une ligne, car les nouvelles lunes se produisent un jour plus tôt. La lune ayant été nouvelle, par exemple le 3 Janvier, avec le nombre d'or 11, elle sera nouvelle le 2 Janvier 300 ans plus tard environ. Il faudrait donc alors refaire le Calendrier lunaire en remontant d'une ligne tous les nombres d'or.

On voit ainsi qu'il peut y avoir des nouvelles lunes, dans la suite des temps, à n'importe quelle date ou quantième, ce qui montre que les 19 nombres d'or sont impropres à confectionner un Calendrier lunaire perpétuel. Les 30 nombres épactiques, au contraire, écrits à côté de tous les jours du mois, peuvent indiquer les nouvelles lunes pour tous les jours de chaque année.

Comment les épactes indiquent les nouvelles lunes.

Nous avons vu que la lettre dominicale d'une année fait connaître le jour de la semaine pour tous les quantièmes de cette année, au moyen du Calendrier solaire perpétuel.

De même, le Calendrier lunaire perpétuel indique les dates des nouvelles lunes au cours d'une année dont on connaît l'épacte, grâce à la manière dont les nombres épactiques y sont inscrits.

La Table V montre que l'épacte o est inscrite à côté du 1er Janvier, 29 à côté du 2 Janvier, 28 à côté du 3 et ainsi de suite, jusqu'à l'épacte 1 inscrite à côté du 30 Janvier.

Puis l'inscription recommence de la même manière : o à côté du 31 Janvier, 29 à côté du 1er Février, 28 à côté du 2 Février et ainsi de suite jusqu'à l'épacte 1 écrite à côté du 28 Février.

Le 1er Mars est flanqué de l'épacte o, le 2 Mars de l'épacte 29, le 3 de l'épacte 28 etc... jusqu'à la fin de l'année.

Expliquons maintenant comment les nouvelles lunes sont indiquées en prenant, par exemple, l'année 1937 dont l'épacte est 17.

Le 31 Décembre 1936 la lune avait donc 17 jours d'après la définition même de l'épacte et il restait 13 jours jusqu'à la nouvelle lune. Le 14 Janvier la lune était donc nouvelle. L'épacte 17 de 1937 est précisément inscrite à côté du 14 Janvier pour indiquer cette nouvelle lune. On voit, dans la Table V, que cette même épacte 17 est inscrite à côté du 12 Février, du 16 Mars, du 12 Avril etc... Ce sont les dates des nouvelles lunes pour 1937.

Pour connaître les dates des nouvelles lunes d'une année quelconque du Calendrier grégorien, il suffit donc de connaître l'épacte de cette année. Les quantièmes à côté desquels elle est inscrite dans le Calendrier perpétuel lunaire de la Table V indiquent les dates de toutes les nouvelles lunes arrivant au cours de cette année.

Particularité de l'épacte 25.

La Table V montre que, dans le Calendrier lunaire perpétuel grégorien, l'épacte 25 est écrite tantôt en chiffres arabes (25), tantôt en chiffres romains (XXV), pour cette raison que ce sont en réalité deux épactes distinctes. Il importe donc de savoir quelles années admettent l'épacte 25 et quelles années l'épacte XXV. Voici la régle :

Quand la lune a 25 jours le 31 Décembre d'une année, si le nombre d'or de l'année suivante est inférieur ou égal à 11, l'épacte de cette année est 25 ; si le nombre d'or est supérieur à 11, l'épacte est XXV.

Particularité des doubles épactes 25.24 et 26. XXV.

La Table V montre en outre :

1° que les épactes 26 et XXV sont inscrites ensemble aux 6 dates suivantes : 4 Février, 4 Avril, 2 Juin, 31 Juillet, 28 Septembre et 26 Novembre ;

2° que les épactes 25 et 24 sont aussi inscrites ensemble aux 6 dates suivantes : 5 Février, 5 Avril, 3 Juin, 1er Août, 29 Septembre, 27 Novembre, c'est-à-dire aux 6 mêmes endroits du Calendrier.

Le fait d'avoir mis ensemble les épactes 25.24 aux 6 endroits du Calendrier où figurent aussi ensemble 26.XXV donne à l'année lunaire du Calendrier grégorien la durée de 354 jours qu'elle doit avoir. Sans cette précaution, elle serait de 360 jours, car les 12 suites d'épactes qui sont de 30 chacune formeraient bien $30 \times 12 = 360$ jours. La suppression des 6 jours est assurée aux 6 dates ci-dessus indiquées : 5 Février, 5 Avril, 3 Juin, 1er Août, 29 Septembre, 27 Novembre. Ces 6 jours, qui devraient avoir 25 d'épacte, ont tout à la fois 25 et 24. On gagne ainsi une unité chaque fois et à la fin de l'année il reste 11 jours.

L'année lunaire du Calendrier grégorien a donc bien 354 jours. De plus, on obtient par ce moyen des lunaisons ayant généralement 30 jours si elles se terminent en Janvier, Mars, Mai, Juillet, Septembre, Novembre, mois de rang impair et 29 jours si elles se terminent en Février, Avril, Juin, Août, Octobre, Décembre, mois de rang pair. On peut donc dire que les lunaisons sont alternativement de 30 et 29 jours.

On a pu inscrire ensemble, dans le Calendrier lunaire, les épactes 25.24 ainsi que 26.XXV parce que :

1° si un Cycle de 19 ans a l'épacte 25, il n'a pas l'épacte 24 ;

2° si un Cycle de 19 ans a l'épacte 26, il n'a pas l'épacte XXV ;

3° si un Cycle de 19 ans a l'épacte XXV, il a toujours l'épacte 24 11 ans plus tôt.

Ainsi, dans un même Cycle de 19 ans, deux nouvelles lunes ne peuvent arriver au même quantième d'un mois, aux 6 endroits du Calendrier où figurent ensemble les épactes 26.XXV et 25.24.

Exemple d'année lunaire. — Prenons comme exemple l'année 1937, d'épacte 17.

Le Calendrier lunaire perpétuel de la Table V montre que :

1° Le 13 Janvier une lunaison de 30 jours se termine. En effet, en 1936 l'épacte était 17 — 11 = 6, le 15 Décembre 1936 la lune était nouvelle, le 31 Décembre elle avait 17 jours et le 13 Janvier, dernier jour de la lunaison, la lune avait bien 17 + 13 = 30 jours.

2° Le 11 Février une lunaison se termine formée par les 18 derniers jours de Janvier et les 11 premiers jours de Février. Elle est de 18 + 11 = 29 jours.

3° Le 13 Mars une lunaison de 30 jours se termine formée par les 17 derniers jours de Février et les 13 premiers jours de Mars.

4° Le 11 Avril une lunaison de 29 jours se termine formée par les 18 derniers jours de Mars et les 11 premiers jours d'Avril.

5° Le 11 Mai une lunaison de 30 jours se termine formée par les 19 derniers jours d'Avril et les 11 premiers jours de Mai.

6° Le 9 Juin une lunaison de 29 jours se termine formée par les 20 derniers jours de Mai et les 9 premiers jours de Juin.

7° Le 9 Juillet une lunaison de 30 jours se termine formée par les 21 derniers jours de Juin et les 9 premiers jours de Juillet.

8° Le 7 Août une lunaison de 29 jours se termine formée par les 22 derniers jours de Juillet et les 17 premiers jours d'Août.

9° Le 6 Septembre une lunaison de 30 jours se termine formée par les 24 derniers jours d'Août et les 6 premiers jours de Septembre.

10° Le 5 Octobre une lunaison de 29 jours se termine formée par les 24 derniers jours de Septembre et les 5 premiers jours d'Octobre.

11° Le 4 Novembre une lunaison de 30 jours se termine formée par les 26 derniers jours d'Octobre et les 4 premiers jours de Novembre.

12° Le 3 Décembre une lunaison de 29 jours se termine formée par les 26 derniers jours de Novembre et les 3 premiers jours de Décembre.

Ainsi, en règle générale, les mois lunaires finissant en Janvier sont de 30 jours, en Février de 29 jours, en Mars de 30 jours, en Avril de 29 jours etc... les mois de rang impair ayant des lunaisons de 30 jours et les mois de rang pair des lunaisons de 29 jours.

Mais les fortes épactes amènent deux lunaisons à finir dans un même mois, l'une s'achevant le 1er du mois, quelquefois le 2, l'autre le 30 ou le 31. Alors ces deux lunaisons sont tantôt de 30 et 29 jours, tantôt de 29 et 30, pour des raisons d'équilibre qui amènent aussi le renversement de la règle en d'autres mois.

Épactes qui amènent deux lunaisons à finir dans un même mois.

Ce sont les épactes 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28 et 29. La double lunaison pour l'épacte 19 est en Décembre : 29 et 30 jours ;

pour l'épacte 20, en Novembre : 30 et 29 j. ; pour l'épacte 21, en Octobre : 29 et 30 j. ; pour l'épacte 22, en Septembre : 30 et 29 j. ; pour l'épacte 23, en Août 29 et 30 j. ; pour l'épacte 24, en Juillet : 30 et 29 j. La première de ces deux lunaisons a, dans ces mois, le nombre de jours indiqué par la règle générale. Mais nous pouvons constater, dans le Calendrier lunaire de la Table V, que la règle générale est renversée pour les mois qui suivent la double lunaison jusqu'en Décembre.

Ainsi, considérons l'épacte 22, par exemple. Nous voyons qu'une lunaison finit le 1er Septembre, puisque l'épacte 22 indiquant le 1er jour d'un nouveau mois lunaire est inscrite au 2 Septembre, et que cette lunaison est de 30 jours. Nous constatons aussi qu'une seconde lunaison prend fin le 30 Septembre puisque l'épacte 22 est inscrite au 1er Octobre pour indiquer le 1er jour d'une nouvelle lunaison.

Nous constatons enfin que la règle générale est renversée jusqu'en Décembre. En effet, la règle indique pour Octobre une lunaison de 29 jours et le Calendrier montre qu'elle est de 30 ; pour Novembre une lunaison de 30 jours, et le Calendrier montre qu'elle est de 29 jours ; pour Décembre une lunaison de 29 jours et elle est de 30 jours dans le Calendrier.

Quant aux épactes 25, 26, 27, 28 et 29 elles amènent la double lunaison respectivement en Juillet 29 et 30 j. ; en Juin 30 et 29 j. ; en Mai 29 et 30 j. ; en Avril 30 et 29 j. ; en Mars 29 et 30, point en Février, en Janvier 30 et 30.

La première de ces deux lunaisons a, dans ces mois, le renversement de la règle générale, qui est également renversée pour les mois qui précèdent la double lunaison jusqu'en Février. Janvier a toujours 30 jours.

Dans les années bissextiles, la lunaison dans laquelle passe le jour supplémentaire englobe ce jour sans rien dire ; il n'en est tenu compte que dans l'ensemble du système d'alternances (30j. et 29 j.) tel que nous l'avons vu. Mais en Février rien n'est changé dans les calculs lunaires : on se contente de répéter 2 jours de suite le même âge de la lune, comme on répète le jour du mois : le *sexto Calendas Martii.* Dans les années bissextiles les épactes 5, 4, 3, 2, 1, sont inscrites respectivement aux 25, 26, 27, 28 et 29 Février.

La complication des mois à deux lunaisons et des renversements de la règle tantôt dans les mois qui précèdent tantôt dans ceux qui suivent la double lunaison ne doit pas surcharger la mémoire, car tout cela est contenu dans le Calendrier lunaire perpétuel, il n'y a qu'à lire l'épacte en question pour voir les mois à deux fins de lunaison et la longueur de chacun d'eux et savoir aussi, si l'on veut, en quels mois cette épacte renverse la règle générale des mois alternativement de 30 et 29 jours.

Particularité de l'épacte XIX.

Au 31 Décembre, l'épacte 19 est inscrite en chiffres romains (XIX), à côté de l'épacte 20. *Cette épacte* XIX *ne sert que dans les années qui ont à la fois* 19 *pour épacte et pour nombre d'or.*

Elle est écrite XIX au lieu de 19, pour rappeler que si l'épacte est 19 et le *nombre d'or différent de* 19, il ne faut pas se servir de XIX.

Bien qu'il y ait deux épactes écrites au 31 Décembre, il n'y a jamais deux nouvelles lunes ce jour-là dans le même Cycle lunaire, parce que l'épacte 20 n'a jamais lieu dans les Cycles qui ont à la fois 19 pour épacte et pour nombre d'or. Depuis 1690 où l'on avait à la fois 19 pour épacte et pour nombre d'or, le fait ne s'est pas renouvelé : il faut attendre jusqu'à l'an 8511 pour qu'il se reproduise. Mais on a prévu tous les cas et l'épacte XIX devait être inscrite à côté de 20 au 31 Décembre.

On peut donner cette raison pour justifier la coexistence de XIX et 20 au 31 Décembre : c'est que, pour avoir l'épacte de la première année d'un Cycle lunaire, il faut, par exception à la règle générale, ajouter 12 au lieu de 11 à l'épacte de la dernière année du Cycle précédent. Avec l'épacte 19 et le nombre d'or 19, on a donc pour épacte de la 1^re^ année du Cycle suivant : $19 + 12 = 31$ ou $31 - 30 = 1$. Or, l'épacte 1 ne se rencontre pas avant le 31 Janvier dans la Table V. C'est pourquoi, si l'on n'avait pas placé XIX au 31 Décembre, il n'y aurait pas eu de nouvelle lune indiquée dans le Calendrier perpétuel lunaire depuis le 2 Décembre jusqu'au 30 Janvier suivant.

Raison pour laquelle on ajoute 12 au lieu de 11 à l'épacte de la dernière année d'un Cycle.

Supposons que les multiples de 30 ne soient pas défalqués à mesure qu'ils se rencontrent ; la 19^e^ épacte, si la première a été 11, sera égale à $11 \times 19 = 209$, c'est-à-dire à un multiple de 30 moins un. Donc, pour que la première épacte du Cycle suivant soit la même que la 1^re^ du Cycle précédent, il faut ajouter $11 + 1 = 12$ à la dernière.

Dans toutes les années où le nombre d'or est 19, avec une épacte différente de 19, la dernière lunaison qui commence en Décembre et finit en Janvier n'a exceptionnellement que 29 jours. Constatons-le pour 1937 d'épacte 17 et de nombre d'or 19.

L'épacte de 1938 sera $17 + 12 = 29$ inscrite au 2 Janvier. Le 1^er^ Janvier 1938 est une fin de lunaison. Cette lunaison a commencé le 4 Décembre, date où figure l'épacte 17 de 1937. Elle est formée de 28 jours de Décembre et d'un jour de Janvier, soit de 29 jours. On comprend ainsi que rien ne soit troublé à la fin d'un Cycle, car si d'un côté en ajoutant 12 à l'épacte on l'augmente de 1, ce qui a pour effet de rapprocher du 1er Janvier la date de la nouvelle lune suivante, de l'autre on diminue d'un jour le dernier mois lunaire commençant en Décembre et finissant en Janvier.

2. ÉPACTES DU CALENDRIER JULIEN.

Nous avons vu qu'avant la réforme grégorienne on ne se servait pas du système des épactes dans le Calendrier lunaire, mais du nombre d'or. Le système des épactes, plus parfait, ne fut imaginé qu'à l'occasion de la réforme du Calendrier, mais on convient de l'appliquer aussi, par un effet rétroactif, au Calendrier julien, pour plus de facilité dans les calculs. Cela nous permettra d'ailleurs d'établir une formule s'appliquant aux deux Calendriers pour déterminer la date de Pâques d'une année donnée.

Tableau des épactes du Calendrier julien.

Puisque les épactes des années successives forment une progression arithmétique de raison 11, il faut, pour calculer un terme quelconque de la progression, connaître le 1er terme que nous appellerons *épacte principale* et qui a pour nombre d'or 1.

Or, on sait qu'en l'an 325, date du Concile de Nicée, la lune fut nouvelle au 1er Janvier. L'épacte de 325 est donc 0. D'autre part, le nombre d'or de cette année est $n = (325 + 1)19 = 3$.

Ecrivons alors sur une ligne horizontale les 19 nombres d'or et au-dessous du nombre d'or 3 l'épacte correspondante 0, puis complétons cette seconde ligne des épactes en ajoutant 11 pour passer d'une épacte à la suivante, jusqu'à la fin du Cycle. A la dernière épacte 26 nous ajoutons 12 au lieu de 11, pour obtenir la 1re épacte du Cycle : 8. On réalise ainsi le Tableau ci-dessous des épactes du Calendrier julien, valable pour toute la durée de ce Calendrier :

Nombre d'or :	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
Epacte :	8	19	0	11	22	3	14	25	6	17	28	9	20	1	12	23	4	15	26

L'épacte principale est donc 8 dans le Calendrier julien.

L'année séculaire 0 *ayant* 1 *pour nombre d'or a pour épacte* 8.

Épacte d'une année quelconque du Calendrier julien.

L'épacte d'une année quelconque du Calendrier julien est celle qui correspond au nombre d'or de cette année dans le Tableau ci-dessus. On peut donc énoncer la règle suivante :

Règle. — L'épacte julienne d'une année de nombre d'or n est égale à l'épacte principale 8, augmentée de (n — 1) fois la raison 11 de la progression artihmétique formée par les nombres épactiques. Si cette somme dépasse 30 on la divise par 30 et le reste de la division est l'épacte cherchée.

Nous traduisons ces opérations par la notation :

$$e = [8 + (n - 1)11]30.$$

Exemple. — Soit l'an 825, dont le nombre d'or est
$n = (825 + 1)19 = (5.8 + 25 + 1)19 = (2 + 6 + 1)19 = 9.$
Le tableau ci-dessus montre que l'épacte est 6.
La formule précédente donne le même résultat :

$$e = (8 + 8.11)30 = (8 + 90 - 2)30 = 6.$$

On voit que $8.11 = 88 = 90 - 2$ = multiple de $30 - 2$.
On néglige ce multiple de 30 et il reste simplement dans la parenthèse $8 - 2 = 6$.

3. ÉPACTES DU CALENDRIER GRÉGORIEN.

Dans le Calendrier grégorien, l'uniformité précédente n'existe pas, car les 19 nombres épactiques peuvent varier d'un Cycle à l'autre, comme nous allons le voir, quand survient une année séculaire.

Et d'abord, le nombre d'or de 1582, année de la réforme du Calendrier, est
$n = (1582 + 1)19 = (5.15 + 82 + 1)19$, ou $(75 + 76 + 6 + 1)19 = 6$.
On remarque que 76 est un multiple de 19 et que la parenthèse renferme 2 fois ce nombre : elle se réduit à 6, sans calcul. Le tableau précédent montre que l'épacte de cette année était 3. La formule
$e = (8 + 5.11)30 = (63)30 = 3$, donne le même résultat.

La réforme ayant supprimé 10 jours dans le Calendrier, l'épacte doit être diminuée de 10. D'autre part, pour corriger l'erreur qui provenait du Cycle de Méton, on ajouta 3 jours à l'épacte.

L'épacte grégorienne de 1582 est donc :

$$3 - 10 + 3,$$

et comme il n'y a pas d'épacte négative, on ajoute 30 ce qui donne :
$3 - 10 + 3 + 30 = 26$.

La connaissance du nombre d'or 6 et de l'épacte grégorienne 26 de 1582 nous permet d'écrire les épactes d'un Cycle grégorien quelconque à partir de 1582 jusqu'à 1699 inclusivement, car dans cet intervalle tous les Cycles lunaires ont les mêmes épactes.

Au nombre d'or 7 correspondra l'épacte $26 + 11 = 37$ ou $37 - 30 = 7$, au nombre d'or 8 l'épacte $7 + 11 = 18$ et ainsi de suite, en ajoutant 11 chaque fois que l'on passe d'une épacte à la suivante. Quand on passe de la 19e épacte, 19, à la 1re du Cycle, on ajoute 12, ce qui donne $19 + 12 = 31$ ou $31 - 30 = 1$, d'où le tableau suivant :

Nombre d'or :	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
Epacte :	1	12	23	4	15	26	7	18	29	10	21	2	13	24	5	16	27	8	19

L'année 1501, 1re du XVIe siècle, ayant 1 pour nombre d'or, convenons d'étendre la réforme grégorienne à tout le XVIe siècle, et appelons les épactes ci-dessus écrites d'un Cycle lunaire : *Epactes réformées du* XVIe *siècle.*

L'épacte principale est donc 1 *de* 1501 *à* 1699.

Épacte d'une année quelconque de 1582 à 1699.

Il suffit, pour la déterminer, de chercher le nombre d'or de cette année et de lire au tableau précédent l'épacte qui correspond à ce nombre.

Soit à trouver l'épacte de l'année 1610, par exemple. Le nombre d'or de 1610 est $n = (1610 + 1)19 = (5.16 + 10 + 1)19 = 15$. Le tableau des épactes réformées du XVIe siècle montre que l'épacte est 5.

On peut d'ailleurs la calculer mentalement, sachant que l'épacte principale est 1 et le nombre d'or 15. Elle est égale à 1 + 14 fois 11 = $1 + 14 \times 10 + 14 = 1 + 120 + 20 + 14$. Or 120 est un multiple de 30, on le néglige, il reste $1 + 20 + 14 = 35$ ou $35 - 30 = 5$.
Les opérations sont représentées par l'expression :

$$(1 + 14.11)30 = 5.$$

Règle. — Pour calculer mentalement l'épacte d'une année comprise entre 1582 et 1699 et de nombre d'or connu, on se rappelle les principes suivants :

1° L'épacte principale est 1.

2° Les nombres épactiques forment une progression arithmétique de raison 11, de 1er terme 1.

3° Le terme de rang n d'une progression arithmétique est égal au 1er terme 1, plus autant de fois la raison qu'il y a de termes avant lui, c'est-à-dire $(n - 1)$ fois 11.

4° L'épacte ne devant pas dépasser ni même égaler 30, il faut enlever à la somme $1 + (n - 1)11$ obtenue dans le 3° le plus grand multiple possible de 30, ce qui se fait en divisant cette somme par 30 et ne conservant que le reste qui est l'épacte cherchée.

Ce petit calcul est indiqué par la notation

$$e = [1 + (n - 1)11]30.$$

Règles adoptées pour corriger périodiquement l'épacte.

La connaissance de ces règles est nécessaire pour déterminer l'épacte d'une année postérieure à 1699. Les corrections de l'épacte n'ont lieu qu'aux années séculaires : 1700, 1800, 1900 etc... Elles ont été introduites pour assurer la concordance du Calendrier solaire et du Calendrier lunaire.

Montrons d'abord que la correction de l'épacte était nécessaire. La réforme ayant supprimé 3 jours en 400 ans, la durée moyenne d'une année grégorienne est de $\frac{(365{,}25 \times 400) - 3}{400} = 365$ jours 2425, et celle d'une année lunaire de

$$\frac{29{,}5305881 \times 235}{19} = 365 \text{ jours } 2467475.$$

L'année lunaire surpasse donc l'année grégorienne de

$$365{,}2467475 - 365{,}2425 = 0 \text{ jour } 0042475.$$

Pour une période de 100 siècles ou 10.000 ans, l'excédent est de 42 jours 1/2 environ, d'où la nécessité de faire subir une correction à l'épacte pour maintenir la concordance.

Voici les règles adoptées pour la correction :

1° *Aux années séculaires non bissextiles telles que* 1700, 1800, 1900 ; 2100, 2200, 2300 ; 2500, 2600, 2700, etc... *on retranche une unité à l'épacte.*

Dans une période de 100 siècles, on supprime ainsi $\frac{3}{4} \times 100 = 75$ jours d'épacte. C'est trop puisqu'il ne fallait en supprimer que 42 1/2, d'où la règle suivante :

2° *A partir de* 1800, *puis de* 300 *ans en* 300 *ans, c'est-à-dire en* 2100, 2400, 2700, etc... *on ajoute une unité à l'épacte.*

Cette règle corrige l'erreur du Cycle de Méton qui est en effet de 1 jour en 300 ans environ, comme nous l'avons vu précédemment.

Dans une période de 100 siècles, par cette deuxième règle on restitue à l'épacte : 100 : 3 = 33 jours 1/3.

Les deux règles précédentes suppriment donc 75 — 33 1/3 = 41 jours 2/3 ; la correction est insuffisante, car il reste à supprimer 42 1/2 — 41 2/3 = 5/6 ou deux tiers et demi d'unité, d'où la 3e règle :

3° *Quand on a appliqué* 7 *fois de suite la seconde règle, ce qui conduit à l'an* 4199 *inclusivement, au lieu d'ajouter l'unité à* 4200, *on ne l'ajoute qu'à* 4300.

A partir de 4300 on recommence une nouvelle période de 25 siècles, comme à partir de 1800, avec retardement du 24e au 25e siècle pour l'addition de l'unité, et ainsi de suite.

Les années successives des retardements sont donc : 4200, 6700, 9200 etc...

Le fait de reporter l'addition de l'unité à l'épacte, de la 24^e à la 25^e année séculaire, se produit 4 fois en 100 siècles. Et comme chaque retardement équivaut à la suppression d'un tiers d'unité, 4/3 d'unité sont ainsi supprimés en 100 siècles.

Or la suppression, d'après ce qui précède, ne devrait être que de deux tiers et demi d'unité.

Les retardements sont donc trop rapprochés. Mais ces trois règles constituent la loi actuelle de correction de l'épacte et il y a lieu de s'y conformer rigoureusement tant qu'une nouvelle réforme du Calendrier ne les aura pas modifiées.

Épactes du Cycle qui est à cheval sur 1700 (1691 à 1709).

L'écriture des 9 épactes des années 1691 à 1699 inclusivement est immédiate : ce sont celles qui correspondent aux 9 premiers nombres d'or du tableau des épactes réformées du XVI^e siècle.

La 10^e épacte du Cycle des Epactes réformées du XVI^e siècle, qui correspond à 1700, doit être diminuée d'une unité d'après la première règle.

L'épacte de 1700 est donc 9 au lieu de 10. Les épactes suivantes se déterminent en ajoutant 11 à la précédente et retranchant 30 quand c'est possible. Les épactes de ce Cycle anormal sont donc :

Nombre d'or :	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
Epacte :	1	12	23	4	15	26	7	18	29	**9**	20	1	12	23	4	15	26	7	18

L'épacte de 1710, 1re année du Cycle suivant, sera donc $18 + 12 = 30$ ou 0, puisqu'il faut ajouter 12 au lieu de 11 pour passer de la dernière épacte d'un Cycle à la 1re du Cycle suivant.

Ainsi, les épactes des Cycles qui suivent ce Cycle anormal, à cheval sur 1700, sont celles du XVI^e siècles diminuées toutes d'une unité.

Règle. — Si l'on désigne par c le nombre formé par le chiffre des mille et celui des centaines, on peut formuler la règle suivante :

$c = 17$ *retranche une unité à l'épacte du* XVI^e *siècle.*

Appliquons cette règle à un exemple.

Trouver l'épacte d'une année donnée du XVIII^e siècle.

Soit à trouver l'épacte de l'année 1719, par exemple.
Le nombre d'or est $n = (1719 + 1)19 = (5.17 + 19 + 1)19$.
On néglige 19 dans la parenthèse et on ôte de $5.17 = 85$ le plus grand multiple possible de 19, c'est-à-dire 76, il reste 9 et l'on a :

$$n = (9 + 1)19 = 10.$$

Le tableau des épactes du XVI^e siècle donnerait 10 comme épacte, mais $c = 17$ lui retranche une unité. L'épacte de 1719 est donc 9.

On peut opérer mentalement. Une année du XVI^e^ siècle de nombre d'or 10 a pour épacte :

$$(1 + 9.11)30 = (1 + 9.10 + 9)30 = (1 + 9)30 = 10.$$

L'année 1719, qui a aussi 10 pour nombre d'or, aura 9 pour épacte, puisque $c = 17$ diminue d'une unité les épactes du XVI^e siècle.

Ces opérations sont renfermées dans l'expression

$$e = (1 + 9.11 - 1)30 = 9.$$

Soit encore l'année 1775. Son nombre d'or est

$$n = (1775 + 1)19 = (5.17 + 75 + 1)19.$$

On peut négliger $75 + 1 = 76$ qui est un multiple de 19 et remplacer $5.17 = 85$ par 9, on a donc $n = 9$.

Au nombre d'or 9 des épactes du XVI^e siècle correspond l'épacte 29, mais $c = 17$ lui retranche une unité, l'année 1775 a donc pour épacte 28. On peut opérer mentalement en employant l'expression :

$$e = (1 + 8.11 - 1)30 = (88)30 = 88 - 60 = 28.$$

Épactes du Cycle qui est à cheval sur 1800 (1786 à 1804).

En 1800, la 1re règle supprime une unité à l'épacte et la deuxième lui ajoute une unité, il y a compensation. Aucune correction à faire subir à l'épacte.

Règle. — *$c = 18$ retranche 1 à l'épacte, comme $c = 17$.*

Trouver l'épacte d'une année donnée du XIX^e siècle.

Soit, par exemple, à trouver l'épacte de 1882.

Le nombre d'or est : $n = (1882 + 1)19 = (5.18 + 82 + 1)19$.

Le nombre 82 se remplace par 6 car 76 est un multiple de 19 et $82 - 76 = 6$; 18 se remplace par $19 - 1$ et 5 fois 18 par -5 en négligeant le multiple de 19, d'où $n = -5 + 6 + 1 = 2$. L'épacte du XVI^e siècle pour le nombre d'or 2 est $1 + 11 = 12$ et celle de 1882, de même nombre d'or 2, est $12 - 1 = 11$, puisque $c = 18$ diminue l'épacte du XVI^e siècle d'une unité. On peut figurer ces opérations par la notation: $e = (1 + 1.11 - 1)30 = 11$.

Épactes du Cycle qui s'étend de 1900 à 1918 inclusivement.

L'année séculaire 1900 étant un multiple de 19, son nombre d'or est 1. C'est donc la 1re année d'un Cycle. Ce Cycle n'est pas à cheval sur 1900 ; il en sera de même en 3800, 5700, 7600 etc... qui sont des multiples de 19.

La 1re règle retranche une unité à l'épacte de 1900. Les épactes du Cycle allant de 1900 à 1918 sont donc celles du Cycle précédent diminuées toutes d'une unité, ou celles du XVI^e siècle diminuées toutes de deux unités.

Règle. — *c = 19 retranche 2 unités aux épactes du* XVI^e *siècle.*

Trouver l'épacte de 1938.

Le nombre d'or est 1, car 1938 est visiblement divisible par 19.

Epacte du XVI^e siècle : 1 pour le nombre d'or 1.

Epacte de 1938 : 1 — 2 puisque c = 19 retranche 2 à l'épacte. Comme il n'y a pas d'épacte négative, on ajoute 30, ce qui donne e = 29.

Trouver l'épacte de 1935.

Le nombre d'or est n = 17, puisque celui de 1937 est 19. Au nombre d'or 17 correspond l'épacte 27 du XVI^e siècle. Puisque c = 19 retranche 2 à l'épacte, l'épacte de 1935 est 27 — 2 = 25. Il faut alors se rappeler qu'il y a deux épactes 25, distinguées l'une de l'autre par l'écriture : 25 et XXV et que l'on prend XXV lorsque le nombre d'or est supérieur à 11. C'est ici le cas.

L'épacte de 1935 est donc XXV.

On peut opérer mentalement, toutes les opérations à faire étant renfermées dans l'expression

$$e = (1 + 16.11 - 2)30 = (16.10 + 16 - 1)30 = (150 + 10 + 16 - 1)30 = 25.$$

Le nombre 11 étant remplacé par 10 + 1, 160 se décompose en 150 qui est un multiple de 30, plus 10, et l'on obtient sans calcul l'épacte 25. Il ne reste qu'à choisir XXV puisque le nombre d'or l'exige.

Règles pour les autres c.

En appliquant les règles de la correction de l'épacte au-delà du XX^e siècle, on voit aisément que l'on obtiendrait les règles suivantes :

c = 20	retranche	2	unités	aux	épactes	du XVI^e	siècle.
c = 21	»	2	»	»	»	»	»
c = 22	»	3	»	»	»	»	»
c = 23	»	4	»	»	»	»	»
c = 24	»	3	»	»	»	»	»
c = 25	»	4	»	»	»	»	»
c = 26	»	5	»	»	»	»	»
c = 27	»	5	»	»	»	»	»
c = 28	»	5	»	»	»	»	»
c = 29	»	6	»	»	»	»	»
c = 30	»	6	»	»	»	»	»
c = 31	»	7	»	»	»	»	»
c = 32	»	7	»	»	»	»	»
c = 33	»	7	»	»	»	»	»
c = 34	»	8	»	»	»	»	»
c = 35	»	9	»	»	»	»	»
c = 36	»	8	»	»	»	»	»
c = 37	»	9	»	»	»	»	»
c = 38	»	10	»	»	»	»	»
c = 39	»	10	»	»	»	»	»
c = 40	»	10	»	»	»	»	»
c = 41	»	11	»	»	»	»	»
c = 42	»	12	»	»	»	»	»

Pour cette valeur de c = 42, l'épacte se diminue d'une unité en vertu de la 1re règle, mais exceptionnellement ne s'augmente pas d'une unité en vertu de la deuxième règle, ce qui fait bien retrancher 12 aux épactes du XVIe siècle.

On recommence une série de 25 siècles avec c = 43 où on ajoute l'unité à l'épacte, puis de 300 ans en 300 ans, en vertu de la 2e règle, jusqu'à 6699. Au lieu d'ajouter l'unité à l'épacte de 6.700 on l'ajoute seulement à l'épacte de 6800, en vertu de la 3e règle, et ainsi de suite. Les valeurs de c pour lesquelles a lieu le retardement de l'addition sont donc (17), 42, 67, 92, 117, 142, 167, 192, 217 etc...

4. TABLE DES ÉPACTES GRÉGORIENNES.

On peut aisément, d'après ce qui précède, déterminer l'épacte d'une année quelconque du Calendrier grégorien.

Mais il est commode de dresser une table, donnant à vue l'épacte grégorienne pour une longue suite d'années. C'est la Table VII placée à la fin de la 1re Partie.

Usage. — Le millésime d'une année quelconque y est décomposé en deux parties.

Soit, par exemple, à chercher l'épacte de l'année 1939. On a 1939 = 1900 + 39.

On cherche 1900 à droite du titre : *Années d'ère chrétienne* et 39 au-dessous de ce titre.

L'épacte 10 de 1939 se lit à l'intersection de la ligne horizontale contenant 39 avec la ligne verticale contenant 1900.

5. FORMULE GÉNÉRALE POUR CALCULER L'ÉPACTE GRÉGORIENNE D'UNE ANNÉE ABSOLUMENT QUELCONQUE.

Les explications précédentes nous permettent de déterminer l'épacte d'une année grégorienne quelconque, sans l'emploi d'une formule générale. Pour le lecteur qui regretterait l'absence d'une telle formule, nous ajoutons ce qui suit afin de lui donner satisfaction.

Nous chercherons d'abord *l'épacte principale dans le siècle qui suit l'année séculaire* 100 *c*, c étant le nombre des centaines du millésime. Nous choisirons, à cet effet, pour point de départ, l'année séculaire zéro dont l'épacte est 8 comme nous l'avons vu, et le nombre d'or 1, et nous appliquerons les règles de la correction de l'épacte à partir de cette année, comme si la réforme partait de l'an zéro.

1° *L'application de la 1re et de la seconde règle permet de déterminer l'épacte principale jusqu'à l'an* 4199 *inclusivement.*

Si nous désignons par e p l'épacte principale, les corrections à faire subir à l'épacte principale 8 pour obtenir l'épacte principale dans le siècle qui suit l'année séculaire 100c, sont mises en évidence dans l'égalité suivante :

$$ep = 8 - (c - \frac{c}{4}) + \frac{c}{3},$$

le terme soustractif est dû à la 1re règle de correction de l'épacte, le terme additif à la seconde règle.

Cette épacte principale est valable jusqu'à 4199 inclusivement, d'où la formule donnant l'épacte pour c donné et n donné :

$$e = [8 - c + \frac{c}{4} + \frac{c}{3} + 11\,(n-1)]30.$$

2° L'application de la 3e règle modifie le terme $\frac{c}{3}$ et permet de déterminer l'épacte principale à partir de 4.200, pour un siècle quelconque au-delà.

En 4200, le terme $\frac{c}{3}$ devrait augmenter d'une unité pour la 8e fois en 24 siècles, d'après la 2e règle ; mais on diffère cette augmentation au 25e siècle, c'est-à-dire à 4300, en vertu de la 3e règle. Cette règle supprime donc 1/3 d'unité à l'épacte, et le terme $\frac{c}{3}$ doit être corrigé en $\frac{c-1}{3}$.

Ainsi, la 3e règle distribue les années séculaires en groupes de 25 à partir de 1800 et fait en quelque sorte rétrograder les années séculaires d'un rang dans le deuxième groupe, de 2 rangs dans le troisième groupe, de 3 rangs dans le quatrième groupe, de sorte que c restant tel quel dans le premier groupe devient c — 1 dans le deuxième, c — 2 dans le troisième, c — 3 dans le quatrième, et plus généralement c — k dans le (k + 1)eme, k étant le quotient entier de la division par 25 de c — 17 :

$$k = \frac{c - 17}{25}.$$

La formule définitive, générale, donnant l'épacte principale, *ep* dans le Calendrier grégorien, est :

$$ep = (8 - c + \frac{c}{4} + \frac{c - k}{3})30, \text{ avec } k = \frac{c - 17}{25}.$$

$$\text{Ainsi, pour } c = 42, k = 1, ep = (8 - 42 + \frac{42}{4} + \frac{42 - 1}{3})30$$

$$\text{ou } ep = (8 - 12 + 10 + 13)30 = 19.$$

Ces épactes principales sont soulignées dans la Table des épactes : le nombre d'or est 1 pour toutes les années qui admettent ces épactes, puisque l'épacte principale est la première d'un Cycle.

La formule générale pour calculer l'épacte grégorienne d'une année quelconque, de nombre d'or n, est donc :

$$e = [ep + (n - 1)11]30 = [8 - c + \frac{c}{4} + \frac{c - k}{3} + 11 (n - 1]30.$$

ep ayant la valeur trouvée ci-dessus, n étant le nombre d'or de l'année en question, et k le quotient entier de la division de c — 17 par 25. $(k = \frac{c - 17}{25})$.

IV. — DATE DE PAQUES.

Le double Calendrier perpétuel solaire et lunaire grégorien va nous permettre de déterminer aisément la date de Pâques d'une année donnée quelconque connaissant la lettre dominicale et l'épacte de cette année.

La fête de Pâques est le dimanche qui suit la pleine lune arrivant après le 21 Mars ou ce jour-là. La date de Pâques oscille entre le 22 Mars et le 25 Avril, comme dans le Calendrier julien, et les nouvelles lunes pascales entre le 8 Mars (épacte 23, lettre dominicale D) et le 5 Avril (épacte 25 ou 24, lettre dominicale C).

Déterminer Pâques en 1940. — C'est une année bissextile. La seconde lettre dominicale de 1940, la seule à connaître pour déterminer Pâques, est donnée par la formule

$$l = (1 + 40 + \frac{40}{4})7 = (1 + 5 + 3)7 = 2 = F.$$

Le nombre d'or étant nécessaire pour trouver l'épacte, on a : $n = (1940 + 1)19 = (1900 + 38 + 2 + 1)19 = 3$, en négligeant les multiples 1900 et 38 de 19.

L'épacte du XVI^e siècle pour $n = 3$ est $1 + 2.11 = 23$. L'épacte de 1940 est donc $23 - 2 = 21$, puisque $c = 19$ retranche 2 à l'épacte.

L'expression $(1 + 2.11 - 2)30 = 21$ donne immédiatement l'épacte cherchée.

Les Tables donnent à vue ces résultats.

Le double Calendrier perpétuel solaire et lunaire de la Table V montre alors qu'avec l'épacte 21 la nouvelle lune pascale est le 10 Mars. La pleine lune pascale ou 14^e jour de la lune est le $10 + 13 = 23$ Mars, à côté duquel est inscrite la lettre E. La date inscrite à côté du premier F qui vient après le 23 Mars est la date de Pâques en 1940 : c'est le 24 Mars.

Le procédé est le même que dans le Calendrier julien. La seule différence est que l'épacte remplace le nombre d'or dans le Calendrier perpétuel lunaire.

Table pascale grégorienne.

Le double Calendrier perpétuel solaire et lunaire permet de construire rapidement une Table pascale grégorienne.

Considérons, par exemple, l'épacte 29. La Table V montre que la nouvelle lune pascale est le 1er Avril.

La pleine lune est donc le $1 + 13 = 14$ Avril. Au 14 Avril correspond la lettre F. Alors :

Si	A	est la lettre dominicale,		Pâques	est le	16	Avril
»	B	»	»	»	»	17	»
»	C	»	»	»	»	18	»
»	D	»	»	»	»	19	»
»	E	»	»	»	»	20	»
»	F	»	»	»	»	21	»
»	G	»	»	»	»	15	»

On procède de même pour les autres épactes et l'on obtient la Table VIII placée à la fin de la Ire Partie.

Usage de cette Table. — Pour se servir de la Table VIII, il faut au préalable connaître la lettre dominicale et l'épacte de l'année dont on cherche la date pascale.

La date de Pâques se lit alors à l'intersection de la ligne verticale contenant la lettre dominicale avec la ligne horizontale contenant l'épacte.

Dans cette Table, M = Mars, A = Avril.

Soit, par exemple, l'année 1937 ayant 17 pour épacte et C pour lettre dominicale.

La date de Pâques se lit à l'intersection de la ligne horizontale contenant l'épacte 17 avec la ligne verticale contenant la lettre dominicale C : 28 Mars.

CHAPITRE III

LA DATE DE PAQUES DANS LES DEUX CALENDRIERS : 3 MÉTHODES.

Nous établissons, dans ce chapitre, deux formules : chacune d'elles permet de déterminer la date de Pâques dans les deux Calendriers. Elles utilisent toutes les deux la lettre dominicale et l'épacte dans les deux styles.

La formule de Gauss y trouve naturellement sa place.

1re MÉTHODE.

Pour déterminer la date de Pâques d'une année quelconque, dans les deux Calendriers, nous calculerons préalablement pour cette année :

1° La date de la pleine lune pascale que nous désignerons par PL, exprimée en jours de Mars, du 21 au 44 Mars.

2° La date du dimanche qui avoisine l'équinoxe de printemps, du 20 au 26 Mars. Nous la désignerons par DE.

3° Alors, si la date représentée par DE est *supérieure* à la date représentée par PL, la date de Pâques, que nous représenterons par P, en jours de Mars, du 22 au 56 Mars est donnée par :

$$P = DE.$$

Si DE est inférieur à PL ou même lui est égal, on obtient la date de Pâques en ajoutant à DE le multiple de 7 juste suffisant pour que la somme soit un nombre supérieur à PL.

Recherche de la date de la pleine lune pascale : PL.

Dans les deux Calendriers lunaires julien et grégorien, Tables I et V, on constate que l'épacte, qui est l'âge de la lune au 1er Janvier, est aussi l'âge de la lune au 1er Mars (veille du 1er Janvier et veille du 1er Mars).

Nous avons vu, d'autre part, que les nouvelles lunes pascales peuvent commencer au plus tôt le 8 Mars et au plus tard le 5 Avril. On peut constater qu'elles sont toutes de 29 jours, sauf pour les épactes 24 et XXV du Calendrier grégorien. Ces deux épactes n'existent pas dans le Calendrier julien qui, dès lors, n'a que des lunaisons pascales de 29 jours. Ce sont ces deux épactes 24 et XXV qui mettent en échec la règle de Gauss pour déterminer Pâques dans le Calendrier grégorien. Il en sera question à propos de cette règle, à la fin du chapitre. Les formules que nous allons établir permettent de déterminer sans erreur la date de Pâques dans le Calendrier grégorien et dans le Calendrier julien.

La nouvelle lune de Mars, pascale ou non, arrive le 31 — E Mars. Pour qu'elle soit pascale, il faut que 31 — E soit supérieur ou égal à 8 ou, ce qui revient au même, que E soit inférieur ou égal à 23 ($E = 0, 1, 2, 3, ..., 23$).

La pleine lune pascale de Mars, PL, est alors représentée par la formule :

$$PL = 31 - E + 13 = 44 - E \text{ Mars } (1).$$

La date de la nouvelle lune pascale d'Avril est donc en correspondance avec les épactes 24, 25, XXV, 26, 27, 28, 29.

Avec les épactes 25, 26, 27, 28, 29, la lunaison pascale d'Avril est de 29 jours et celle de Mars de 30 jours, il faut ajouter 30 à la nouvelle lune de Mars pour obtenir la nouvelle lune pascale d'Avril :

$$NL = 31 - E + 30 = 31 - (E - 30).$$

La pleine lune pascale est donc, avec ces mêmes épactes :

$$PL = 31 - E + 30 + 13 = 44 - (E - 30) \ (2).$$

On voit que la pleine lune pascale d'Avril, avec les épactes 25, 26, 27, 28, 29 *s'obtient avec l'équation* (2), *identique à l'équation* (1), *à condition d'y remplacer l'épacte par l'épacte diminuée de* 30.

Avec les épactes 24 et XXV, la lunaison pascale d'Avril est de 30 jours, et celle de Mars de 29 jours ; il faut ajouter 29 à la nouvelle lune de Mars pour obtenir la nouvelle lune d'Avril :

$$NL = 31 - E + 29 = 31 - (E - 29).$$

La date de la pleine lune pascale, PL, est donc, avec ces mêmes épactes :

$$PL = 31 - E + 29 + 13 = 44 - (E - 29) \text{ Mars}$$

Pour ramener cette formule à être identique à (2) et à (1), il suffit d'ajouter l'unité aux 2 termes de la parenthèse (E — 29), ce qui ne change pas la valeur de PL et l'on a :

$$PL = 44 - [E + 1 - (29 + 1)] = 44 - (E + 1 - 30) \ (3).$$

On voit que la pleine lune pascale d'Avril, avec les épactes 24 et XXV s'obtient avec l'équation(3) identique à l'équation (2) à la condition de remplacer dans (2) 24 par 25 et XXV par 26. Donc, *quand l'épacte est* 24, *il faut faire comme si elle était* 25 *et par suite prendre* $E = 25 - 30 = -5$, *et quand elle est* XXV, *il faut faire comme si elle était* 26 *et par suite prendre* $E = 26 - 30 = -4$.

Date du dimanche qui avoisine l'équinoxe de printemps.

L'équinoxe de printemps est invariablement fixé au 21 Mars. Le 21 Mars est le 80^e jour de l'année, c'est-à-dire qu'il est séparé du 1^{er}

Janvier par 11 semaines plus deux jours. Il fait donc partie de la 12e semaine, laquelle commence le 20 et finit le 26 Mars.

Cherchons la date à laquelle tombe le dimanche du 20 au 26 Mars, suivant la lettre dominicale de l'année.

Si le 1er Janvier est un dimanche, la lettre dominicale est A numérotée 0 et le Calendrier perpétuel solaire, Table I ou V, montre que le 26 Mars est aussi un dimanche. On a donc : $26 - 0 = DE$.

Si le 1er Janvier est un lundi, la lettre dominicale est $G = 1$, le 25 Mars est un dimanche, et l'on a : $26 - 1 = DE$.

Si le 1er Janvier est un mardi, la lettre dominicale est $F = 2$, le 24 Mars est un dimanche et l'on a : $26 - 2 = DE$ etc...

On a donc la formule : $DE = 26 - L$, en désignant par L la lettre dominicale. Dans les années bissextiles il s'agit de la seconde lettre.

Date de Pâques.

La date de Pâques résulte de la comparaison des deux nombres suivants :

$$PL = 31 - E,$$
$$DE = 26 - L.$$

Si DE est supérieur à PL, la date de Pâques, P, est donnée par la formule : $P = DE = 26 - L$ Mars. Si DE est inférieur ou égal à PL, la date de Pâques est $P = DE +$ multiple de $7 = (26 - L + m7)$ Mars.

Le multiple de 7 à ajouter est celui qui est nécessaire pour rendre DE immédiatement supérieur à PL.

Si P dépasse 31, on retranche 31 pour avoir la date de Pâques en Avril.

2e MÉTHODE.

La date de la pleine lune pascale étant

$PL = 44 - E$ Mars, (avec les conventions faites sur E),

Pâques est au plus tôt le lendemain, c'est-à-dire le $45 - E$ Mars, et au plus tard le $44 - E + 7$ ou $45 - E + 6$ Mars. On peut donc écrire

$$P = 45 - E + (N)7,$$

N désignant un nombre variable de 0 à 6 et dépendant de l'épacte et de la lettre dominicale.

Cherchons si l'on peut satisfaire à cette équation en admettant que N soit de la forme

$$xE + yL + z.$$

A cet effet, consultons la table pascale grégorienne et prenons, par exemple, $P = 16$ Avril, avec $E = 1$, $L = A = 0$, $P = 17$ Avril, avec $E = 1$, $L = B = 6$ et $P = 18$ Avril, avec $E = 1$, $L = C = 5$.

Pâques étant exprimé en jours de Mars, de 1 à 56, on a les trois équations suivantes :

$$16 + 31 = 45 - 1 + (x + z)7,$$
$$17 + 31 = 45 - 1 + (x + 6y + z)7,$$
$$18 + 31 = 45 - 1 + (x + 5y + z)7\ ;$$

ou bien

$$3 = (x + z)7,$$
$$4 = (x + 6y + z)7,$$
$$5 = (x + 5y + z)7.$$

Ces 3 équations sont satisfaites pour $x = 1$; $y = -1$; $z = 2$.

La formule que nous voulions établir s'écrit donc :

$$P = 45 - E + (E - L + 2)7 \text{ Mars.}$$

Elle conduit à un résultat exact dans les deux Calendriers et dans tous les cas, comme on peut rapidement le constater avec les deux Tables pascales julienne et grégorienne. On trouvera des applications de cette formule à la III^e Partie.

3^e MÉTHODE : FORMULE DE GAUSS.

Le « Larousse du XX^e siècle » au mot Pâques, donne la règle de Gauss en ces termes :

« La formule la plus élégante pour trouver la date de Pâques est celle de Gauss ; elle indique comme date :

$$\text{Pâques} = \begin{cases} 22 + d + e \text{ Mars} \\ d + e - 9 \text{ Avril} \end{cases}$$

a, b, c, étant les restes de la division de l'année proposée par 19, 4 et 7 ; d le reste de la division par 30 de $19a + M$, e le reste de la division par 7 de $2b + 4c + 6d + N$.

M et N ont pour valeurs constantes 15 et 6 dans le Calendrier julien et sont lentement variables dans le Calendrier grégorien, où elles conservent les valeurs respectives 24 et 5 jusqu'en l'an 2100 ».

L'application de cette règle à 1954 et à 1981 fait tomber Pâques 7 jours trop tard. En 1954 Pâques sera le 18 Avril, tandis que la règle donnera 25 Avril et en 1981 Pâques sera le 19 Avril, tandis que la règle donnera 26 Avril. Or, en 1954, la lettre dominicale est C, l'épacte 25 et le nombre d'or supérieur à 11. Quand il en est ainsi, la règle de Gauss met Pâques au 25 Avril, 7 jours trop tard. En 1981 la lettre dominicale est D et l'épacte 24. Quand il en est ainsi, la règle de Gauss met Pâques au 26 Avril, 7 jours trop tard.

Ces deux exceptions sont propres au Calendrier grégorien, car le Calendrier julien n'a ni l'épacte 24 ni l'épacte XXV.

Valeurs des variables M et N.

Après avoir donné la Règle de Gauss, Delambre ajoute, dans son « Astronomie théorique et pratique », au sujet des valeurs de M et de N :

« Ce peu de lignes de M. Gauss remplacerait le gros volume de Clavius si l'auteur y avait ajouté la manière de continuer la Table des M et des N, qu'il n'a étendue que jusqu'en 2499 ».

Voici les valeurs de ces variables au cours des siècles.

M se rapporte à l'épacte et varie de 0 à 29. Sa valeur dans le Calendrier grégorien est donnée par la formule

$$M = (15 + c - \frac{c-k}{3} - \frac{c}{4})30 \text{ avec } k = \frac{c-17}{25}.$$

Jusqu'en l'an 4199, $k = 0$, la formule plus simple à employer jusqu'à cette date inclusivement est :

$$M = (15 + c - \frac{c}{3} - \frac{c}{4})30.$$

N se rapporte à la lettre dominicale et varie de 0 à 6. Sa variation dans le Calendrier grégorien est due à ce que 3 années séculaires sur 4 sont communes. Sa valeur au cours des siècles s'obtient par la formule

$$N = [4 + 3.\frac{c}{4} + (c)4]7.$$

Remarque sur les exceptions de la règle de Gauss et l'application de la formule $P = 45 - E + (E - L + 2)7$.

Reprenons les années 1954 et 1981 relatives à ces deux exceptions.
Année 1954 : Epacte (E = XXV), Lettre Dominicale ($L = C = 5$).
Année 1981 : Epacte ($E = 24$), Lettre Dominicale ($L = D = 4$).
La formule $P = 45 - E + (E - L + 2)7$ donnerait les mêmes résultats que la règle de Gauss, 25 et 26 Avril, au lieu de 18 et 19 Avril si l'on remplaçait E par $E - 30$ au lieu de le remplacer par $E + 1 - 30$, dans ces deux cas, comme il a été indiqué lorsque nous avons adopté pour formule générale de la pleine lune pascale : $PL = 44 - E$.
Ainsi, en 1954 on a : $P = 45 - (25 + 1 - 30) + (-4 - 5 + 2)7$
ou $P = 45 + 4 + 0 = 49$ Mars ou $49 - 31 = 18$ Avril ;
et en 1981 : $P = 45 - (24 + 1 - 30) + (-5 - 4 + 2)7$,
ou $P = 45 + 5 + 0 = 50$ Mars ou $50 - 31 = 19$ Avril.

Le changement d'épacte indiqué dans ces deux exceptions n'est nécessaire, en fait, *avec l'épacte* XXV *que si la lettre dominicale est C, et avec l'épacte* 24 *que si la lettre dominicale est D.* Mais, pour éviter toute complication, il vaut mieux faire le changement chaque fois : quand l'épacte est 24, on fera comme si elle était 25, prenant $E = -5$; et quand elle est XXV, on fera comme si elle était 26, prenant $E = -4$.

CHAPITRE IV

QUESTIONS SECONDAIRES.

I. — CYCLE DE L'INDICTION ROMAINE.

Les deux Cycles dont nous avons déjà parlé, le solaire et le lunaire, reposent sur le mouvement du soleil et de la lune. Il y en a un troisième, arbitraire, appelé Cycle de l'Indiction romaine, ou simplement Indiction, composé de 15 ans.

Cette période, introduite à Rome sous les Empereurs, désignait au début un impôt extraordinaire prélevé tous les 15 ans. Plus tard, elle fut employée comme note chronologique apposée au bas des chartes et diplômes. Elle est encore actuellement en usage dans les Bulles des Papes.

En France, on trouve les Indictions jusqu'au XV^{e} siècle d'après Giry, en Italie jusqu'au XVII^{e} siècle.

La première période de 15 ans commença sous Constantin en 313.

L'expression : *Indiction première* signifie la *première année* de chaque Indiction. *Indiction seconde* veut donc dire la deuxième année de chaque Indiction etc...

Indiction d'une année donnée.

Supposons les années successives réparties en périodes de 15 ans; le rang i d'une année quelconque dans la période à laquelle elle appartient est l'indiction de cette année.

L'origine des périodes est telle que l'an 1 de notre ère ait 4 pour indiction. On a donc :

Indiction de l'an $1 = 1 + 3$.

Indiction de l'an $2 = 2 + 3$.

Indiction de l'an $m = (m + 3)15$, d'après nos conventions.

La formule générale est donc

$$i = (m + 3)15.$$

On peut simplifier le calcul de i en écrivant $m = 100c + u$, d'où

$$i = (100c + u + 3)15.$$

La première simplification porte sur le terme 100c que l'on peut remplacer par $90c + 10c$. Or 90c étant un multiple de 15 on le néglige, il reste

$$i = (10c + u + 3)\,15.$$

La seconde simplification porte sur le terme 10c.

Le reste de la division de 10 c par 15 est égal au produit par 5 du reste de la division de 2c par 3, d'ou la formule :

$$i = [5\,(2c)\,3 + u + 3]\,15.$$

Si u est supérieur à 15, on le remplace immédiatement par le reste de sa division par 15.

Si u étant inférieur à 15, u + 3 lui est supérieur ou égal, on remplace de même de suite u + 3 par le reste de sa division par 15. Le crochet devient ainsi d'un calcul mental facile.

Exemple : Soit 1938 = 1900 + 38.

$$i = [5.(38)3 + 38 + 3]15 = (5.2 + 8 + 3)15 = 6.$$

Nous ne donnons pas la Table des Indictions. Notre « Abrégé pratique du Calendrier » permettra de les déterminer à vue.

II. — CALENDES, IDES ET NONES.

Division des mois chez les Romains. — Le mois des Romains était divisé en 3 parties inégales : des Calendes aux Nones, des Nones aux Ides, et des Ides à la fin du mois.

Les Calendes étaient le 1^{er} jour de chaque mois. Les Nones arrivaient le 7 des mois de Mars, Mai, Juillet et Octobre et le 5 des autres mois.

Les Ides tombaient le 15 des mois de Mars, Mai, Juillet, Octobre et le 13 des autres mois.

Les jours compris entre les Calendes et les Nones étaient appelés les jours avant les Nones, suivant le rang qu'ils tenaient avant ce jour ; ceux qui étaient entre les Nones et les Ides étaient appelés les jours avant les Ides, enfin les jours depuis les Ides jusqu'aux Calendes du mois suivant étaient nommés les jours avant les Calendes de ce mois.

Les mois de Mars, Mai, Juillet, Octobre avaient 6 jours qui étaient dénommés par les Nones ; les autres mois n'en avaient que 4.

Tous les mois avaient 8 jours qui tenaient leurs noms des Ides.

Numa Pompilius avait donné à ces 4 mois plus de jours de Nones qu'aux autres parce qu'ils étaient pour lors les seuls qui avaient 31 jours ; et quoique dans le Calendrier de Jules César on eut attribué 31 jours à d'autres mois, on retint cependant la disposition de Numa par rapport aux Nones.

Dans les années bissextiles, la fin de Février se comptait ainsi :

24	Bis VI	ante	Calendas	Martii.
25	VI	»	»	»
26	V	»	»	»
27	IV	»	»	»
28	III	»	»	»
29	Pridie	Calendas Martii.		

Ainsi, dans une année bissextile, *Pridie Calendas Martii* est le dernier jour du mois précédent, 29 Février ; *le tertio calendas Martii* est le 28 Février etc...

Avec les Nones, on comptera de même à reculons : Nonae, Pridie Nonas, III ante Nonas etc... et avec les Ides : Idus, Pridie Idus, III ante Idus etc...

III. — CYCLE PASCAL JULIEN.

Dans le Calendrier julien, Pâques revient périodiquement aux mêmes dates après un intervalle de $19 \times 28 = 532$ ans, produit du Cycle lunaire de 19 ans et du Cycle solaire de 28 ans, car au bout de ce temps le même nombre d'or et la même lettre dominicale se retrouvent ensemble aux mêmes quantièmes dans le double Calendrier perpétuel solaire et lunaire de la Table I.

Cette période est dite *Cycle pascal.*

IV. — CYCLE PASCAL GRÉGORIEN.

Cherchons, à titre de curiosité, quel serait l'intervalle de temps nécessaire, dans le Calendrier grégorien, pour que la date de Pâques revienne périodiquement aux mêmes dates.

Cette période dépend de la période de la lettre dominicale et de la période de l'épacte.

La période de la lettre dominicale est de 4 siècles. La période de la correction de l'épacte est de 4 siècles pour les deux premières règles et de 25 pour la 3^e, de sorte que la période de la correction de l'épacte est de 100 siècles.

Pendant ce temps, pour un nombre d'or n donné, l'épacte augmente de 17 ou diminue de 13, ainsi qu'on peut le constater avec la formule générale de l'épacte, en faisant par exemple $n = 3$ et $c = 19$, puis $c = 119$. Donc, pour un nombre d'or donné n, l'épacte reprend la même valeur au bout de $100 \times 30 = 3000$ siècles. La période de l'épacte est donc, en réalité, de $3000 \times 19 = 57000$ siècles.

C'est aussi la période de Pâques.

Mais l'accord du Calendrier avec le soleil et la lune ne pouvant se maintenir que pendant quelques milliers d'années, ces considérations n'ont aucune valeur pratique.

V. — PÉRIODE JULIENNE.

Définition. — On désigne sous le nom de *Période julienne* la durée de 7980 années juliennes, obtenue en faisant le produit des trois Cycles solaire, lunaire et de l'indiction, dont la périodicité est de 28, 19 et 15 ans :

$$28 \times 19 \times 15 = 7980.$$

L'origine de la période est telle que l'an 1 avant notre ère porte le numéro 4713. L'année 1938 a donc le numéro $(4713 + 1938) = 6651$.

Problème. — *Trouver un nombre j qui divisé successivement par* 28, 19 *et* 15 *donne pour restes respectifs des nombres donnés s, n, i.*

Ce problème a dû être résolu par Scaliger, auteur de la période julienne, mais nous ne connaissons pas la méthode qu'il a suivie. Voici une solution du problème présentant peu de différence avec celle de Lalande.

Soient x, y, z les quotients de j par 28, 19 et 15 respectivement. On a :

$$j = 28x + s = 19y + n = 15z + i.$$

Pour résoudre en nombres entiers l'équation

$$28x + s = 19y + n$$

$$\text{ou} \quad y = x + \frac{9x + s - n}{19},$$

posons

$$a = \frac{9x + s + n}{19},$$

d'où

$$x = 2a + \frac{a - s + n}{9}.$$

Posons encore

$$b = \frac{a - s + n}{9},$$

nous avons

$$a = 9b + s - n,$$

et par suite

$$x = (2a + \frac{a - s + n}{9}) = 19b + 2s - 2n,$$

d'où

$$28x + s = 532b + 57s - 56n = 15z + i.$$

Pour résoudre de même en nombres entiers cette équation, mettons-la sous la forme

$$z = 35b + 3s - 3n + \frac{7b + 12s - 11n - i}{15},$$

et posons

$$c = \frac{7b + 12s - 11n - i}{15}.$$

Nous en tirons

$$b = 2c - s + n + \frac{c - 5s + 4n + i}{7}.$$

Posons encore

$$d = \frac{c - 5s + 4n + i}{7}.$$

Nous en tirons

$$c = 7d + 5s - 4n - i,$$

donc

$$b = 2c - s + n + d = 15d + 9s - 7n - 2i.$$

On a par suite

$$j = 15z + i = 532\,(15d + 9s - 7n - 2i) + 57s - 56n,$$
$$j = 15z + i = 7980d + 4845s - 3780n - 1064i.$$

La période étant de 7980 ans, le résultat du second membre peut s'écrire, d'après nos conventions :

$$j = (4845s - 3780n - 1064i)7980.$$

Si le calcul donne $j = 0$, il faut prendre $j = 7980$. Cela arrive quand $s = n = i = 0$. Mais alors il faut prendre $s = 28, n = 19, i = 15$. La formule donne bien $j = 0$ pour ces valeurs de s, n, i, c'est-à-dire l'an 7980 ou de notre ère l'an $7980 - 4713 = 3267$.

En l'an 3267 (vieux style), fin de la période julienne, $s = 28, n = 19$, $i = 15$. Cette coïncidence n'arrivera pas avant cette date.

Exemple. — On donne $s = 13, n = 18, i = 4$.
On demande j, m, x, y, z.

1° $j = [4845 \times 13 - 3780 \times 18 - 1064 \times 4]7980 = 6649$

L'année qui a $s = 13$ pour Cycle solaire, $n = 18$ pour Cycle lunaire, $i = 4$ pour indiction est la 6649^e^ de la période julienne.

2° $m = 6649 - 4713 = 1936$ (vieux style).

3° $x = \frac{j - s}{28} = \frac{6649 - 13}{28} = 237$ (cycles solaires révolus).

4° $y = \frac{j - n}{19} = \frac{6649 - 18}{19} = 349$ (cycles lunaires révolus).

5° $z = \frac{j - i}{15} = \frac{6649 - 4}{15} = 443$ (cycles d'indiction révolus).

TABLES DE LA Ire PARTIE.

TABLE I
Calendrier julien perpétuel, solaire et lunaire.

JANVIER			FÉVRIER			MARS			AVRIL		
Jours du Mois	l	n	Jours du Mois	l	n	Jours du Mois	l	n	Jours du Mois	l	n
1	A	3	1	D		1	D	3	1	G	
2	B		2	E	11	2	E		2	A	11
3	C	11	3	F	19	3	F	11	3	B	
4	D		4	G	8	4	G		4	C	19
5	E	19	5	A		5	A	19	5	D	8
6	F	8	6	B	16	6	B	8	6	E	16
7	G		7	C	5	7	C		7	F	5
8	A	16	8	D		8	D	16	8	G	
9	B	5	9	E	13	9	E	5	9	A	13
10	C		10	F	2	10	F		10	B	2
11	D	13	11	G		11	G	13	11	C	
12	E	2	12	A	10	12	A	2	12	D	10
13	F		13	B		13	B		13	E	
14	G	10	14	C	18	14	C	10	14	F	18
15	A		15	D	7	15	D		15	G	7
16	B	18	16	E		16	E	18	16	A	
17	C	7	17	F	15	17	F	7	17	B	15
18	D		18	G	4	18	G		18	C	4
19	E	15	19	A		19	A	15	19	D	
20	F	4	20	B	12	20	B	4	20	E	12
21	G		21	C	1	21	C		21	F	1
22	A	12	22	D		22	D	12	22	G	
23	B	1	23	E	9	23	E	1	23	A	9
24	C		24	F		24	F		24	B	
25	D	9	25	G	17	25	G	9	25	C	17
26	E		26	A	6	26	A		26	D	6
27	F	17	27	B		27	B	17	27	E	
28	G	6	28	C	14	28	C	6	28	F	14
29	A					29	D		29	G	3
30	B	14				30	E	14	30	A	
31	C	3				31	F	3			

TABLE I (suite).

Calendrier julien perpétuel, solaire et lunaire.

MAI			JUIN			JUILLET			AOUT		
Jours du Mois	l	n	Jours du Mois	l	n	Jours du Mois	l	n	Jours du Mois	l	n
1	B	11	1	E		1	G	19	1	C	8
2	C		2	F	19	2	A	8	2	D	16
3	D	19	3	G	8	3	B		3	E	5
4	E	8	4	A	16	4	C	16	4	F	
5	F		5	B	5	5	D	5	5	G	13
6	G	16	6	C		6	E		6	A	2
7	A	5	7	D	13	7	F	13	7	B	
8	B		8	E	2	8	G	2	8	C	10
9	C	13	9	F		9	A		9	D	
10	D	2	10	G	10	10	B	10	10	E	18
11	E		11	A		11	C		11	F	7
12	F	10	12	B	18	12	D	18	12	G	
13	G		13	C	7	13	E	7	13	A	15
14	A	18	14	D		14	F		14	B	4
15	B	7	15	E	15	15	G	15	15	C	
16	C		16	F	4	16	A	4	16	D	12
17	D	15	17	G		17	B		17	E	1
18	E	4	18	A	12	18	C	12	18	F	
19	F		19	B	1	19	D	1	19	G	9
20	G	12	20	C		20	E		20	A	
21	A	1	21	D	9	21	F	9	21	B	17
22	B		22	E		22	G		22	C	6
23	C	9	23	F	17	23	A	17	23	D	
24	D		24	G	6	24	B	6	24	E	14
25	E	17	25	A		25	C		25	F	3
26	F	6	26	B	14	26	D	14	26	G	
27	G		27	C	3	27	E	3	27	A	11
28	A	14	28	D		28	F		28	B	19
29	B	3	29	E	11	29	G	11	29	C	
30	C		30	F		30	A	19	30	D	8
31	D	11				31	B		31	E	

TABLE I (suite)

Calendrier julien perpétuel, solaire et lunaire.

SEPTEMBRE			OCTOBRE			NOVEMBRE			DÉCEMBRE		
Jours du Mois	l	n	Jours du Mois	l	n	Jours du Mois	l	n	Jours du Mois	l	n
1	F	16	1	A	16	1	D		1	F	13
2	G	5	2	B	5	2	E	13	2	G	2
3	A		3	C	13	3	F	2	3	A	
4	B	13	4	D	2	4	G		4	B	10
5	C	2	5	E		5	A	10	5	C	
6	D		6	F	10	6	B		6	D	18
7	E	10	7	G		7	C	18	7	E	7
8	F		8	A	18	8	D	7	8	F	
9	G	18	9	B	7	9	E		9	G	15
10	A	7	10	C		10	F	15	10	A	4
11	B		11	D	15	11	G	4	11	B	
12	C	15	12	E	4	12	A		12	C	12
13	D	4	13	F		13	B	12	13	D	1
14	E		14	G	12	14	C	1	14	E	
15	F	12	15	A	1	15	D		15	F	9
16	G	1	16	B		16	E	9	16	G	
17	A		17	C	9	17	F		17	A	17
18	B	9	18	D		18	G	17	18	B	6
19	C		19	E	17	19	A	6	19	C	
20	D	17	20	F	6	20	B		20	D	14
21	E	6	21	G		21	C	14	21	E	3
22	F		22	A	14	22	D	3	22	F	
23	G	14	23	B	3	23	E		23	G	11
24	A	3	24	C		24	F	11	24	A	19
25	B		25	D	11	25	G	19	25	B	
26	C	11	26	E	19	26	A		26	C	8
27	D	19	27	F		27	B	8	27	D	
28	E		28	G	8	28	C		28	E	16
29	F	8	29	A		29	D	16	29	F	5
30	G		30	B	16	30	E	5	30	G	
			31	C	5				31	A	13

TABLE II.

Lettres dominicales juliennes et Cycles solaires de 28 ans.

Années d'ère chrétienne (Vieux style)	0 700 1400 2100 2800 3500 4200	100 800 1500 2200 2900 3600 4300	200 900 1600 2300 3000 3700 4400	300 1000 1700 2400 3100 3800 4500	400 1100 1800 2500 3200 3900 4600	500 1200 1900 2600 3300 4000 4700	600 1300 2000 2700 3400 4100 4800
	l s	l s	l s	l s	l s	l s	l s
0 28 56 84	DC 9	ED 25	FE 13	GF 1	AG 17	BA 5	CB 21
1 29 57 85	B 10	C 26	D 14	E 2	F 18	G 6	A 22
2 30 58 86	A 11	B 27	C 15	D 3	E 19	F 7	G 23
3 31 59 87	G 12	A 28	B 16	C 4	D 20	E 8	F 24
4 32 60 88	FE 13	GF 1	AG 17	BA 5	CB 21	DC 9	ED 25
5 33 61 89	D 14	E 2	F 18	G 6	A 22	B 10	C 26
6 34 62 90	C 15	D 3	E 19	F 7	G 23	A 11	B 27
7 35 63 91	B 16	C 4	D 20	E 8	F 24	G 12	A 28
8 36 64 92	AG 17	BA 5	CB 21	DC 9	ED 25	FE 13	GF 1
9 37 65 93	F 18	G 6	A 22	B 10	C 26	D 14	E 2
10 38 66 94	E 19	F 7	G 23	A 11	B 27	C 15	D 3
11 39 67 95	D 20	E 8	F 24	G 12	A 28	B 16	C 4
12 40 68 96	CB 21	DC 9	ED 25	FE 13	GF 1	AG 17	BA 5
13 41 69 97	A 22	B 10	C 26	D 14	E 2	F 18	G 6
14 42 70 98	G 23	A 11	B 27	C 15	D 3	E 19	F 7
15 43 71 99	F 24	G 12	A 28	B 16	C 4	D 20	E 8
16 44 72	ED 25	FE 13	GF 1	AG 17	BA 5	CB 21	DC 9
17 45 73	C 26	D 14	E 2	F 18	G 6	A 22	B 10
18 46 74	B 27	C 15	D 3	E 19	F 7	G 23	A 11
19 47 75	A 28	B 16	C 4	D 20	E 8	F 24	G 12
20 48 76	GF 1	AG 17	BA 5	CB 21	DC 9	ED 25	FE 13
21 49 77	E 2	F 18	G 6	A 22	B 10	C 26	D 14
22 50 78	D 3	E 19	F 7	G 23	A 11	B 27	C 15
23 51 79	C 4	D 20	E 8	F 24	G 12	A 28	B 16
24 52 80	BA 5	CB 21	DC 9	ED 25	FE 13	GF 1	AG 17
25 53 81	G 6	A 22	B 10	C 26	D 14	E 2	F 18
26 54 82	F 7	G 23	A 11	B 27	C 15	D 3	E 19
27 55 83	E 8	F 24	G 12	A 28	B 16	C 4	D 20

TABLE III

Cycle lunaire ou Nombre d'Or depuis l'an zéro jusqu'en l'an 5699.

Années d'ère chrétienne						0 1900 3800	100 2000 3900	200 2100 4000	300 2200 4100	400 2300 4200	500 2400 4300	600 2500 4400	700 2600 4500	800 2700 4600	900 2800 4700	1000 2900 4800	1100 3000 4900	1200 3100 5000	1300 3200 5100	1400 3300 5200	1500 3400 5300	1600 3500 5400	1700 3600 5500	1800 3700 5600
0	19	38	57	76	95	1	6	11	16	2	7	12	17	3	8	13	18	4	9	14	19	5	10	15
1	20	39	58	77	96	2	7	12	17	3	8	13	18	4	9	14	19	5	10	15	1	6	11	16
2	21	40	59	78	97	3	8	13	18	4	9	14	19	5	10	15	1	6	11	16	2	7	12	17
3	22	41	60	79	98	4	9	14	19	5	10	15	1	6	11	16	2	7	12	17	3	8	13	18
4	23	42	61	80	99	5	10	15	1	6	11	16	2	7	12	17	3	8	13	18	4	9	14	19
5	24	43	62	81		6	11	16	2	7	12	17	3	8	13	18	4	9	14	19	5	10	15	1
6	25	44	63	82		7	12	17	3	8	13	18	4	9	14	19	5	10	15	1	6	11	16	2
7	26	45	64	83		8	13	18	4	9	14	19	5	10	15	1	6	11	16	2	7	12	17	3
8	27	46	65	84		9	14	19	5	10	15	1	6	11	16	2	7	12	17	3	8	13	18	4
9	28	47	66	85		10	15	1	6	11	16	2	7	12	17	3	8	13	18	4	9	14	19	5
10	29	48	67	86		11	16	2	7	12	17	3	8	13	18	4	9	14	19	5	10	15	1	6
11	30	49	68	87		12	17	3	8	13	18	4	9	14	19	5	10	15	1	6	11	16	2	7
12	31	50	69	88		13	18	4	9	14	19	5	10	15	1	6	11	16	2	7	12	17	3	8
13	32	51	70	89		14	19	5	10	15	1	6	11	16	2	7	12	17	3	8	13	18	4	9
14	33	52	71	90		15	1	6	11	16	2	7	12	17	3	8	13	18	4	9	14	19	5	10
15	34	53	72	91		16	2	7	12	17	3	8	13	18	4	9	14	19	5	10	15	1	6	11
16	35	54	73	92		17	3	8	13	18	4	9	14	19	5	10	15	1	6	11	16	2	7	12
17	36	55	74	93		18	4	9	14	19	5	10	15	1	6	11	16	2	7	12	17	3	8	13
18	37	56	75	94		19	5	10	15	1	6	11	16	2	7	12	17	3	8	13	18	4	9	14

TABLE IV

Table pascale julienne							
Nombre d'or	Lettre dominicale						
	A	B	C	D	E	F	G
1	9 A	10 A	11 A	12 A	6 A	7 A	8 A
2	26 M	27 M	28 M	29 M	30 M	31 M	1 A
3	16 A	17 A	18 A	19 A	20 A	14 A	15 A
4	9 A	3 A	4 A	5 A	6 A	7 A	8 A
5	26 M	27 M	28 M	29 M	23 M	24 M	25 M
6	16 A	17 A	11 A	12 A	13 A	14 A	15 A
7	2 A	3 A	4 A	5 A	6 A	31 M	1 A
8	23 A	24 A	25 A	19 A	20 A	21 A	22 A
9	9 A	10 A	11 A	12 A	13 A	14 A	8 A
10	2 A	3 A	28 M	29 M	30 M	31 M	1 A
11	16 A	17 A	18 A	19 A	20 A	21 A	22 A
12	9 A	10 A	11 A	5 A	6 A	7 A	8 A
13	26 M	27 M	28 M	29 M	30 M	31 M	25 M
14	16 A	17 A	18 A	19 A	13 A	14 A	15 A
15	2 A	3 A	4 A	5 A	6 A	7 A	8 A
16	26 M	27 M	28 M	22 M	23 M	24 M	25 M
17	16 A	10 A	11 A	12 A	13 A	14 A	15 A
18	2 A	3 A	4 A	5 A	30 M	31 M	1 A
19	23 A	24 A	18 A	19 A	20 A	21 A	22 A

M désigne le mois de Mars,
A désigne le mois d'Avril.

TABLE V

Calendrier grégorien perpétuel, solaire et lunaire

JANVIER			FÉVRIER			MARS			AVRIL		
Jours du Mois	I	Epacte	Jours du Mois	I	Epacte	Jours du Mois	I	Epacte	Jours du Mois	I	Epacte
1	A	0	1	D	29	1	D	0	1	G	29
2	B	29	2	E	28	2	E	29	2	A	28
3	C	28	3	F	27	3	F	28	3	B	27
4	D	27	4	G	26.XXV	4	G	27	4	C	26.XXV
5	E	26	5	A	25.24	5	A	26	5	D	25.24
6	F	25.XXV	6	B	23	6	B	25.XXV	6	E	23
7	G	24	7	C	22	7	C	24	7	F	22
8	A	23	8	D	21	8	D	23	8	G	21
9	B	22	9	E	20	9	E	22	9	A	20
10	C	21	10	F	19	10	F	21	10	B	19
11	D	20	11	G	18	11	G	20	11	C	18
12	E	19	12	A	17	12	A	19	12	D	17
13	F	18	13	B	16	13	B	18	13	E	16
14	G	17	14	C	15	14	C	17	14	F	15
15	A	16	15	D	14	15	D	16	15	G	14
16	B	15	16	E	13	16	E	15	16	A	13
17	C	14	17	F	12	17	F	14	17	B	12
18	D	13	18	G	11	18	G	13	18	C	11
19	E	12	19	A	10	19	A	12	19	D	10
20	F	11	20	B	9	20	B	11	20	E	9
21	G	10	21	C	8	21	C	10	21	F	8
22	A	9	22	D	7	22	D	9	22	G	7
23	B	8	23	E	6	23	E	8	23	A	6
24	C	7	24	F	5	24	F	7	24	B	5
25	D	6	25	G	4	25	G	6	25	C	4
26	E	5	26	A	3	26	A	5	26	D	3
27	F	4	27	B	2	27	B	4	27	E	2
28	G	3	28	C	1	28	C	3	28	F	1
29	A	2				29	D	2	29	G	0
30	B	1				30	E	1	30	A	29
31	C	0				31	F	0			

TABLE V (suite).

Calendrier grégorien perpétuel, solaire et lunaire.

MAI			JUIN			JUILLET			AOUT		
Jours du Mois	I	Epacte	Jours du Mois	I	Epacte	Jours du Mois	I	Epacte	Jours du Mois	I	Epacte
1	B	28	1	E	27	1	G	26	1	C	25.24
2	C	27	2	F	26.XXV	2	A	25.XXV	2	D	23
3	D	26	3	G	25.24	3	B	24	3	E	22
4	E	25.XXV	4	A	23	4	C	23	4	F	21
5	F	24	5	B	22	5	D	22	5	G	20
6	G	23	6	C	21	6	E	21	6	A	19
7	A	22	7	D	20	7	F	20	7	B	18
8	B	21	8	E	19	8	G	19	8	C	17
9	C	20	9	F	18	9	A	18	9	D	16
10	D	19	10	G	17	10	B	17	10	E	15
11	E	18	11	A	16	11	C	16	11	F	14
12	F	17	12	B	15	12	D	15	12	G	13
13	G	16	13	C	14	13	E	14	13	A	12
14	A	15	14	D	13	14	F	13	14	B	11
15	B	14	15	E	12	15	G	12	15	C	10
16	C	13	16	F	11	16	A	11	16	D	9
17	D	12	17	G	10	17	B	10	17	E	8
18	E	11	18	A	9	18	C	9	18	F	7
19	F	10	19	B	8	19	D	8	19	G	6
20	G	9	20	C	7	20	E	7	20	A	5
21	A	8	21	D	6	21	F	6	21	B	4
22	B	7	22	E	5	22	G	5	22	C	3
23	C	6	23	F	4	23	A	4	23	D	2
24	D	5	24	G	3	24	B	3	24	E	1
25	E	4	25	A	2	25	C	2	25	F	0
26	F	3	26	B	1	26	D	1	26	G	29
27	G	2	27	C	0	27	E	0	27	A	28
28	A	1	28	D	29	28	F	29	28	B	27
29	B	0	29	E	28	29	G	28	29	C	26
30	C	29	30	F	27	30	A	27	30	D	25.XXV
31	D	28				31	B	26.XXV	31	E	24

TABLE V (suite).

Calendrier grégorien perpétuel, solaire et lunaire.

SEPTEMBRE			OCTOBRE			NOVEMBRE			DÉCEMBRE		
Jours du Mois	I	Epacte	Jours du Mois	I	Epacte	Jours du Mois	I	Epacte	Jours du Mois	I	Epacte
1	F	23	1	A	22	1	D	21	1	F	20
2	G	22	2	B	21	2	E	20	2	G	19
3	A	21	3	C	20	3	F	19	3	A	18
4	B	20	4	D	19	4	G	18	4	B	17
5	C	19	5	E	18	5	A	17	5	C	16
6	D	18	6	F	17	6	B	16	6	D	15
7	E	17	7	G	16	7	C	15	7	E	14
8	F	16	8	A	15	8	D	14	8	F	13
9	G	15	9	B	14	9	E	13	9	G	12
10	A	14	10	C	13	10	F	12	10	A	11
11	B	13	11	D	12	11	G	11	11	B	10
12	C	12	12	E	11	12	A	10	12	C	9
13	D	11	13	F	10	13	B	9	13	D	8
14	E	10	14	G	9	14	C	8	14	E	7
15	F	9	15	A	8	15	D	7	15	F	6
16	G	8	16	B	7	16	E	6	16	G	5
17	A	7	17	C	6	17	F	5	17	A	4
18	B	6	18	D	5	18	G	4	18	B	3
19	C	5	19	E	4	19	A	3	19	C	2
20	D	4	20	F	3	20	B	2	20	D	1
21	E	3	21	G	2	21	C	1	21	E	0
22	F	2	22	A	1	22	D	0	22	F	29
23	G	1	23	B	0	23	E	29	23	G	28
24	A	0	24	C	29	24	F	28	24	A	27
25	B	29	25	D	28	25	G	27	25	B	26
26	C	28	26	E	27	26	A	26.XXV	26	C	25.XXV
27	D	27	27	F	26	27	B	25.24	27	D	24
28	E	26.XXV	28	G	25.XXV	28	C	23	28	E	23
29	F	25.24	29	A	24	29	D	22	29	F	22
30	G	23	30	B	23	30	E	21	30	G	21
			31	C	22				31	A	20.XIX

TABLE VI.

Lettres dominicales grégoriennes depuis le 15 octobre 1582 jusqu'en l'an 5199.

Années d'ère chrétienne (Nouveau Style				1582 à 1599	1600 2000 2400 2800 3200 3600 4000 4400 4800	1700 2100 2500 2900 3300 3700 4100 4500 4900	1800 2200 2600 3000 3400 3800 4200 4600 5000	1900 2300 2700 3100 3500 3900 4300 4700 5100
0					BA	C	E	G
1	29	57	85	F	G	B	D	F
2	30	58	86	E	F	A	C	E
3	31	59	87	D	E	G	B	D
4	32	60	88	CB	DC	FE	AG	CB
5	33	61	89	A	B	D	F	A
6	34	62	90	G	A	C	E	G
7	35	63	91	F	G	B	D	F
8	36	64	92	ED	FE	AG	CB	ED
9	37	65	93	C	D	F	A	C
10	38	66	94	B	C	E	G	B
11	39	67	95	A	B	D	F	A
12	40	68	96	GF	AG	CB	ED	GF
13	41	69	97	E	F	A	C	E
14	42	70	98	D	E	G	B	D
15	43	71	99	C	D	F	A	C
16	44	72			CB	ED	GF	BA
17	45	73			A	C	E	G
18	46	74			G	B	D	F
19	47	75			F	A	C	E
20	48	76			ED	GF	BA	DC
21	49	77			C	E	G	B
22	50	78			B	D	F	A
23	51	79			A	C	E	G
24	52	80			GF	BA	DC	FE
25	53	81			E	G	B	D
26	54	82		C	D	F	A	C
27	55	83		B	C	E	G	B
28	56	84		AG	BA	DC	FE	AG

TABLE VII.

Epactes grégoriennes depuis le 15 octobre 1582 jusqu'en l'an 3299.																							
Années d ère chrétienne (Nouveau Style)						1500	1600	1700	1800	1900	2000	2100	2200	2300	2400	2500	2600	2700	2800	2900	3000	3100	3200
0	19	38	57	76	95	19	15	9	4	**29**	24	19	13	8	4	28	22	18	13	7	2	27	22
1	20	39	58	77	96	**1**	26	20	15	10	5	0	24	19	15	9	3	29	24	18	13	8	3
2	21	40	59	78	97	12	7	1	26	21	16	11	5	0	26	20	14	10	5	29	**25**	19	14
3	22	41	60	79	98	23	18	12	7	2	27	22	16	11	7	1	**26**	21	16	10	6	0	XXV
4	23	42	61	80	99	4	29	23	18	13	8	3	**28**	22	18	12	7	2	27	21	17	11	6
5	24	43	62	81			10	4	**0**	24	19	14	9	3	29	23	18	13	8	2	28	22	17
6	25	44	63	82		26	21	15	11	5	0	XXV	20	14	10	4	29	24	19	13	9	3	28
7	26	45	64	83		7	2	26	22	16	11	6	1	25	21	15	10	5	0	**25**	20	14	9
8	27	46	65	84		18	13	7	3	27	22	17	12	6	2	**27**	21	16	11	6	1	XXV	20
9	28	47	66	85		29	24	18	14	8	3	**29**	23	17	13	8	2	27	22	17	12	6	1
10	29	48	67	86		10	5	**0**	25	19	14	10	4	28	24	19	13	8	3	28	23	17	12
11	30	49	68	87		21	16	11	6	0	XXV	21	15	9	5	0	24	19	14	9	4	28	**24**
12	31	50	69	88		2	27	22	17	11	6	2	26	20	16	11	5	0	**26**	20	15	9	5
13	32	51	70	89		13	8	3	28	22	17	13	7	1	**28**	22	16	11	7	1	26	20	16
14	33	52	71	90		24	19	14	9	3	**29**	24	18	12	9	3	27	22	18	12	7	1	27
15	34	53	72	91		5	**1**	25	20	14	10	5	29	23	20	14	8	3	29	23	18	12	8
16	35	54	73	92		16	12	6	1	XXV	21	16	10	4	1	25	19	14	10	4	29	**24**	19
17	36	55	74	93		27	23	17	12	6	2	27	21	15	12	6	0	**26**	21	15	10	5	0
18	37	56	75	94		8	4	28	23	17	13	8	2	**27**	23	17	11	7	2	26	21	16	11

TABLE VII (suite)

Épactes grégoriennes depuis l'an 3300 jusqu'en l'an 5099.																							
Années d'ère chrétienne (Nouveau Style)						3300	3400	3500	3600	3700	3800	3900	4000	4100	4200	4300	4400	4500	4600	4700	4800	4900	5000
0	19	38	57	76	95	17	11	6	2	26	**21**	16	11	5	0	25	20	14	10	4	29	24	19
1	20	39	58	77	96	28	**23**	17	13	7	2	27	22	16	11	6	1	XXV	21	15	10	5	0
2	21	40	59	78	97	9	4	28	24	18	13	8	3	27	22	17	12	6	2	26	21	**17**	11
3	22	41	60	79	98	20	15	9	5	29	24	19	14	8	3	28	23	**18**	**13**	7	2	28	22
4	23	42	61	80	99	1	26	20	16	10	5	0	XXV	**20**	14	9	4	29	24	18	13	9	3
5	24	43	62	81		12	7	1	27	**22**	16	11	6	1	25	20	15	10	5	29	24	20	14
6	25	44	63	82		**24**	18	12	8	3	27	22	17	12	6	1	26	21	16	10	5	1	25
7	26	45	64	83		5	29	23	19	14	8	3	28	23	17	12	7	2	27	21	**17**	12	6
8	27	46	65	84		16	10	4	0	25	19	14	9	4	28	23	**19**	13	8	2	28	23	17
9	28	47	66	85		27	21	15	11	6	0	XXV	**21**	15	9	4	0	24	19	13	9	4	28
10	29	48	67	86		8	2	26	**23**	17	11	6	2	26	20	15	11	5	0	24	20	15	9
11	30	49	68	87		19	13	7	4	28	22	17	13	7	1	26	22	16	11	5	1	26	20
12	31	50	69	88		0	24	18	15	9	3	28	24	18	12	7	3	27	22	**17**	12	7	1
13	32	51	70	89		11	5	29	26	20	14	9	5	29	23	**19**	14	8	3	28	23	18	12
14	33	52	71	90		22	16	10	7	1	XXV	**21**	16	10	4	0	25	19	14	9	4	29	23
15	34	53	72	91		3	27	**22**	18	12	6	2	27	21	15	11	6	0	XXV	20	15	10	4
16	35	54	73	92		14	8	3	29	23	17	13	8	2	26	22	17	11	6	1	26	21	**16**
17	36	55	74	93		XXV	19	14	10	4	28	24	19	13	7	3	28	22	**18**	12	7	2	27
18	37	56	75	94		6	0	25	21	15	9	5	0	24	**19**	14	9	3	29	23	18	13	8

TABLE VIII.

Table pascale grégorienne.							
Epactes grégoriennes	Lettre dominicale.						
	A	B	C	D	E	F	G
1	16A	17A	18A	19A	13A	14A	15A
2	16A	17A	18A	12A	13A	14A	15A
3	16A	17A	11A	12A	13A	14A	15A
4	16A	10A	11A	12A	13A	14A	15A
5	9A	10A	11A	12A	13A	14A	15A
6	9A	10A	11A	12A	13A	14A	8A
7	9A	10A	11A	12A	13A	7A	8A
8	9A	10A	11A	12A	6A	7A	8A
9	9A	10A	11A	5A	6A	7A	8A
10	9A	10A	4A	5A	6A	7A	8A
11	9A	3A	4A	5A	6A	7A	8A
12	2A	3A	4A	5A	6A	7A	8A
13	2A	3A	4A	5A	6A	7A	1A
14	2A	3A	4A	5A	6A	31M	1A
15	2A	3A	4A	5A	30M	31M	1A
16	2A	3A	4A	29M	30M	31M	1A
17	2A	3A	28M	29M	30M	31M	1A
18	2A	27M	28M	29M	30M	31M	1A
19	26M	27M	28M	29M	30M	31M	1A
20	26M	27M	28M	29M	30M	31M	25M
21	26M	27M	28M	29M	30M	24M	25M
22	26M	27M	28M	29M	23M	24M	25M
23	26M	27M	28M	22M	23M	24M	25M
25(1)	23A	24A	25A	19A	20A	21A	22A
26(1)	23A	24A	18A	19A	20A	21A	22A
27	23A	17A	18A	19A	20A	21A	22A
28	16A	17A	18A	19A	20A	21A	22A
29	16A	17A	18A	19A	20A	21A	15A
0	16A	17A	18A	19A	20A	14A	15A

(1) quand l'épacte est 24, faire comme si elle était 25.
(1) quand l'épacte est XXV, faire comme si elle était 26.

DEUXIÈME PARTIE

TOUT LE CALENDRIER EN TROIS TABLEAUX SIMPLES.

Cette partie comprend 3 chapitres.

Le chapitre I étudie un Calendrier perpétuel avec lettres dominicales, applicable au Calendrier julien aussi bien qu'au Calendrier grégorien.

Le chapitre II explique notre « *Nouveau Calendrier perpétuel* », applicable aux deux Calendriers julien et grégorien. Il donne une idée des nombreux problèmes que ce Calendrier permet de résoudre par simple lecture.

Le chapitre III est consacré à notre « *Abrégé pratique du Calendrier* » qui complète les précédents en certains points. Son format peut être réduit à celui d'une carte postale, ce qui permet de l'avoir dans son portefeuille, et par suite toujours à portée de la main et des yeux.

Les Tableaux relatifs à ces trois chapitres sont placés à la fin de cette deuxième partie.

CHAPITRE I

CALENDRIER PERPÉTUEL AVEC LETTRES DOMINICALES.

Ce Calendrier se compose de deux Tableaux, numérotés I et II. Ils forment, par leur ensemble, le 1er des trois Tableaux simples de la IIe Partie.

1. TABLEAU I.

Le Tableau I contient les jours de la semaine disposés verticalement, l'un au-dessous de l'autre, en commençant par dimanche.

Sur la ligne horizontale de dimanche sont écrites les lettres dominicales dans l'ordre A B C D E F G.

Sur la ligne horizontale de lundi sont écrites les mêmes lettres, et dans le même ordre, mais en commençant par B.

Et de même sur les lignes horizontales de mardi, mercredi, jeudi, vendredi et samedi, mais en commençant successivement par C D E F G.

Usage de ce Tableau. — Si l'on connaît la lettre dominicale d'une année, ce Tableau indique la lettre qui correspond à chacun des jours de la semaine au cours de cette année et inversement.

Ainsi, en 1935, la lettre dominicale étant F, ce Tableau I montre que tous les lundis sont représentés par G, les mardis par A, les mercredis par B etc...

2. TABLEAU II.

La disposition de ce Tableau met en évidence deux propriétés des années communes. Ces propriétés sont évidentes si l'on a sous les yeux le Calendrier solaire julien ou le Calendrier solaire grégorien. Les voici :

1° Janvier et Octobre ont le même Calendrier.
Février, Mars et Novembre ont le même Calendrier.
Septembre et Décembre ont le même Calendrier.
Avril et Juillet ont le même Calendrier.

2° Si le 1er Janvier est un lundi :
le 1er Mai est un mardi,
le 1er Août est un mercredi,

le 1er Février, le 1er Mars et le 1er Novembre sont un jeudi,
le 1er Juin est un vendredi,
le 1er Septembre et le 1er Décembre sont un samedi,
le 1er Avril et le 1er Juillet sont un dimanche.

Cette seconde propriété justifie l'ordre dans lequel figurent les mois au Tableau II.

Usage de ce Tableau. — Ce Tableau met en correspondance les quantièmes des mois avec les lettres dominicales.

Dans l'usage du Calendrier ecclésiastique, il faut ajouter aux 5 lignes débutant par 3, 4, 5, 6, 7 les dates 25, 26, 27, 28, 29 se rapportant uniquement au mois de Février des années bissextiles, et l'on devra alors n'employer la 1re lettre dominicale de l'année que jusqu'au 24 Février inclusivement, puis la seconde à partir du 25 Février.

On peut aussi se servir des quantièmes écrits jusqu'à 29 inclusivement en utilisant alors la 1re lettre dominicale jusqu'à la fin de Février.

3. PROBLÈME.

Connaissant la lettre dominicale julienne ou grégorienne d'une année quel est le jour de la semaine qui correspond à une date précisée par son quantième et son mois ?

La réponse à cette question demande deux lectures, une à chacun des Tableaux I et II, en commençant par le Tableau II.

1^o **Lecture au Tableau II.** — Il faut lire à ce Tableau la lettre qui correspond au quantième et au mois donné.

2^o **Lecture au Tableau I.** — Il faut chercher cette lettre, au Tableau I, dans la colonne qui contient la lettre dominicale. On lit à gauche le jour de la semaine demandé.

Exemple. — Soit à trouver à quel jour de la semaine correspond, dans le Calendrier grégorien, le 27 Février 1936.

L'année 1936 est bissextile, les lettres dominicales sont ED.

Il y a deux manières de procéder : la première consiste à employer la lettre E jusqu'à la fin du mois de Février et à lire 27 où il figure ; la seconde emploie seulement la lettre E jusqu'au 24 Février inclusivement, la lettre D à partir du 25 Février jusqu'au 31 Décembre, sous la condition de lire 25, 26, 27, 28, 29 sur la ligne horizontale de 3, 4, 5, 6, 7 respectivement.

1re Manière : La lecture au Tableau II donne la lettre B pour le 27 Février. La lecture de B au Tableau I, sur la ligne verticale de la lettre dominicale E, fait connaître le jour de la semaine cherché : *ieudi* à gauche et sur la même ligne horizontale.

2e Manière : La lecture au Tableau II donne la lettre A pour le 27 Février (comme pour 5 Février). La lecture de A au Tableau I, sur la ligne verticale de la lettre dominicale D, fait connaître le jour de la semaine cherché : *jeudi*, à gauche et sur la même ligne horizontale.

Autres exemples. — 1. 14 Juillet 1936.

La lettre dominicale à employer est la seconde : D.

La lecture au Tableau II donne F au 14 Juillet.

Au Tableau I, cette lettre F, dans la ligne verticale qui contient la lettre dominicale D indique, à gauche, le jour de la semaine cherché : mardi.

2. 18 Décembre 1936. — La lettre à employer est D.

Au 18 Décembre, on lit B dans le Tableau II.

Sur la ligne verticale contenant la lettre dominicale D, au Tableau I, on cherche B et on lit : *vendredi*, à gauche, sur la même ligne horizontale.

3. Soit 1937 dans le Calendrier julien : 15 Août.

La lettre dominicale est D.

On lit C, dans le Tableau II, au 15 Août.

On lit *samedi*, en face de C et à gauche, dans la ligne verticale du Tableau I contenant la lettre dominicale D.

CHAPITRE II

NOUVEAU CALENDRIER PERPÉTUEL.

La disposition que nous avons donnée à ce Calendrier permet de l'utiliser immédiatement comme Calendrier ordinaire pour n'importe quelle année des Calendriers julien et grégorien.

Elle permet en outre de résoudre un grand nombre de problèmes et les problèmes inverses, ainsi que de déterminer la date de Pâques, pour telle année donnée, dans les deux Calendriers.

Il est à la fin de la IIe Partie.

1. DISPOSITION DU CALENDRIER.

Les mois sont à droite, en deux colonnes, sur toute la hauteur. Les quantièmes écrits sur une même ligne verticale portent le même nom au cours d'une année. Ces noms figurent en abrégé au-dessous des mois, sous le titre : Jours de la semaine. La lettre m désigne mardi et M mercredi.

Les mois de Janvier et de Février figurent deux fois dans le Calendrier perpétuel. Il faut utiliser Janvier et Février de la 1re colonne les années communes et Janvier et Février de la seconde colonne les années bissextiles, comme il est indiqué par l'explication contenue dans la parenthèse : *an de* 365 *j.* et *an de* 366 *j.* Les 10 autres mois de l'année servent à la fois pour les années communes et pour les années bissextiles. Il a suffi, pour obtenir ce résultat, d'inscrire le 1 Janvier d'une année bissextile dans la dernière case en haut et à droite, de manière que le 29 Février soit dans la 3e ligne verticale comme le 28 Février des années communes. De cette façon le 1er Mars est à la 4e ligne verticale dans les deux cas et les mois de Mars à Décembre peuvent servir pour n'importe quelle année.

2. DÉTERMINER LE CALENDRIER D'UNE ANNÉE, 1938 PAR EXEMPLE.

La décomposition du millésime en tranches de deux chiffres donne ici c = 19, u = 38. Il faut consulter les Tables des c et des u.

Table des c. — Elle est disposée à gauche des mois de Mai, Juin et Juillet. Il faut chercher c = 19 au-dessous du 15 *Octobre* 1582 si l'année 1938 est grégorienne et au-dessus du 4 *Octobre* 1582 si 1938 est julienne, en prolongeant par la pensée, dans ce dernier cas, s'il est nécessaire, l'inscription des c au-delà de 15 : 19 s'inscrirait au-dessous de 12.

La Table des c est surmontée, parallèlement aux mois de Janvier, Février, Mars et Avril, d'une petite table qui servira pour déterminer la date de Pâques.

Table des u. — Elle est disposée en bas et à gauche. La tranche des u y figure pour toutes ses valeurs possibles, depuis 00 jusqu'à 99. C'est donc dans cette table qu'il faut chercher u = 38.

On remarquera que tous les u divisibles par 4, tels que 04, 08, 12, 16, 20, 24, 28, 32 etc... sont précédés d'une case vide. On est ainsi averti de faire la distinction des années bissextiles avec les années communes, si les recherches doivent porter sur l'un des deux premiers mois : Janvier, Février.

Supposons alors que 1938 appartienne au Calendrier grégorien. Le Calendrier de l'année 1938 se détermine par une simple lecture : *celle du chiffre écrit à l'intersection de la ligne verticale contenant c* = 19 *avec la ligne horizontale contenant u* = 38, *c'est le chiffre* 6 *pour* 1938.

Les 7 lignes horizontales des jours de la semaine constituent avec le tableau des mois, 7 Calendriers parmi lesquels se trouve celui de 1938. Ces 7 lignes sont numérotées de haut en bas par les chiffres 5, 6, 0, 1, 2, 3, 4, formant la dernière ligne verticale du petit carré à 49 cases où a lieu l'intersection des deux lignes : verticale des c et horizontale des u.

La ligne des jours de la semaine numérotée 6 *détermine le Calendrier de* 1938. On a alors un Calendrier ordinaire. On voit, par ex. que les *samedis de Janvier* sont aux dates 1, 8, 15, 22, 29 ; les *dimanches de Mai* aux dates : 1, 8, 15, 22, 29 ; *les lundis de Décembre* aux dates : 5, 12, 19, 26 etc...

Supposons que 1938 appartienne au Calendrier julien. La ligne verticale contenant c = 19 n'est pas la même ; *le chiffre écrit à l'intersection de cette nouvelle ligne verticale correspondant à c* = 19 *dans le Calendrier julien, avec la même ligne horizontale contenant u* = 38 *est* 5.

La ligne des jours de la semaine numérotée 5 *détermine le Calendrier de l'année julienne* 1938 : c'est la première ligne.

Les *vendredis* de Janvier sont les 1, 8, 15, 22, 29 Janvier.

Les *lundis* de Juillet sont les 5, 12, 19, 26 Juillet.

Les *dimanches* de Novembre sont les 7, 14, 21, 28 Novembre etc...

Remarque importante pour la III^e Partie de notre travail.

La numérotation des 7 Calendriers possibles a été faite de telle façon que le chiffre qui détermine le Calendrier d'une année donnée ait la signification suivante :

Si l'année est commune, le chiffre qui détermine le Calendrier de cette année est le numéro de la lettre dominicale.

Si l'année est bissextile, le chiffre qui détermine le Calendrier de cette année désigne le numéro de la seconde lettre dominicale.

Ainsi, le premier renseignement que fournit ce Calendrier sans lettre dominicale apparente, est d'indiquer la lettre dominicale au moyen du chiffre qui détermine le Calendrier d'une année.

Faisons l'application de cette remarque à l'année 1940, qui est bissextile et pour laquelle c = 19, u = 40.

D'après ce qui précède, le chiffre 2 détermine le Calendrier de l'année 1940. On voit immédiatement que le 1^er Janvier (2^e colonne des mois) est un lundi numéroté 1 ; la 1^re lettre dominicale est donc aussi numérotée 1 = G et la deuxième est numérotée 2 = F. Le chiffre 2 déterminant le Calendrier de l'année bissextile 1940 indique donc bien la seconde lettre dominicale F de l'année. Il en est de même pour n'importe quelle année bissextile.

A remarquer encore que cette seconde lettre dominicale fait connaître le nom du jour de la semaine du 1^er Octobre. Le 1^er Octobre 1940 est un maidi comme l'indique le Calendrier perpétuel et la seconde lettre dominicale est F. Or, mardi et F sont désignés par le même chiffre 2, dans la notation que nous avons adoptée.

Cette remarque se résume simplement dans les deux égalités suivantes :

I_J = lettre dominicale (ou 1^re lettre d'une bissextile),

I_O = 2^e lettre dominicale d'une bissextile,

I_J désignant le jour de la semaine de l'*Initial* de Janvier (1^er Janvier) et I_O le jour de la semaine de l'Initial d'Octobre (1^er Octobre).

Trouver les vendredis de Février 1940.

Le chiffre 2 détermine le Calendrier de 1940. Puisque 40 est précédé d'une case vide, dans la Table des u, cela signifie que l'année est bissextile. Le mois de Février à choisir est celui de la 2^e colonne. Les vendredis sont à la 4^e ligne verticale. Les quantièmes de Février inscrits à la 4^e ligne verticale sont les vendredis cherchés : 2, 9, 16, 23 Février.

Trouver les dimanches de Mai 1582. — Calendrier julien (c = 15, u = 82) Le chiffre qui détermine le Calendrier est 1. Les dimanches sont à la 7^e ligne verticale : 6, 13, 20, 27 Mai.

3. DÉTERMINER LA DATE DE PAQUES DE L'ANNÉE 1938, PAR EXEMPLE.

Nous considérerons 1938 comme appartenant successivement au Calendrier grégorien et au Calendrier julien.

1° Pâques grégoriennes en 1938.

Le nombre d'or de 1938 est 1.

La Table qui surmonte celle des c, parallèlement aux mois de Janvier, Février, Mars, Avril, montre qu'au nombre d'or 1 de la 1re colonne correspond l'épacte 1 du XVIe siècle dans la 3e colonne. Or, c = 19 la diminue de 2 unités, ce qui donne — 1. On ajoute 30 ce qui donne 29. A l'épacte 29 écrite à la 6e colonne correspond la date 14 Avril de la pleine lune pascale.

Nous savons que Pâques est le dimanche qui suit le 14 Avril. Or, le Calendrier de 1938 est indiqué par le chiffre 6. Les dimanches de 1938 sont à la 2e colonne, la date immédiatement supérieure à 14 Avril écrite dans cette colonne est 17 Avril. C'est la date de Pâques en 1938, dans le Calendrier grégorien.

2° Pâques juliennes en 1938.

La Table qui surmonte celle des c montre qu'au nombre d'or 1 de la 1re colonne correspond l'épacte 8 du 1er siècle, dans la 2e colonne. A cette épacte 8, écrite à la 6e colonne, correspond la date 5 Avril de la pleine lune pascale. Pâques est le dimanche qui suit. Or, le Calendrier de 1938, année julienne, est déterminé par le chiffre 5. Les dimanches sont à la 3e colonne. Les dimanches d'Avril sont aux dates : 4, 11, 18 25. Pâques est donc le 11 Avril, en 1938, dans le Calendrier julien.

Remarques. — Quand l'épacte est comprise entre 13 et 23, la pleine lune pascale est comprise entre le 21 et le 31 Mars.

2° Quand l'épacte est comprise entre 24 et 29 ou entre 0 et 12 inclusivement, la pleine lune pascale est comprise entre le 1 et le 18 Avril inclusivement.

3° Quand l'épacte est 24 on fait comme si elle était 25, c'est-à-dire que la pleine lune pascale est le 18 Avril.

Et quand l'épacte est XXV, on fait comme si elle était 26, c'est-à-dire que la pleine lune pascale est le 17 Avril.

Cette particularité est rappelée dans cette petite table des épactes et des pleines lunes pascales par les deux égalités :

Epacte 24 = Epacte 25 ;
Epacte XXV = Epacte 26.

On procède de même pour une année donnée quelconque, julienne ou grégorienne.

4. PROBLÈMES DIVERS.

I^er Problème. — *Quels sont les mois de* 1938 *dont le* 13 *est un dimanche* ? (Calendrier grégorien).

Le Calendrier de 1938 est déterminé par le chiffre 6. Les dimanches sont à la deuxième ligne verticale dans les deux colonnes de mois. Il suffit de parcourir ces deux lignes verticales et de noter les mois où 13 s'y trouve inscrit. Il faut avoir soin de prendre Janvier et Février à la I^re colonne des mois, puisque 1938 est une année commune.

On trouve : Février, Mars et Novembre.

Ces 3 mois, dans les années communes, ont toujours le même Calendrier. Nous l'avons remarqué dans le chapitre précédent.

II^e Problème. — *Quel est le quantième du* 3^e *dimanche de juillet* 1937 ? (Nouveau style).

Le Calendrier de 1937 est déterminé par le chiffre 5. Les dimanches sont à la 3^e colonne. Les quantièmes de Juillet qui y sont inscrits sont: 4, 11, 18, 25. Le 3^e dimanche de Juillet 1937 est donc le 18 Juillet.

III^e Problème. — *Combien y a-t-il de vendredis en Décembre* 1937 (Nouveau style) ?

Les vendredis du Calendrier numéro 5 sont à la 1^re colonne des quantièmes. En Décembre il y en a cinq : 3, 10, 17, 24, 31 Décembre.

IV^e Problème. — *Quels sont les mois où il y a* 5 *dimanches en* 1938 (Nouveau style) ?

Les dimanches du Calendrier numéro 6 sont à la 2^e colonne des quantièmes. En parcourant les deux colonnes de dimanches pour noter les mois où cinq quantièmes s'y trouvent inscrits, nous trouvons : Janvier : 2, 9, 16, 23, 30 ; Mai : 1, 8, 15, 22, 29 ; Juillet : 3, 10, 17, 24, 31 ; Octobre : 2, 9, 16, 23, 30.

V^e Problème. — *Quelles sont les années, de* 1900 *à* 2000, *où le* 14 *Juillet a été ou sera un dimanche* ?

Sur la ligne verticale du 14 Juillet, la lettre D des jours de la semaine appartient au Calendrier numéroté 2.

Dans la ligne verticale contenant c = 19, il suffit alors de repérer le chiffre 2 qui détermine la ligne horizontale où se trouvent les u cherchés. On a donc : 1901, 1907, 1912, 1918, 1929, 1935, 1940, 1946, 1957, 1963, 1968, 1974, 1985, 1991, 1996, soit 17 années.

VI^e Problème. — *Trouver la date du dimanche de la Septuagésime en* 1838 (Nouveau Style).

En 1938 Pâques est le 17 Avril comme nous l'avons vu. La Table des u est surmontée d'une Table des Fêtes mobiles, dépendant de Pâques. Nous y lisons que la Septuagésime est le 9e dimanche avant Pâques.

Il suffit alors de remonter jusqu'au 13 Février en comptant 9 dimanches avant le 17 Avril.

VIIe Problème. — *Trouver la date de la Sexagésime en* 1938?

La Table des fêtes mobiles, dépendant de Pâques, indique que la Sexagésime est le 8e dimanche avant Pâques. Il suffit de remonter jusqu'au 20 Février en comptant 8 dimanches avant le 17 Avril.

Pour la Quinquagésime, on aboutirait au 27 Février. On procède de même pour les autres dimanches.

VIIIe Problème. — *Déterminer la date du mercredi des Cendres en* 1938.

La Table des Fêtes mobiles indique que le mercredi des Cendres est le 7e mercredi avant Pâques.

Les mercredis de 1938 sont à la 5e colonne où nous lisons 13 Avril comme 1er mercredi avant Pâques 17 Avril. Il suffit de remonter cette ligne verticale à partir de 13 Avril jusqu'à 2 Mars, en comptant 7 quantièmes, le 1er est le 13 Avril, le 7e est le 2 Mars qui est le mercredi des Cendres en 1938.

IXe Problème. — *Déterminer la date des Rogations en* 1938.

La Table des Fêtes mobiles nous indique que les trois jours des Rogations commencent le 6e lundi après Pâques.

Les lundis de 1938 sont à la 3e colonne. Le 1er lundi après Pâques est le 18 Avril. Il suffit de descendre cette colonne en comptant 6 quantièmes ; le 1er est le 18 Avril, le 6e est le 23 Mai. Les 3 jours des Rogations sont les 23, 24 et 25 Mai en 1938.

On détermine de même la date de l'Ascension, et la Fête-Dieu.

Xe Problème. — *Déterminer la date du* 1er *dimanche de l'Avent en* 1938.

Le 1er dimanche de l'Avent est le 4e dim. avant Noël. En 1938 le 25 Décembre est un dimanche. Il suffit de remonter de 4 quantièmes au-dessus de 25 Décembre, on tombe sur le 27 Novembre. C'est la date du 1er dimanche de l'Avent en 1938.

XIe Problème. — *Déterminer le nombre de dimanches après la Pentecote en* 1938.

La Pentecôte, 7e dimanche après Pâques, est le 5 Juin en 1938. Le 1er dimanche après la Pentecôte est le 12 Juin. Le dernier dimanche après la Pentecôte est le dimanche qui précède le 1er dim. de l'Avent, c'est-à-dire le 20 Novembre. Il suffit de compter, à partir de 12 Juin, dans la 2e ligne verticale des mois, le nombre de quantièmes rencontrés, en descendant jusqu'au 20 Novembre inclusivement, en passant, bien entendu, Janvier et Février de la 2e colonne des mois. On trouve 24.

XIIe Problème. — *De 1600 à 2000, quels sont les siècles qui ont 4 années bissextiles dont le 14 Juillet est un dimanche ?*

Le 14 Juillet est à la 6e colonne des quantièmes. Les années cherchées admettent le Calendrier numéroté 2, puisque D, de la 6e colonne est sur la ligne horizontale des jours de la semaine numérotée 2.

On connaît alors les c de 1600 à 2000 : $c = 16$, $c = 17$, $c = 18$, $c = 19$ et le chiffre 2 où doit avoir lieu l'intersection de la ligne verticale des c avec la ligne horizontale des u.

Pour $c = 16$, il n'y a eu que 3 années bissextiles : $u = 24, 52, 80$.

Pour $c = 17$, encore 3 années bissextiles : $u = 20, 48, 76$.

Pour $c = 18$, encore 3 années bissextiles : $u = 16, 44, 72$.

Pour $c = 19$, il y a 4 années bissextiles : $u = 12, 40, 68, 96$.

Il n'y a donc que le XXe siècle qui réponde à la question.

XIIIe Problème. — *Pendant la 1re moitié du* XIXe *siècle, en quelles années Pâques a-t-il été le 15 avril ?* (Problème proposé par H. Couturier).

Le 15 Avril est inscrit dans le Calendrier perpétuel à la 7e ligne verticale des quantièmes. La lettre D, puisque c'est un dimanche, écrite dans cette 7e ligne verticale, détermine le Calendrier N° 1 relatif aux années cherchées. A gauche de ce N° 1, *écrit dans la ligne verticale contenant* $c = 18$ *du Calendrier grégorien*, on lit les u possibles : 04, 10, 21, 27, 32, 38, 49. D'autre part, la pleine lune pascale a pu arriver les 14, 13, 12, 11, 10, 9, 8 Avril correspondant respectivement aux épactes 29, 0, 1, 2, 3, 4, 5, comme on le voit dans la Table qui surmonte la Table des c.

Or, les épactes du XIXe siècle sont celles du XVIe siècle diminuées de 1. Le Tableau de ces épactes et des nombres d'or correspondants est donc :

e :	0	11	22	3	14	25	6	17	28	9	20	1	12	23	4	15	26	7	18
n :	**1**	2	3	**4**	5	6	7	8	9	10	11	**12**	13	14	**15**	16	17	18	19

Les nombres d'or possibles sont donc : 1, 4, 12, 15. Or, 1804, 1810, 1821, 1827, 1832, 1838, 1849 ont pour nombres d'or respectifs : 19, 6, 17, **4**, 9, **15**, 7. Seules 1827 et 1838 répondent à la question.

CHAPITRE III

ABRÉGÉ PRATIQUE DU CALENDRIER.

Notre « Abrégé pratique du Calendrier » est placé à la fin de la seconde partie de l'ouvrage.

Il permet, sans calculs, par simple lecture, de déterminer tous les éléments du Calendrier et du Comput que l'on obtiendrait par les règles ou formules simples signalées antérieurement.

Il permet aussi de résoudre aisément le problème suivant dont Euler, Wallis, Delambre, Lalande ont donné des solutions : « Trouver un nombre qui, divisé successivement par 28, 19, 15 donne pour restes respectifs des nombres donnés s, n, i ».

Disposition d'ensemble. — Notre « Abrégé pratique du Calendrier » consiste essentiellement en deux Tableaux désignés par Tableau I et Tableau II.

I. — TABLEAU I.

Le Tableau I se compose de 3 Tables juxtaposées :

1° La *Petite Table des u* des années du XX^e siècle.

2° La *Petite Table des c* : c Juliens jusqu'au 4 Octobre 1582 ; c grégoriens à partir du 15 Octobre 1582.

Elle se termine du côté des c juliens, en haut, par l'indication des glissements séculaires applicables aux c juliens et aux c grégoriens ; et du côté des c grégoriens, en bas, par l'indication de glissements séculaires applicables seulement aux c juliens, quand on veut déterminer le Cycle solaire s d'une année.

3° La *Table des mois.* — Le Calendrier de Janvier et d'Octobre figure par les quantièmes de 1 à 31 écrits en colonnes de sept, de sorte que tous les quantièmes qui sont sur un même ligne horizontale ont le même nom. Si, par exemple, les dates écrites sur la première ligne : 1, 8, 15, 22, 29 sont des dimanches, les lundis sont à la deuxième ligne, les mardis à la troisième, etc...

Au-dessous de ce Calendrier de Janvier et d'Octobre on lit les autres mois avec à côté de chacun d'eux l'indication des glissements à faire subir aux jours de la semaine pour obtenir le Calendrier de ces mois sur celui de Janvier et d'Octobre.

1. PETITE TABLE DES U DES ANNÉES DU XXe SIÈCLE

Inscription des u. — Une année quelconque, de millésime m, du XXe siècle, peut s'écrire :

$$m = 1900 + u.$$

Les u de 1 à 100 sont inscrits dans cette Table ; l'an 2000 est obtenu en donnant à u la valeur 100.

A remarquer :

1° Que les u sont inscrits dans 28 cases. Cette Table est donc en relation évidente avec le Cycle solaire de 28 ans.

2° Que chaque case comprend 4 ou 3 valeurs de u dont les différences successives sont égales à 28.

3° Que les u divisibles par 4, indiquant les années bissextiles, sont inscrits dans les cases qui sont suivies d'une case vide.

4° Que la numérotation des cases occupées par les u est assurée par les 28 premières valeurs de u.

Inscription des jours de la semaine. — Les années 1901, 1929, 1957, 1985 dont les u : 1, 29, 57, 85 occupent la case numérotée 1, ont commencé par un mardi. Il en est de même des années représentées par cette première ligne horizontale de cases. C'est ce qu'indique m = mardi écrit à gauche et en face de tous ces u.

Les inscriptions des autres jours de la semaine ont la même signification pour les années du XXe siècle dont les u sont sur la même ligne horizontale.

Les années 1904, 1932, 1960, 1988 sont bissextiles et leur case est suivie d'une case vide. Le 1er Janvier de ces années a été ou sera un *vendredi* et le 1er Octobre a été ou sera un *samedi.*

Désignons par IJ le nom du jour de la semaine du 1er Janvier et par IO le nom du jour de la semaine du 1er Octobre. *Si u n'est pas divisible par* 4 IJ *et* IO *ont le même nom. Si u est divisible par* 4, *le nom de* IJ *est inscrit en face de u et celui de* IO *en face de la case vide qui suit u. Ceci explique la présence de* IJ *et* IO *au-dessus de m.*

Usage de cette Table des u. — Cette Table des u permet de résoudre immédiatement deux questions :

1° Elle donne à vue le jour de la semaine du 1er Janvier et du 1er Octobre pour une année du XXe siècle.

2° Elle donne réponse au problème inverse.

Exemple. — *Quelles sont les années du* XXe *siècle dont le* 1er *Janvier est un dimanche ?*

Il suffit de lire les années demandées sur la ligne horizontale contenant D : 1905, 1911, 1922, 1928, 1933, 1939, 1950, 1956, 1961, 1967, 1978, 1984, 1989, 1995.

Le problème direct, consistant à donner l'année 1905, par exemple, et à dire le jour de la semaine D, se résout aussi facilement.

2. PETITE TABLE DES C JULIENS ET GRÉGORIENS.

Le millésime d'une année étant séparé en tranches de deux chiffres en commençant par la droite, la tranche de gauche, qui peut n'avoir qu'un chiffre et même zéro pendant le 1er siècle, est représentée par c parce qu'elle indique le nombre de centaines que comprend le millésime.

Cette Table contient les c juliens et grégoriens. Les c juliens, inscrits jusqu'à 21, s'arrêtent généralement à c = 15 (4 Oct. 1582). Les c grégoriens partent du 15 Oct. 1582, ils sont inscrits de 15 à 29 ; on peut les prolonger à volonté.

Principe des glissements séculaires applicables aux c juliens et grégoriens.

Le 1er Janvier et le 1er Octobre 1901 tombent un mardi. Le 1er Janvier et le 1er Octobre 1801 tombent un jeudi. Pour obtenir ce résultat, il suffit de *glisser* sur les jours de la semaine, de 2 unités, dans leur ordre de succession, à *partir de mardi*. C'est ce que signifie le chiffre 2 des glissements séculaires placé vers le haut de la table des c, dans la ligne verticale de c = 18 du Calendrier grégorien.

Le 1er Janvier et le 1er Octobre 1601 tombent un lundi. On passe de mardi à lundi en rétrogradant d'une unité *à partir de mardi*, ce qu'indique le glissement — 1 placé dans la ligne verticale de c = 16 du Calendrier grégorien.

Le 1er Janvier et le 1er Octobre 1701 tombent un samedi. On passe de mardi à samedi en rétrogradant de 3 unités *à partir de mardi*, ce qu'indique le glissement — 3 placé dans la ligne verticale de c = 17 du Calendrier grégorien.

Le glissement maximum à effectuer sur les jours de la semaine est 3 soit en *plus* soit en *moins*.

Ainsi, la Table des u fait connaître le nom du jour de la semaine pour le 1er Janvier et le 1er Octobre d'une année du XX^e siècle et la Table des c, par le glissement qu'elle indique, fait connaître le nom du jour de la semaine du 1er Janvier et du 1er Octobre pour une année donnée d'un siècle quelconque, julien ou grégorien.

Trouver le jour de la semaine du 1er Janvier 1875.

Nous considérerons d'abord 1875 comme une année grégorienne puis comme une année julienne.

1° **Année grégorienne 1875.** — La Table des u du XXe siècle indique que la 1er Janvier 1975 est un mercredi.

La Table des c grégoriens indique, pour c = 18, le glissement 2, à faire à partir de mercredi.

Le 1er Janvier 1875 est : mercredi + 2 = vendredi.

2° **Année julienne 1875.** — Comme ci-dessus : 1er Janvier 1975 mercredi. La Table des c juliens indique pour c = 18 le glissement 0. Le 1er Janvier 1875 est donc un mercredi dans le Calendrier julien. Prenons encore un exemple.

Trouver le jour de la semaine du 1er Janvier 1719.

Considérons encore 1719 dans les deux Calendriers.

1° **Année grégorienne 1719.** — La Table des u du XXe siècle indique que le 1er Janvier 1919 est un mercredi.

La Table des c grégoriens indique, pour c = 17 le glissement — 3, à faire à partir de mercredi, sur les jours de la semaine, ce qui conduit à *dimanche.*

2° **Année julienne 1719.** — 1er Janvier 1919 : mercredi. La Table des c juliens indique, pour c = 17, le glissement 1, à faire à partir de mercredi, sur les jours de la semaine : mercredi + 1 = jeudi.

Le 1er Janvier 1719 est donc un jeudi dans le Calendrier julien.

Ainsi, pas de complication, il n'y a qu'à lire.

Principe des glissements séculaires pour trouver le Cycle solaire s d'une année julienne quelconque.

La Table II, placée à la fin de la Ire Partie, montre que les années juliennes 307, 1007, 1707 ont pour Cycle solaire 8. Ces années décomposées en tranches de deux chiffres ont la tranche de droite commune u = 07 et pour tranches de gauche respectivement : c = 3, c = 10, c = 17.

Sur la ligne verticale contenant ces 3 c juliens, les glissements séculaires pour déterminer s, en bas de la Table des c, indiquent la valeur 1 pour ces 3 valeurs de c.

Cela signifie qu'on obtient le Cycle solaire des années 307, 1007, 1707 en faisant glisser u = 07 d'une case en avant, pour l'amener dans la case 7 + 1 = 8 qui indique le Cycle solaire de ces 3 années.

Considérons encore, par exemple, les années juliennes 208, 908, 1608. Pour c = 2, 9, 16, le glissement séculaire pour déterminer le Cycle solaire est indiqué égal à 13.

Cela signifie que pour avoir le Cycle solaire de ces 3 années, il faut ajouter 13 à leur u commun qui est égal à 8. Le Cycle solaire de 208, 908, 1608 est donc s = 8 + 13 = 21.

Soit encore 604, 1304. Pour c = 6, 13, le glissement à faire pour u est — 7. En remontant les cases à partir de la 4^e (u = 04), de 7 numéros en arrière : 3, 2, 1, 28, 27, 26, 25, on obtient le Cycle solaire s = 25 de 604 et 1304.

On peut écrire immédiatement s = 4 — 7. Comme la soustraction est impossible, on ajoute 28, d'où s = 32 — 7 = 25.

Rien de plus simple : ce n'est pas un calcul, mais une lecture.

Le Cycle solaire est le même dans les deux Calendriers. Mais les glissements indiqués pour s ne sont exacts que pour les c pris dans le Calendrier julien, car les c juliens et grégoriens ont été écrits de manière que les glissements séculaires indiqués en haut de la Table des c s'appliquent à tous les c contenus dans la même verticale, dans les deux Calendriers ce qui ne peut avoir lieu en même temps pour les glissements indiqués au bas de la Table des c dans le calcul de s : ils ne sont valables que pour les c juliens.

Ainsi, soit à trouver le Cycle solaire de l'année grégorienne 1789, dans laquelle c = 17, u = 89.

La Table des u indique que 89 occupe la case numérotée 5. La Table des c *juliens* indique que pour c = 17, le glissement séculaire pour déterminer s est égal 1. Le Cycle solaire de 1789 est donc s = 5 + 1 = 6.

3. PETITE TABLE DES MOIS.

Les 31 quantièmes du mois de Janvier et du mois d'Octobre y sont inscrits en colonnes de 7. Les quantièmes qui se trouvent sur une même ligne horizontale représentent ainsi le même jour de la semaine. Les dates des 4 et 15 Octobre 1582 ont été écrites dans le vide de la dernière colonne pour rappeler les 10 jours supprimés au mois d'Octobre cette année-là, entre le 4 et le 15.

Usage du Calendrier de Janvier et d'Octobre. — Ce Calendrier sert pour une année quelconque. Soit l'année 1938 par exemple. Considérons-la successivement comme année grégorienne et comme année julienne.

1° Année grégorienne 1938. — La Table des u indique que le 1^{er} Janvier et le 1^{er} Octobre 1938 sont un samedi. La Table de Janvier et d'Octobre montre alors que la première ligne horizontale des quantièmes : 1, 8, 15, 22, 29 sont des samedis, la seconde : 2, 9, 16, 23, 30 des dimanches, etc.

2° **Année julienne 1938.** — 1er Janvier et 1er Octobre 1938 samedi dans le Calendrier grégorien.

La Table des c juliens indique pour c = 19 le glissement — 1 à faire sur les jours de la semaine, à partir de samedi.

Le 1er Janvier et le 1er Octobre 1938 sont donc un *vendredi.*

Soit encore l'année 1664.

1° **Année grégorienne 1664.** (bissextile). — La Table des u montre que le 1er Janvier 1964 est un mercredi et le 1er Octobre 1964 un jeudi.

La Table des c montre que pour c = 16, dans le Calendrier grégorien, le glissement est — 1.

Le 1er Janvier 1664 est donc un mardi et le 1er Octobre 1664 un mercredi.

2° **Année julienne 1664** (bissextile). — Comme ci-dessus, 1er Janvier 1964 mercredi, 1er Octobre 1964 jeudi.

La Table des c montre que pour c = 16, dans le Calendrier julien, le glissement est 2.

Le 1er Janvier 1664 est donc un vendredi et le 1er Octobre 1664 un samedi dans le Calendrier julien.

Ainsi le Calendrier de Janvier et d'Octobre pour une année quelconque est aisé à déterminer.

Transformation du Calendrier de Janvier et d'Octobre en Calendrier des autres mois. — Glissements mensuels.

Le Calendrier de Janvier et d'Octobre d'une année commune se transfoime en Calendrier de Mai par le glissement + 1, en Calendrier d'Août par le glissement + 2, en Calendrier de Février, Mars et Novembre par le glissement + 3, en Calendrier de Juin par le glissement — 3, en Calendrier de Septembre et Décembre par le glissement — 2, en Calendrier d'Avril et Juillet par le glissement — 1, comme l'indique le Tableau des mois.

Dans une année bissextile, le Calendrier de Janvier se transforme en Calendrier de Février par le glissement + 3. C'est le Calendrier d'Octobre qui se transforme en Calendrier des autres mois par les mêmes glissements que ci-dessus. C'est pour rappeler cette particularité que Janvier et Octobre d'une part, Février et Mars, Novembre d'autre part, sont séparés par un trait.

Exemples. — *Soit 1936 dans le Calendrier grégorien.*

L'année est bissextile (u = 36 est suivi d'une case vide). I_J = mercredi, I_O = jeudi.

Initial de Février = I_J + 3 = mercredi + 3 = samedi. Le Calendrier des autres mois se trouve en partant de I_O.

Initial de Mars et Novembre = I_O + 3 = jeudi + 3 = dimanche.
Initial d'Août = I_O + 2 = jeudi + 2 = samedi.
Initial de Mai = I_O + 1 = jeudi + 1 = vendredi.
Initial d'Avril et Juillet = I_O — 1 = jeudi — 1 = mercredi.
Initial de Septembre et Décembre = I_O — 2 = jeudi — 2 = mardi.
Initial de Juin = I_O — 3 = jeudi — 3 = lundi.

Le Calendrier de tous les mois de 1936 est ainsi déterminé.

Soit l'année julienne 1579. — L'année grégorienne 1979 a son 1er Janvier et son 1er Octobre un lundi.

Pour c = 15, dans le Calendrier julien, le glissement est 3.

Le 1er Janvier et le 1er Octobre 1579 sont donc un lundi + 3 = jeudi. On a ensuite, par les glissements indiqués :
Initial de Mai = jeudi + 1 = vendredi.
Initial d'Août = jeudi + 2 = samedi.
Initial de Février, Mars, Novembre = jeudi + 3 = dimanche.
Initial de Juin = jeudi — 3 = lundi.
Initial de Septembre et Décembre = jeudi — 2 = mardi.
Initial d'Avril et Juillet = jeudi — 1 = mercredi.

4. PROBLÈMES RÉSOLUS AU MOYEN DU TABLEAU I.

Ier Problème. — *Quel est le jour de la semaine les* 14 *Février et* 14 *Juillet* 1640, 1740, 1840, 1940.

1. 1940 Initial de Janvier = lundi.
Initial d'Octobre = mardi.
Initial de Février = lundi + 3 = jeudi, **14 mercredi.**
Initial de Juillet = mardi — 1 = lundi, **14 dimanche.**

2. 1640 Initial de Janvier = lundi — 1 = dimanche.
Initial d'Octobre = mardi — 1 = lundi.
Initial de Février = dimanche + 3 = mercredi, **14 mardi.**
Initial de Juillet = lundi — 1 = dimanche, **14 samedi.**

3. 1740 Initial de Janvier = lundi — 3 = vendredi.
Initial d'Octobre = mardi — 3 = samedi.
Initial de Février = vendredi + 3 = lundi, **14 dimanche.**
Initial de Juillet = samedi — 1 = vendredi, **14 jeudi.**

4. 1840 Initial de Janvier = lundi + 2 = mercredi.
Initial d'Octobre = mardi + 2 = jeudi.
Initial de Février = mercredi + 3 = samedi, **14 vendredi.**
Initial de Juillet = jeudi — 1 = mercredi, **14 mardi.**

IIe Problème. — *Quels sont les mois de* 1940 *dont le* 8 *est un vendredi ?*

Si le 8 est un vendredi, le 1er est aussi un vendredi. Or, en 1940 I_J = lundi et I_O = mardi. I_J ne sert qu'en Février et donne jeudi. I_O sert pour les autres mois. On passe de mardi à vendredi par le glissement + 3. Ce sont donc les mois de Mars et Novembre.

IIIe Problème. — *A quelles dates sont les dimanches de Mai en* 1940 ?

En 1940 I_O = mardi ; 1er Mai = mardi + 1 = mercredi. Les dimanches de Mai sont les : 5, 12, 19, 26 Mai.

IVe Problème. — *De* 1760 *à* 1770, *par exemple, quelle est l'année dont le* 15 *Août est un dimanche ?*

Si le 15 Août est un dimanche, le 1er Août est aussi un dimanche.

1 Août = I_O + 2 ou 7 = I_O + 2 et I_O = 5 = vendredi.

Or, c = 17 diminue de 3 unités l'Initial d'Octobre du XXe siècle.

L'Initial d'Octobre pour le XXe siècle est donc 5 + 3 = 8 ou 8 — 7 = 1 = L

La Table des u indique, en face de L, un seul u compris entre 60 et 70 répondant à la question, c'est 62.

En 1762 le 15 Août a été un dimanche. u = 68 ne convient pas, car 68 est divisible par 4, lundi est donc le jour de la semaine du 1er Janvier mais non du 1er Octobre.

Ve Problème. — *Trouver les lettres dominicales de* 1940.

Considérons 1940 comme appartenant successivement au Calendrier grégorien et au Calendrier julien.

1° **Année grégorienne 1940.** — On a I_J = lundi, la lettre A désignant lundi, la lettre G désigne dimanche. C'est la première lettre dominicale, la seconde est F.

2° **Année julienne 1940.** — On a I_J = lundi dans le Calendrier grégorien, pour l'année 1940.

Le glissement pour c = 19 du Calendrier julien est — 1. On a donc J = lundi — 1 = dimanche, en 1940, dans le Calendrier julien. La [re] lettre dominicale est donc A, la seconde G.

VI[e] Problème. — *Quel est le Cycle solaire de* 1840 ?

u = 40 est dans la case numérotée 12.

Pour c = 18 du Calendrier julien, le glissement indiqué pour s est — 11. En remontant de 11 cases on arrive à la première ; ou plus simplement, on écrit de suite :

$$s = 12 - 11 = 1.$$

VII[e] Problème. — *Quelles sont les années du* XIX[e] *siècle qui admettent s* = 15 *pour Cycle solaire* ?

Au XIX[e] siècle, c = 18, le glissement marqué pour s est — 11. Il faut partir de la case numérotée 15 et faire les glissements pour c = 18 *mais en sens inverse*, c'est-à-dire prendre 11 comme glissement, ce qui conduit à la case numérotée 15 + 11 = 26.

Les années cherchées sont donc : 1826, 1854, 1882.

VIII[e] Problème. — *Quel est le Cycle solaire de l'an* 4713 *avant notre ère* ?

L'an 1 avant notre ère est l'an 0, l'an 2 avant notre ère est l'an —1, l'an 4713 avant notre ère est l'an — 4712 que l'on peut écrire de la façon suivante :

$$-4700 - 12 + 100 - 100 = -4800 + 88.$$

On peut alors appliquer la méthode précédente, en prenant c = — 48 et u = 88. On voit aisément que c = — 48 se placerait dans la première ligne verticale des c, qui admet le glissement — 3 pour s.

Or, u = 88 occupe la case numérotée 4.

On a donc s = 4 — 3 = 1. En remontant de 3 cases au-dessus de la 4[e] on aboutit à la première. L'an 4713 avant notre ère a pour Cycle solaire s = 1.

IX[e] Problème. — *Trouver les lettres dominicales de la même année* 4713 *avant notre ère.*

On a :

4713 avant notre ère = — 4712 = — 4800 + 88 (année bissextile).
1J = vendredi pour 1988.

Pour c = — 48, dans la 1[re] ligne verticale des c, le glissement indiqué en haut est 3. On a donc :

1J = vendredi + 3 = lundi pour 4713.

La lettre A désignant lundi, la 1re lettre dominicale est G et la seconde F.

On pourrait multiplier les exemples. Les problèmes qui précèdent suffisent à indiquer la marche à suivre. Aucun calcul à faire ; de simples lectures conduisent rapidement au résultat désiré.

II. — TABLEAU II.

Disposition d'ensemble. — Ce tableau comprend :

1° Une petite table des épactes juliennes et grégoriennes ;

2° Une petite table des dates des pleines lunes pascales ;

3° Une petite table des additions mensuelles pour l'épacte ;

4° Une petite table pour les indictions ;

5° Une petite table indiquant la place des Ides et des Nones.

1. PETITE TABLE DES ÉPACTES JULIENNES ET GRÉGORIENNES.

Inscription des années de 1 à 100. — Les 95 premières années sont inscrites en 5 colonnes de 19 lignes ; la 6e colonne qui ne renfermerait que 96, 97, 98, 99 et 100 a été supprimée. On imaginera aisément la ligne qu'occuperait chacune de ces années s'il en était besoin dans un problème.

Epactes des années du Ier siècle. — La 6e colonne contient les épactes du 1er siècle.

Epactes réformées du XVIe siècle. — La 7e colonne contient les épactes réformées du XVI siècle, depuis 1501 jusqu'à 1600 inclusivement, *les u du* XVIe *siècle étant représentés par les* 100 *premières années.*

Mais les épactes de la 7e colonne n'ont pas été en usage avant 1582 et celles de la 6e, établies au 1er quart du VIe siècle, sont aussi rétrospectives dans les premiers siècles.

Les unes et les autres servent de point de départ pour les glissements séculaires.

Les c juliens et grégoriens. — La colonne 8 contient les c juliens de 1 à 19 et la colonne 10 les c grégoriens de 16 à 34.

Les glissements séculaires. — Ils sont basés sur ce principe : Les épactes des années d'un siècle quelconque se succèdent dans le même ordre que les épactes du Ier siècle ou du XVIe siècle, suivant qu'il s'agit du Calendrier julien ou du Calendrier grégorien, mais sur une position différente qui dépend de la valeur de c. Il n'y a qu'à transposer, ce qui se fait par les glissements. Les glissements ne transportent pas les épactes ; ils indiquent simplement où doit se lire l'épacte.

Soit à trouver l'épacte des années 101 et 1601. La colonne 9 indicatrice des glissements, se rapporte aux c juliens de la colonne 8 et aux c grégoriens de la colonne 10. Pour c = 1 et c = 16 le glissement est +5. Cela signifie que l'épacte des années 101 et 1601 doit se lire 5 lignes *au-dessous* de u = 01 occupant la 1^re^ ligne, c'est-à-dire à la 6^e^ ligne. L'année 101 a pour épacte 14 et l'année 1601 pour épacte 25.

Soit encore à trouver l'épacte de 1938 dans les deux Calendriers.

Epacte grégorienne de 1938. — u = 38 est à la 19^e^ ligne. c = 19 dans le Calendrier grégorien a le glissement + 1 et la correction — 2. La correction n'affecte que les épactes grégoriennes, elle est indiquée dans la 11^e^ colonne. Ainsi, c = 16 a la correction 0, c = 17 la correction — 1, ainsi que c = 18, et c = 19 a la correction — 2, ainsi que c = 20 et c = 21.

Le glissement + 1 fait passer de la 19^e^ ligne où se trouve u = 38, à la 1^re^ ligne où l'épacte du XVI^e^ siècle est 1. Ce serait l'épacte de 1938 s'il n'y avait pas de correction à faire. La correction retranche 2 à l'épacte 1, ce qui est impossible. On ajoute alors 30 à l'épacte 1 et l'on retranche 2, ce qui donne 29. L'épacte de 1938 est 29.

Epacte julienne de 1938. — u = 38 est à la 19^e^ ligne. c = 19 dans le Calendrier julien a le glissement 0. L'épacte de 1938 se lit donc à la 19^e^ ligne dans la colonne 6 des épactes juliennes du I^er^ siècle : c'est 8.

Epacte de l'an 608. — u = 08 est à la 8^e^ ligne. c = 6 dans le Calendrier julien a le glissement — 8. L'épacte de 608 est 8 lignes *au-dessus* de u = 08 occupant la 8^e^ ligne. Le glissement — 7 conduirait à la 1^re^ ligne, le glissement — 8 conduit à la 19^e^ où on lit l'épacte 8 dans la colonne des épactes du 1^er^ siècle. C'est l'épacte de 608.

Epacte grégorienne de l'an 1954. — u = 54 est à la 16^e^ ligne. Dans le Calendrier grégorien, pour c = 19 le glissement est + 1 et la correction — 2. Le glissement + 1 fait passer de la 16^e^ ligne à la 17^e^ ligne où on lit l'épacte 27 dans la colonne 7 des épactes réformées du XVI^e^ siècle. Ce serait l'épacte de 1954 s'il n'y avait pas de correction. La correction retranche 2 à l'épacte. Il reste donc 25. Il faut alors se souvenir qu'il y a deux épactes 25. Or, la lecture de l'épacte 27, avant de faire la correction, a eu lieu à la 17^e^ ligne. Cela signifie que le nombre d'or de 1954 est 17. Il faut donc prendre pour épacte XXV.

Epacte de la dernière année d'un siècle, 1700 par exemple.

Pendant tout le XVII^e siècle, c = 16, sauf pour la dernière année 1700. Dans l'« Abrégé pratique du Calendrier » on prend pour avoir 1700, c = 16 et u = 100. *La* 5^e *ligne contiendrait u = 100 s'il était inscrit.* Pour c = 16 le glissement est + 5, *mais la correction à prendre est celle de c =* 17, *c'est-à-dire —* 1, *car les corrections ont lieu les années séculaires.* Le glissement +5 fait passer de la 5^e ligne où se lit u = 100 à la 10^e ligne où on lit l'épacte 10 dans la colonne 7 des épactes réformées du XVI^e siècle. Ce serait l'épacte de 1700 s'il n'y avait pas de correction à faire. La correction pour c = 17 consiste à retrancher 1 à l'épacte.

L'épacte de 1700 est donc 10 — 1 = 9.

Ce cas particulier était à signaler.

2. PETITE TABLE DES DATES DES PLEINES LUNES PASCALES.

Cette table montre que les épactes comprises entre 13 et 23 inclusivement, mettent la pleine lune pascale entre les 21 et 31 Mars inclusivement et que toutes les autres épactes la mettent entre le 1 et le 18 Avril inclusivement.

Les épactes 24 et XXV n'y figurent pas parce que, quand l'épacte est 24 il faut faire comme si elle était 25 et quand elle est XXV il faut faire comme si elle était 26. On se rappelle, en effet, que 24.25 et XXV.26 sont ensemble inscrites au 5 et 4 Avril respectivement du Calendrier perpétuel grégorien. Ce sont les dates des nouvelles lunes pascales de 29 jours dont les pleines lunes arrivent le 5 + 13 = 18 Avril et le 4 + 13 = 17 Avril, comme pour les épactes 25 et 26 respectivement.

Au-dessous de la table des pleines lunes pascales, ce fait est rappelé par les égalités : épacte 24 = épacte 25 ; épacte XXV = épacte 26.

3. PETITE TABLE DES ADDITIONS MENSUELLES POUR L'EPACTE.

Cette petite table est formée par les initiales des 12 mois de l'année disposées en deux colonnes, la première contenant les mois de rang impair : Janvier, Mars etc... et la seconde les mois de rang pair : Février, Avril etc... Elle est logée dans le vide partiel des colonnes 12 et 13.

Chaque initiale est accompagnée d'un chiffre de 0 à 9, placé en indice. Ce chiffre indique, pour chaque mois, ce qu'il faut ajouter à l'épacte pour pouvoir compter, sur le Calendrier de Janvier, l'âge de la lune au cours du mois en question.

Par exemple, si l'épacte est 8, on sait que la lune avait 8 jours avant d'aborder le 1er Janvier. Quel était l'âge de la lune la veille du 1er Mai ? Cette petite table des additions mensuelles permet de résoudre de suite la question. Le mois de Mai y est affecté de l'indice 2, ce qui signifie qu'il faut ajouter 2 à l'épacte 8 pour obtenir l'âge de la lune la veille du 1er Mai. Au moment d'aborder le 1er Mai la lune a donc 10 jours si l'épacte est 8, 15 jours si l'épacte est 13, 19 jours si l'épacte est 17 etc...

Age de la lune le 20 Septembre 1936. — On cherche d'abord l'épacte de l'année 1936 comme il a été indiqué antérieurement. On trouve 6.

Septembre ajoute 7 à l'épacte. La veille du 1er Septembre la lune a donc $6 + 7 = 13$ jours. Le 20 Septembre elle a $13 + 20 = 33$ j. Cela indique une lunaison terminée en Septembre, elle est de 30 jours Le 20 Septembre la lune a donc $33 - 30 = 3$ jours.

Age de la lune le 15 Mai 1938. — L'épacte de 1938 est 29. Le mois de Mai ajoute 2 à l'épacte, ce qui fait 31. Cela représente une lunaison terminée en Avril : elle est de 29 jours. La veille du 1er Mai la lune a donc $31 - 29 = 2$ jours. Le 15 Mai elle a 17 jours.

Si l'on se reporte au Calendrier lunaire perpétuel grégorien, on verra que la lune y a seulement 16 jours le 15 mai, parce que la veille du 1er Mai elle n'a qu'un jour.

Pour les fortes épactes, la différence pourra être quelquefois de 1 jour entre l'âge donné par le Calendrier perpétuel lunaire et l'âge trouvé au moyen de la table des additions mensuelles de l'épacte, à cause du renversement de la règle des durées des lunaisons. Ainsi avec cet exemple, 2 lunaisons finissent en Mars avec renversement de la règle.

4. PETITE TABLE POUR LES INDICTIONS.

Il a été question des Indictions au chapitre IV de la Ire Partie : le lecteur peut s'y reporter s'il le juge à propos.

Cette petite table est placée à droite de celle des pleines lunes pascales.

Inscription des années du Ier siècle. — Les 90 premières années seulement sont inscrites en 6 groupes de 15. Chaque année d'un groupe de 15 occupe l'une des 15 cases que comprend cette table.

L'an 1 de notre ère aurait pour indiction 4, ce qui explique son inscription dans la 4e case. L'an 2 a pour indiction 5, d'où son inscription dans la 5e case. L'an 12 ayant pour indiction 15 occupe la 15e case. L'an 13 ayant pour indiction 1 occupe la 1re case, l'an 14 la 2e case etc...

On placera aisément les années de 91 à 100 inclusivement, s'il en est besoin, dans les cases qu'elles occuperaient respectivement, si elles étaient inscrites.

Glissements séculaires. — Au-dessous des années du 1er siècle se trouve l'indication des glissements qui permettent d'obtenir immédiatement l'indiction d'une année donnée.

L'année de millésime m étant écrite $m = 100c + u$, à la valeur de c correspond un glissement déterminé qui déplace u et l'amène dans la case indiquant l'indiction cherchée. Il n'y a que 3 glissements 0, +5 (de haut en bas), —5 (de bas en haut). Le glissement 0 ne change pas l'u de place, le glissement 5 fait avancer u de 5 lignes, c'est-à-dire d'une colonne, le glissement — 5 fait reculer u de 5 lignes, c'est-à-dire d'une colonne.

Expliquons comment on détermine les indictions au moyen de cette table, par quelques exemples.

Indiction de l'an 97. — L'an 97, non inscrit, occuperait la 10e case. L'an 97 a pour indiction 10.

Indiction de l'an 350. — $u = 50$, $c = 3$.

Le glissement pour $c = 3$ est 0. L'an 50 du 1er siècle a l'indiction 8. L'an 350 a donc aussi l'indiction 8 puisque $u = 50$ n'est pas déplacé.

Indiction de l'an 548. — $u = 48$, $c = 5$.

Le glissement pour $c = 5$ est $+ 5$. L'an 48 occupant la 6e case, l'indiction de l'an 548 est $6 + 5 = 11$, puisque le glissement $+ 5$ amène $u = 48$ de la case numérotée 6 à la case numérotée $6 + 5 = 11$.

Indiction de l'an 786. — $u = 86$, $c = 7$.

Le glissement pour $c = 7$ est $— 5$, l'an 86 du 1er siècle à l'indiction 14. L'an 786 a donc l'indiction $14 — 5 = 9$.

Indiction de l'an 4713 avant notre ère. — On a :
4713 avant notre ère $= — 4712 = — 4800 + 88$.

Pour $c = — 48$ on voit aisément que l'on aurait le glissement 0. L'an 88 ayant 1 pour indiction, c'est aussi l'indiction de l'an 4713 avant notre ère.

5. PETITE TABLE INDIQUANT LA PLACE DES IDES ET DES NONES.

Cette petite table surmonte celle des Indictions. Les Ides y sont représentées par I et les Nones par N. Elle indique que les Ides sont le 15 et les Nones le 7 aux mois de Mars, Mai, Juillet et Octobre, et dans tous les autres mois les Ides le 13 et les Nones le 5.

6. PROBLÈMES RÉSOLUS A L'AIDE DU TABLEAU II OU DES TABLEAUX I ET II SIMULTANÉMENT EMPLOYÉS

Ier **Problème.** — *Trouver le nombre d'or de* 1936 (*Nouveau Style*).

Ce problème se résout en même temps que celui de la recherche de l'épacte de 1936, car le nombre d'or est indiqué par le rang de la ligne où se lit l'épacte.

Ce rang est indiqué par les 19 premières valeurs de u. L'épacte de 1936, après le glissement + 1 pour 19 centaines, se lit à la 18e ligne. *Le nombre d'or de* 1936 *est* 18.

IIe **Problème.** — *Trouver le nombre d'or de* 1380 (*Vieux Style*).

Dans le Calendrier julien, l'an o a pour nombre d'or 1 et pour épacte 8. Or, l'épacte 8 est à la 19e ligne. Il y a donc un décalage d'une unité. L'épacte de 1380 se lit à la ligne 4 + 8 = 12. Le nombre d'or est 13.

IIIe **Problème.** — *Quelles sont les années du* VIIe *siècle qui ont pour nombre d'or* 15. — C'est le problème inverse. Il faut donc partir de la ligne 14e dont le rang est inférieur d'une unité au nombre d'or et faire les glissements pour c = 6 *changés de signe.* Pour c = 6 on lit le glissement — 8 qui se change en glissement + 8 dans le problème inverse. On aboutit donc à la ligne 14 + 8 = 22e qui n'existe pas. On est ainsi averti de retrancher 19, ce qui donne la ligne 3e. Les u figurant sur cette ligne : 3, 22, 41, 60, 79 et aussi 98 qui y figurerait s'il y avait été inscrit, répondent à la question. Les années demandées sont : 603, 622, 641, 660, 679, 698.

IVe **Problème.** — *Quelles sont les années du* XIIe *siècle qui ont* 20 *pour épacte* ?

Il s'agit du Calendrier julien.

On donne c = 11 et on cherche les valeurs de u.

Pour c = 11 on lit le glissement —2 quand on cherche l'épacte. Or, c'est le problème inverse : il faut donc faire le glissement + 2. L'épacte

20 du 1^{er} siècle est à la 12^e ligne. L'épacte 20 du XII^e siècle est à la $12 + 2 = 14^e$ ligne. Ce sont donc les années 1114, 1133, 1152, 1171, 1190 qui admettent 20 pour épacte.

V^e Problème. — *Quelles sont les années du* XVIII^e *siècle, dans le Calendrier grégorien, qui ont l'épacte* 6 ?

Pour c = 17, dans le Calendrier grégorien, le Tableau II montre que le glissement est — 9 et la correction —1.

Si l'épacte du XVIII^e siècle est 6, celle du XVI^e siècle est 7 lue à la 7^e ligne. Le problème étant inverse, le glissement — 9 se change en + 9 ce qui conduit à la $7 + 9 = 16^e$ ligne.

Les années demandées sont donc : 1716, 1735, 1754, 1773, 1792.

VI^e Problème. — *Trouver les années du* XIV^e *siècle qui ont pour indiction* $i = 9$.

On donne c = 13, on demande u.

Il faut partir de la 9^e case et faire les glissements indiqués pour c = 13, *mais changés de signe* puisqu'il s'agit du problème inverse de la recherche de i.

Pour c = 13, le glissement est — 5 dans la recherche de i, et dans le problème inverse il est + 5. Les u des années cherchées sont donc dans la case numérotée $9 + 5 = 14$. Les années demandées sont donc : 1311, 1326, 1341, 1356, 1371, 1386.

VII Problème. — *Déterminer Pâques en* 1560.

Il s'agit du Calendrier julien.

Cherchons d'abord l'épacte qui fait connaître la date de la pleine lune pascale. La méthode expliquée plus haut donne o pour épacte et 13 avril pour la date de la pleine lune pascale.

Cherchons ensuite le jour de la semaine le 13 Avril 1560 en utilisant le Tableau I comme nous l'avons expliqué plus haut. Voici les résultats successifs donnés à vue :

Io 1960 = samedi, Io 1560 = samedi + 3 = mardi.

I Avril 1560 = mardi — 1 = lundi, 13 Avril samedi.

Pâques est le dimanche suivant, lendemain 14 Avril.

VIII^e Problème. — *Déterminer Pâques en* 1954 (*Nouveau Style*).

L'épacte de 1954 a été trouvée précédemment égale à XXV. Il faut faire comme si elle était 26. La pleine lune pascale est le 17 Avril. Cherchons le jour de la semaine le 17 Avril 1954, au moyen du Tableau I, conformément à la méthode expliquée. On a successivement :

IJ 1954 = vendredi, 1 Avril 1954 = vendredi — 1 = jeudi.

Le 1er Avril étant un jeudi, le 17 Avril est un samedi.

Pâques est le dimanche suivant, lendemain 18 Avril.

IXe Problème. — *Y a-t-il au* XXe *siècle une année qui admette pour Cycle solaire* 19, *pour nombre d'or* 15 *et pour indiction* 12 ?

On donne c = 19, on demande u.

1° **s = 19**. C'est le Cycle solaire donné, on cherche u pour c = 19. Pour c = 19, le glissement serait + 5 dans la recherche de s ; dans le problème inverse qui nous occupe, le glissement est — 5. Les u cherchés se trouvent dans la case numérotée 19 — 5 = 14. u = 14, 42, 70, 98.

2° **n = 15**. C'est le nombre d'or donné, on cherche u pour c = 19. Si nous opérons dans le Calendrier grégorien, nous partons de la ligne 15e et nous faisons le glissement pour c = 19 mais en le changeant de signe, ce qui donne 15 — 1 = 14. Les u cherchés sont : 14, 33, 52, 71, 90.

Si nous opérons dans le Calendrier julien, il faut partir de la ligne 15 — 1 = 14 et y ajouter pour c = 19 le glissement changé de signe qui est 0. On a donc les mêmes valeurs de u que ci-dessus. Le nombre d'or d'une année est le même dans les deux Calendriers.

3° **i = 12**. C'est l'indiction donnée, on cherche u pour c = 19. Pour c = 19 le glissement serait — 5 dans la recherche de i ; dans le problème inverse qui nous occupe, il est + 5. Les u cherchés se trouvent dans la case 12 + 5 = 17. Elle n'existe pas. On est averti de retrancher 15 ce qui donne 2 pour reste. C'est dans la 2e case que se trouvent les u cherchés : u = 14, 29, 44, 59, 74, 89.

Parmi les u trouvés dans ces problèmes, il y en a un qui est commun, 14.

L'année 1914 répond à la question : elle a pour Cycle solaire s = 19, pour nombre d'or n = 15 et pour indiction i = 12.

Ces exemples de problèmes pourraient être multipliés à l'infini. La marche à suivre nous paraît suffisamment indiquée par ceux que nous venons de résoudre.

TABLES DE LA II^me PARTIE.

I. — Calendrier perpétuel avec Lettres Dominicales.

TABLEAU I

Dimanche	A	B	C	D	E	F	G
Lundi	B	C	D	E	F	G	A
Mardi	C	D	E	F	G	A	B
Mercredi	D	E	F	G	A	B	C
Jeudi	E	F	G	A	B	C	D
Vendredi	F	G	A	B	C	D	E
Samedi	G	A	B	C	D	E	F

TABLEAU II

Quantièmes des Mois					Janvier-Octobre	Mai	Août	Février-Mars-Novembre	Juin	Septembre-Décembre	Avril-Juillet
1	8	15	22	29	A	B	C	D	E	F	G
2	9	16	23	30	B	C	D	E	F	G	A
3	10	17	24	31	C	D	E	F	G	A	B
4	11	18	25		D	E	F	G	A	B	C
5	12	19	26		E	F	G	A	B	C	D
6	13	20	27		F	G	A	B	C	D	E
7	14	21	28		G	A	B	C	D	E	F

II. — NOUVEAU CALENDRIER PERPÉTUEL

de J.-M. OUDIN.

DISPOSITION ET USAGE DU CALENDRIER

La disposition que nous avons donnée à ce Calendrier permet de l utiliser immédiatement comme un *Calendrier ordinaire* pour n importe quelle année des Calendriers Julien et Grégorien

Elle permet en outre de résoudre un grand nombre de problèmes et les problèmes réversibles ainsi que de déterminer la date de Pâques pour telle année donnée dans les deux Calendriers.

Disposition — Le Calendrier est à droite en deux colonnes sur toute la hauteur Les quantièmes situés sur une même ligne verticale portent le même nom au cours d une année. Ces noms sont écrits en abrégé au-dessous des mois D L m M J V S (m = Mardi M = Mercredi). — Lire Janvier et Février à la seconde colonne les années bissextiles à la première les années communes

Usage — Soit l année 1938 (c = 19 u = 38) Chercher 19 dans la *Table des c au-delà du* 15 *Oct* 1582 et 38 dans la *Table des u*. La ligne verticale contenant 19 et la ligne horizontale contenant 38 se coupent sur le chiffre 6 Ce chiffre est reproduit devant la 2e ligne des jours de la semaine. C est le Calendrier de 1938.

Nombres d'or	Epactes du Ier siècle	Epactes du XVIe siècle	Epacte	PL pascale de Mars	Epacte	PL pascale d'Avril
1	8	1	23	21	12	1
2	19	12	22	22	11	2
3	0	23	21	23	10	3
4	11	4	20	24	9	4
5	22	15	19	25	8	5
6	3	26	18	26	7	6
7	14	7	17	27	6	7
8	25	18	16	28	5	8
9	6	29	15	29	4	9
10	17	10	14	30	3	10
11	28	21	13	31	2	11
12	9	2	Epacte 24 = Epacte 25	Epacte XXV = Epacte 26	1	12
13	20	13			0	13
14	1	24			29	14
15	12	5			28	15
16	23	16			27	16
17	4	27			26	17
18	15	8			25	18
19	26	19				

Janvier (an de 365 j.)

1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31				

Janvier (an de 366 j.)

						1
2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15
16	17	18	19	20	21	22
23	24	25	26	27	28	29
30	31					

Février (an de 365 j.)

			1	2	3	4
5	6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25
26	27	28				

Février (an de 366 j.)

		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29				

Mars

			1	2	3	4
5	6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25
26	27	28	29	30	31	

Août

		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30	31		

Avril

						1
2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15
16	17	18	19	20	21	22
23	24	25	26	27	28	29
30						

Septembre

					1	2
3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29	30

FÊTES MOBILES, DÉPENDANT DE PAQUES

Septuagésime	9e D.	avant	Pâques
Sexagésime	8e D.	»	»
Quinquagésime	7e D.	»	»
Cendres	7e M.	»	»
1er D. de Carême	6e D.	»	»
Passion	2e D.	»	»
Rameaux	1er D.	»	»
Vendredi Saint	1er V.	»	»
Quasimodo	1er D.	après	Pâques
Rogations	6e L.	»	»
Ascension	6e J.	»	»
Pentecôte	7e D.	»	»
Trinité	8e D.	»	»
Fête-Dieu	9e J.	»	»
1er D. de l'Avent	4e D.	avant	Noël

TABLE DES C

—6	—5	—4	—3	—2	—1	0
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15						

4 Octobre 1582

15 Octobre 1582

	15	16	17
18	19	20	21
22	23	24	25
26	27	28	29
30	31	32	33
34	35	36	37
38	39	40	41
42	43	44	45
46	47	48	49
50	51	52	53
54	55	56	57
58	59	60	61

Mai

	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27
28	29	30	31			

Octobre

1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31				

Juin

				1	2	3
4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17
18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	

Novembre

			1	2	3	4
5	6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25
26	27	28	29	30		

Juillet

						1
2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15
16	17	18	19	20	21	22
23	24	25	26	27	28	29
30	31					

Décembre

					1	2
3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29	30
31						

Table des u

00	06		17	23	28	34		45	51	56	62		73	79	84	90	
01	07	12	18		29	35	40	46		57	63	68	74		85	91	96
02		13	19	24	30		41	47	52	58		69	75	80	86		97
03	08	14		25	31	36	42		53	59	64	70		81	87	92	98
	09	15	20	26		37	43	48	54		65	71	76	82		93	99
04	10		21	27	32	38		49	55	60	66		77	83	88	94	
05	11	16	22		33	39	44	50		61	67	72	78		89	95	

4	3	2	1	0	6	5
5	4	3	2	1	0	6
6	5	4	3	2	1	0
0	6	5	4	3	2	1
1	0	6	5	4	3	2
2	1	0	6	5	4	3
3	2	1	0	6	5	4

Jours de la Semaine

V	S	D	L	m	M	J
S	D	L	m	M	J	V
D	L	m	M	J	V	S
L	m	M	J	V	S	D
m	M	J	V	S	D	L
M	J	V	S	D	L	m
J	V	S	D	L	m	M

Jours de la Semaine

V	S	D	L	m	M	J
S	D	L	m	M	J	V
D	L	m	M	J	V	S
L	m	M	J	V	S	D
m	M	J	V	S	D	L
M	J	V	S	D	L	m
J	V	S	D	L	m	M

III. — Abrégé pratique du Calendrier, de J.-M. Oudin

TABLEAU I

<table>
<tr><td>I_J</td><td colspan="5">Petite table des u</td><td>Petite table des c</td><td colspan="2">Mois</td></tr>
<tr><td>I_O</td><td colspan="5">u du XXe siècle (1 à 100)</td><td rowspan="2">Glissements séculaires
applicables aux
2 Calendriers

3 2 1 0 —1 —2 —3</td><td colspan="2">Janvier-Octobre
Glissts mensuels</td></tr>
<tr><td>m</td><td>1 57
29 85</td><td>7 63
35 91</td><td>. .
. .</td><td>18 74
46</td><td>24 80
52</td><td colspan="2" rowspan="4">1 8 15 22 29
2 9 16 23 30
3 10 17 24 31
4 11 18 25 | 4-15 oct. 1582
5 12 19 26
6 13 20 27
7 14 21 28</td></tr>
<tr><td>M</td><td>2 58
30 86</td><td>8 64
36 92</td><td>13 69
41 97</td><td>19 75
47</td><td>. .
.</td><td rowspan="3">c. Juliens

—6 —5 —4 —3 —2 —1 0
1 2 3 4 5 6 7
8 9 10 11 12 13 14
15 16 17 18 19 20 21</td></tr>
<tr><td>J</td><td>3 59
31 87</td><td>. .
. .</td><td>14 70
42 98</td><td>20 76
48</td><td>25 81
53</td></tr>
<tr><td>V</td><td>4 60
32 88</td><td>9 65
37 93</td><td>15 71
43 99</td><td>. .
.</td><td>26 82
54</td></tr>
<tr><td>S</td><td>. .
. .</td><td>10 66
38 94</td><td>16 72
44 100</td><td>21 77
49</td><td>27 83
55</td><td rowspan="2">c. Grégoriens

15 16 17
18 19 20 21
22 23 24 25
26 27 28 29</td><td>Juin
S. D.
A. J.</td><td>—3
—2
—1</td></tr>
<tr><td>D</td><td>5 61
33 89</td><td>11 67
39 95</td><td>. .
. .</td><td>22 78
50</td><td>28 84
56</td><td>Janv.—Oct.</td><td>0</td></tr>
<tr><td>L</td><td>6 62
34 90</td><td>12 68
40 96</td><td>17 73
45</td><td>23 79
51</td><td>. .
.</td><td>Glissts séc. pr s (c. Juliens)
—3 13 1 —11 5 —7 9</td><td>Mai
Août
F—M. N.</td><td>+1
+2
+3</td></tr>
</table>

Petite table des Épactes												PL				I = 15, N = 7 Mars, Mai, Juil., Oct. I = 13, N = 5, autres mois					
u de 1 à 95 (ajouter 96 à 100)					Ep. Ier s.	Ep. XVIe s.	c. Julien	Glissements	c. Grégoriens	Correction G.		Épacte	P L Mars	Épacte	P L Avril	Indictions					
1	20	39	58	77	19	1	1	+5	16	0		23	21	12	1	13	58	3	48	8	53
2	21	40	59	78	0	12	2	—9	17	—1		22	22	11	2	28	73	18	63	23	68
3	22	41	60	79	11	23	3	—4	18	—1		21	23	10	3	43	88	33	78	38	83
4	23	42	61	80	22	4	4	+1	19	—2		20	24	9	4	14	59	4	49	9	54
5	24	43	62	81	3	15	5	+6	20	—2		19	25	8	5	29	74	19	64	24	69
6	25	44	63	82	14	26	6	—8	21	—2		18	26	7	6	44	89	34	79	39	84
7	26	45	64	83	25	7	7	—3	22	—3		17	27	6	7	15	60	5	50	10	55
8	27	46	65	84	6	18	8	+2	23	—4		16	28	5	8	30	75	20	65	25	70
9	28	47	66	85	17	29	9	+7	24	—3		15	29	4	9	45	90	35	80	40	85
10	29	48	67	86	28	10	10	—7	25	—4		14	30	3	10	1	46	6	51	11	56
11	30	49	68	87	9	21	11	—2	26	—5		13	31	2	11	16	61	21	66	26	71
12	31	50	69	88	20	2	12	+3	27	—5		J0	F1	1	12	31	76	36	81	41	86
13	32	51	70	89	1	13	13	+8	28	—5		M0	A1	0	13	2	47	7	52	12	57
14	33	52	71	90	12	24	14	—6	29	—6		M2	J3	29	14	17	62	22	67	27	72
15	34	53	72	91	23	5	15	—1	30	—6		J4	A5	28	15	32	77	37	82	42	87
16	35	54	73	92	4	16	16	+4	31	—7		S7	O7	27	16						
17	36	55	74	93	15	27	17	+9	32	—7		N9	D9	26	17						
18	37	56	75	94	26	8	18	—5	33	—7		30	29	25	18						
19	38	57	76	95	8	19	19	0	34	—8		24=25;XXV=26									

Glissts séculaires

—5	5	0
—2	—1	0
1	2	3
4	5	6

TROISIÈME PARTIE

LE CALENDRIER PAR CŒUR.

La Ire Partie nous a montré qu'au moyen des Tables I et V constituant chacune un double Calendrier perpétuel solaire et lunaire, le 1er Julien, le second Grégorien, on obtient aisément :

1° La correspondance entre les jours de la semaine et les quantièmes des mois ;

2° La date de la fête de Pâques ;

3° L'âge de la lune.

Notre « *Nouveau Calendrier perpétuel* » et notre « *Abrégé pratique du Calendrier* » dont l'explication fait l'objet de la IIe Partie de cette Etude, permettent d'obtenir les mêmes résultats.

Au lecteur qui nous a suivi dans les deux premières Parties, nous voudrions montrer que, s'il possède la clef des quatre opérations, il peut se passer de Calendrier à la condition d'appliquer les règles et formules simples déjà établies et celles que nous établissons encore dans cette IIIe Partie.

Dans le chapitre I nous démontrons une formule mnémonique, de calcul mental facile, constituant un Calendrier annuel si l'on connaît le jour de la semaine du 1er Janvier et un Calendrier perpétuel si l'on connaît la manière de déterminer le jour de la semaine du 1er Janvier. Dans la Ire Partie, nous avons donné des règles simples pour faire cette détermination.

Le chapitre II a pour objet une seconde formule simple constituant encore un Calendrier perpétuel, mais d'un emploi moins rapide que le précédent.

Dans le chapitre III nous établissons une formule analogue à celle du chapitre I, pour calculer l'âge de la lune dans les deux Calendriers, à une date quelconque, connaissant l'épacte de l'année dont il s'agit. Or l'épacte a été déterminée très simplement dans la Ire Partie, pour les deux Calendriers.

Le chapitre IV a pour but de déterminer mentalement la date de Pâques, dans les deux Calendriers, par l'emploi de la formule suivante, établie dans la Ire Partie de cette étude :

$$P = 45 - E + (E + 2 - L)7 \text{ Mars.}$$

Le problème le plus important du Calendrier est précisément la détermination de la date de Pâques pour une année donnée.

C'est un problème d'une certaine difficulté : à preuve, l'opuscule sur le Calendrier paru à Lyon en 1925, cité dans notre introduction, et dont l'auteur averti cependant, n'a pas interprété correctement la formule qu'il emploie, sans la démontrer d'ailleurs, et conduisant le lecteur qui suit sa méthode à une date erronée de la fête de Pâques dans un certain nombre de cas que nous signalons ci-dessous.

Dans le chapitre qui traite de la détermination de la fête de Pâques, l'auteur de cet opuscule s'exprime en ces termes :

« Les formules que nous allons donner ont été ramenées au maxi-
» mum de simplicité, à tel point qu'elles peuvent paraître déconcer-
» tantes à l'analyse. Nous les donnons cependant sous leur forme
» définitive, sans les discuter ou les démontrer, ce qui ne présenterait
» aucun intérêt pour le but de vulgarisation que nous poursuivons.
» Elles ont été soigneusement vérifiées, soit au moyen du Calendrier
» lunaire et solaire perpétuel de Demonferrand, soit par l'une quel-
» conque des méthodes classiques : par le terme pascal, par la férie
» du 1er Mars, par les clefs des fêtes mobiles, par les formules de Gauss.
» Notre procédé est incontestablement aussi précis et beaucoup plus
» rapide que tous ceux que nous venons de citer ; il a en outre le
» grand avantage d'être réversible ».

Ainsi, notre méthode s'oppose à celle de M. H. Couturier puisque, dans un but de vulgarisation aussi, nous établissons le plus simplement possible toutes les formules que nous utilisons. En ce qui concerne le problème de déterminer la date de Pâques, tout l'intérêt de la démonstration de la formule :

$$P = 45 - E + (E + 2 - L)7,$$

réside dans la certitude que l'on a d'obtenir la date exacte de Pâques pour n'importe quelle année donnée, car cette formule n'étant générale que sous les conditions qui ont été spécifiées pour l'épacte lors de son établissement, on est averti dans chaque cas, quelle valeur on doit prendre pour E.

Ainsi, en se reportant à cette démonstration, on peut énoncer les règles suivantes qui doivent toujours être appliquées quand on fait usage de la formule :

$$P = 45 - E + (E + 2 - L)7.$$

1° Si E est inférieur ou égal à 23, on remplace dans cette formule E par sa valeur.

2° Si E est supérieur à 23, on remplace dans cette formule E par sa valeur diminuée de 30, c'est-à-dire par un nombre négatif.

De plus, *et par exception*, si l'épacte est 24, il faut faire comme si elle était 25, c'est-à-dire prendre $E = 25 — 30 = — 5$; et si l'épacte est XXV (nombre d'or supérieur à 11) il faut faire comme si elle était 26, c'est-à-dire prendre $E = 26 — 30 = — 4$.

En appliquant ces règles, qui permettent de considérer la formule ci-dessus comme absolument générale, on est sûr d'arriver à un résultat exact dans tous les cas.

Voici maintenant comment l'auteur de l'opuscule sur le Calendrier indique le Calcul de Pâques dans le Calendrier grégorien.

« Formule générale : $P = R + T$ Mars. R se calcule comme » suit : $R = 45 — E$ (+ 28 ?). C'est-à-dire : de 45, soustraire l'épacte. » Si le reste est supérieur à 21, on le conserve tel quel. S'il est égal ou » inférieur à 21 on lui ajoute 28. Pourquoi faut-il ajouter 28 ? Parce » que $45 — E$ nous donne la date de la pleine lune la plus voisine en » deçà ou au delà de l'équinoxe. Si $E = 25$, il y aura uue pleine lune le 20 » Mars ; mais ce n'est pas de celle-là que peuvent partir nos calculs, » puisque ce n'est pas celle qui suit l'équinoxe. Pâques sera le dimanche » après la pleine lune suivante, qui tombera le $20 + 28 = 48$ Mars, ou » 17 Avril.

» **Observation.** — En réalité, la pleine lune peut tomber un » jour avant ou après la date donnée par $45 — E$. Mais la correction » pour le calcul de Pâques est apportée automatiquement par l'addition » de T.

» T se calcule comme suit : $T = E + 2 — K — q7$. C'est-à-dire : ajou- » ter 2 à l'épacte, et soustraire le coefficient K du Calendrier solaire. » Diviser par 7, pour ne conserver que le reste.

» **Exemple.** — Date de Pâques en 1935 ?

» On a : $K = 2, E = 25$,
$R = 45 — 25 = 20 (+28) = 48$,
$T = 25 + 2 — 2 = 25 — q7 = 4$.

» Pâques est donc le $48 + 4 = 52$ Mars ou 21 Avril.

Critique. — 1° Ce n'est pas $45 — E$ qui est la date de la pleine lune mais bien $44 — E$, avec pour E les conventions ci-dessus indiquées.

Ces conventions non appliquées et l'addition de 28 conduisent à un nombre assez considérable de dates pascales erronées, signalées plus bas.

2° Si $E = 25$, la pleine lune n'est pas le 20 Mars mais le 19 Mars, comme le montre le Calendrier perpétuel lunaire grégorien (Table V).

Les deux épactes 25 et XXV y figurent le 6 Mars. La lune a donc 1 jour le 6 Mars et la pleine lune s'obtient en ajoutant 13 à cette date, ce qui donne $6 + 13 = 19$ Mars.

3° La pleine lune suivante n'a pas toujours lieu le 17 Avril. Le Calendrier perpétuel lunaire montre que l'épacte 25 est au 5 Avril, donc la pleine lune le $5 + 13 = 18$ Avril, et que l'épacte XXV est au 4 Avril, donc la pleine lune le $4 + 13 = 17$ Avril.

Ainsi, dans le Calendrier grégorien, il y a deux épactes 25, comme nous l'avons signalé dans la Ire Partie ; et il faut avoir soin de distinguer l'une de l'autre quand il s'agit de déterminer la date de Pâques.

On voit par là qu'il n'est pas inutile d'établir et d'expliquer minutieusement les formules qui renferment l'épacte afin d'être assuré de les appliquer correctement. Il est essentiel de distinguer les deux épactes 25 pour calculer exactement la date de Pâques.

Passons maintenant en revue les cas où l'application de la méthode préconisée dans cet opuscule n'aboutit pas à une date exacte de la fête de Pâques (Cas où l'auteur ajoute systématiquement 28, c'est-à-dire quand $45 - E$ lui donne un résultat inférieur ou égal à 21).

1er cas : $E = 24, K = 5$. On trouve 18 Avril.
Or Pâques est alors le 25 Avril.

Montrons-le pour ce cas. Le lecteur fera ensuite la même preuve pour les cas suivants.

Méthode de l'auteur de l'opuscule :

$$\begin{array}{l} R = 45 - 24 = 21\ (+28) = 49 \\ T = 24 + 2 - 5 = 21 - q7 = \underline{\ \ 0} \\ \hfill 49 \end{array}$$

Pâques est le 49 Mars ou 18 Avril, ce qui est inexact. Pâques est le 25 Avril. Montrons-le.

Notre méthode. — Le coefficient K, que l'auteur appelle coefficient de l'année dans le Calendrier solaire, n'est pas autre chose que la lettre dominicale L. S'il s'agit d'une année bissextile, L s'entend de la seconde lettre dominicale qui seule intéresse la date de Pâques.

On a donc ici $L = 5$. On donne $E = 24$, il faut faire comme si l'épacte était 25 pour appliquer la formule correctement, c'est-à-dire prendre $E = 25 - 30 = -5$. La formule devient ainsi :

$$P = 45 - (-5) + (-5 + 2 - 5)7.$$

La quantité entre parenthèses étant négative et égale à -8 on la rend positive en ajoutant le multiple de 7 convenable, 14 ici, et l'on a : $(-5 + 14 + 2 - 5)7 = 6$, d'où :

$$P = 45 + 5 + 6 = 56 \text{ Mars ou } 25 \text{ Avril},$$

résultat conforme à la Table pascale grégorienne.

2e cas.	E = 25,	K = 5	on trouve	18 Avril	au lieu de	25 Avril
		K = 6	»	17 »	»	24 »
3e cas.	E = XXV,	K = 6	»	17 »	»	24 »
4e cas.	E = 26,	K = 0	»	16 »	»	23 »
		K = 6	»	17 »	»	24 »
5e cas.	E = 27,	K = 0	»	16 »	»	23 »
		K = 1	»	15 »	»	22 »
6e cas.	E = 28,	K = 1	»	15 »	»	22 »
		K = 2	»	14 »	»	21 »
7e cas.	E = 29,	K = 2	»	14 »	»	21 »
		K = 3	»	13 »	»	20 »
8e cas.	E=30 ou 0	K = 3	»	13 »	»	20 »
		K = 4	»	12 »	»	19 »

Ces cas se rapportent tous à des épactes supérieures à 23, c'est-à-dire aux cas où l'auteur demande d'ajouter 28, ce qui constitue un emploi incorrect de la formule. De plus, pour les années 1651 ($E = 8$), 1725 ($E = 15$), 1736 ($E = 17$), 1804 ($E = 18$), 1825 ($E = 11$), 1866 ($E = 14$), 1877 ($E = 15$), 1888 ($E = 17$) l'auteur donne dans sa table une date de Pâques inexacte.

Passons maintenant au problème inverse, résolu également dans l'opuscule de M. H. Couturier. Voici le problème en question et la solution qu'en donne l'auteur, partiellement inexacte, toujours pour les raisons que nous avons indiquées dans le problème direct.

« **Problème.** — *Pendant la première moitié du* XIXe *siècle en quelles* » *années Pâques a-t-il été le* 15 *Avril ?*

» Cela revient à chercher Pâques le 46 Mars. Nous savons que » $P = R + T$, et que T est au plus égal à 7.

» Par conséquent, si T est 0, R sera 46 ; si T est 6, R sera 40. » R est donc un nombre compris entre 40 et 46.

» Mais R est égal à 45 moins l'épacte. Par conséquent, l'épacte » possible sera au minimum de 45 — 44, soit 1, et au maximum de » 45 — 40, soit 5. Mais, d'autre part, le reste R a pu être augmenté » de 28. Si l'épacte est de 30, le reste devient 15 + 28, soit 43. Donc, » tous les R égaux ou supérieurs à 43 peuvent être considérés comme » augmentés de 28. On a alors comme limites : 46 — 28, soit 18, et » 43 — 28, soit 15. Et, dans ce cas, l'épacte sera comprise entre 45 — 18, » soit 27, et 45 — 15 soit 30.

» Donc, pour que Pâques se trouve le 46 Mars ou 15 Avril, il faut » que l'année ait l'une des épactes suivantes : 1, 2, 3, 4, 5 ; 27; 28; 29; 30.

» Quelles sont donc pendant la première moitié du XIXe siècle, les » années qui ont eu une de ces épactes ? Pour les connaître, il suffit » de chercher les années qui ont eu des nombres d'or correspondants ?

» En opérant comme indiqué au § 33, nous voyons que :

» A l'épacte	1 correspond le nombre d'or		12.	
»	2	»	»	23 irréalisable.
»	3	»	»	4.
»	4	»	»	15.
»	5	»	»	26 irréalisable.
»	27	»	»	28 irréalisable.
»	28	»	»	9.
»	29	»	»	20 irréalisable.
»	30	»	»	31 irréalisable.

» Les seuls nombres d'or possibles sont donc 4, 9, 12 et 15.

» Or, 1800 avait pour nombre d'or 15. 1804 avait donc 19 ou 0. » Il nous suffira d'ajouter successivement 4, 9 ,12, 15, 4 + 19, 9 + 19 ; » etc.., à 1804 pour avoir les années correspondant aux nombres d'or » possibles.

» D'autre part pour que Pâques soit le 15 Avril il faut que K soit » égal à 1.

» Par conséquent, toutes les années possibles par leur nombre » d'or qui auront 1 comme coefficient K seront celles où Pâques tom- » bera le 15 Avril.

» Nous trouvons 1827, 1832 et 1838, dont les nombres d'or sont » respectivement 4, 9 et 15, et dont le coefficient K est 1. En 1827, » 1832 et 1838, Pâques était donc le 15 Avril ».

Critique. — 1° *Les épactes* 27 *et* 28 *ne peuvent absolument pas convenir pour la date de Pâques choisie*, 15 *Avril.*

Il suffit pour s'en convaincre de consulter la Table pascale grégorienne placée à la fin de la Ire Partie.

D'ailleurs, on peut le montrer à partir de la formule.

Si $T = 0$, $R = 46$; si $T = 6$, $R = 40$.
R est donc compris entre 40 et 46 limites comprises. Or, $R = 45 - E$.
On doit donc avoir :

$$40 \leq 45 - E \leq 46,$$
$$\text{ou} \quad -1 \leq E \leq 5.$$

$E = -1$ correspond à l'épacte $30 - 1 = 29$.
Les valeuis possibles de l'épacte sont donc :

29, 30 ou 0, 1, 2, 3, 4, 5.

et il n'y en a pas d'autre. *Si E* = 27 ou 28, *Pâques ne peut être le* 15 *Avril.*

2° La conclusion sur les nombres d'or possibles est inexacte, à cause du nombre d'or 9 introduit par l'épacte 28 qui est inadmissible

3° Le nombre d'or inadmissible 9 a fait trouver à l'auteur l'année 1832. Or, Pâques en 1832 a été le 22 Avril et non le 15 Avril. Cette année ne répond pas à la question. Il n'y a que deux années : 1827 et 1838 qui soient solution du problème.

L'année 1832 provient du nombre d'or 9, celui-ci de l'épacte 28, celle-ci de l'addition de 28 à 45 — E, d'où il résulte que toutes les fois que l'on ajoutera 28 d'après la règle posée par l'auteur, on ne sera sûr de la réponse trouvée ni dans le problème direct ni dans le problème inverse.

Le lecteur a déjà trouvé la solution de ce problème dans notre IIe Partie, il la trouvera encore légèrement modifiée dans la IIIe Partie.

La discussion de ces deux problèmes constituera une mise en garde du lecteur devant une formule renfermant l'épacte.

CHAPITRE I

UNE FORMULE SIMPLE ET SES APPLICATIONS.

I. — ÉTABLISSEMENT DE LA FORMULE.

Représentons les quantièmes par Q, les mois par M, l'Initial de Janvier par I_J (numéro du jour de la semaine), l'Initial d'Octobre par I_O et les jours de la semaine par J. La formule à établir est :

$$Q + M + I_J = J.$$

Considérons l'année commune 1934, par exemple, ayant pour lettre dominicale G = 1 = I_J. d'après la numérotation que nous avons adoptée pour les lettres dominicales et pour les jours de la semaine.

Le Calendrier solaire perpétuel, Table V, montre que :

Le 1 Mai, avec la lettre B est un mardi.

Le 1 Août avec la letter C, est un mercredi.

Le 1 Février, le 1 Mars et le 1 Novembre avec D sont un jeudi.

Le 1 Juin, avec la lettre E est un vendredi.

Le 1 Septembre et le 1 Décembre avec F sont un samedi.

Le 1 Avril et le 1 Juillet avec G sont un dimanche.

Le 1 Janvier et le 1 Octobre avec A sont un lundi.

Numérotons alors les mois dans l'ordre où ils viennent d'être énumérés en attribuant à Mai le Numéro 0, à Août le numéro 1, à Février, Mars et Novembre le numéro 2, à Juin le numéro 3, à Septembre et Décembre le numéro 4, à Avril et Juillet le numéro 5, à Janvier et Octobre le numéro 6.

Puisque $I_J = 1$ en 1934, nous pouvons constater que la formule $Q + M + I_J = J$ est exacte quand on considère le 1er de chaque mois 1934, car elle s'écrit en mettant les quantièmes, les numéros des mois et des jours de la semaine en indices :

$$\begin{aligned}
Q_1 + M_0 + I_{J1} &= J_2,\\
Q_1 + M_1 + I_{J1} &= J_3,\\
Q_1 + M_2 + I_{J1} &= J_4,\\
Q_1 + M_3 + I_{J1} &= J_5,\\
Q_1 + M_4 + I_{J1} &= J_6,\\
Q_1 + M_5 + I_{J1} &= J_7 \text{ ou } J_0,\\
Q_1 + M_6 + I_{J1} &= J_8 \text{ ou } J_1.
\end{aligned}$$

Ces 7 égalités sont bien vérifiées par les indices. Quand l'indice de J est supérieur ou égal à 7, on le remplace par le reste de sa division par 7.

Si l'indice de Q augmente de 1, 2, 3, etc... celui de J augmente aussi de 1, 2, 3, etc... et la formule reste exacte.

Si l'année varie de manière que l'indice de I_J augmente de 1, 2, 3, etc... celui de J augmente aussi de 1, 2, 3, etc... et la formule reste encore exacte.

La formule reste donc exacte quelles que soient les valeurs des indices de Q, M, et I_J parmi celles qu'elles peuvent prendre.

Pour une année commune on a donc toujours :

$$Q + M + I_J = J.$$

Cas des années bissextiles. — Si l'année est bissextile, la formule précédente ne s'applique qu'à Janvier et Février, parce que I_J désigne le numéro de la première lettre dominicale qui ne convient que pour ces deux mois,

Pour les 10 autres mois, il faut remplacer I_J par I_O numéro de la seconde lettre dominicale et la formule à employer alors de Mars à Décembre inclusivement est :

$$Q + M + I_O = J.$$

II. APPLICATIONS DE CETTE FORMULE.

Cette formule permet de résoudre de tête les 4 problèmes suivants :

I^er^ Problème. — *Le millésime, le mois et le quantième étant donnés, trouver le jour de la semaine.*

II^e^ Problème. — *Le millésime, le quantième et le jour étant donnés, trouver le ou les mois.*

III^e^ Problème. — *Le millésime, le mois et le jour étant donnés, trouver les quantièmes.*

IV^e^ Problème. — *Le siècle, le mois, le quantième et le jour étant donnés, trouver les millésimes.*

Exemples :

I^er^ Problème. — *On donne le* 15 *Août* 1937, *on demande le jour de la semaine.*

En 1937 la lettre dominicale est C = 5, donc $I_J = 5 = V$. Lorsque le quantième donné est supérieur ou égal à 7 on le remplace de suite par le reste de sa division par 7. Dans cet exemple, 15 se remplace par 1 ; la formule où l'on met en indices les valeurs connues détermine immédiatement l'indice de J qui fait connaître le jour cherché. On a :

$$Q_1 + M_1 + I_{J5} = J_7 \text{ ou } J_0 \text{ c'est-à-dire dimanche.}$$

La somme $1 + 1 + 5$ des indices du 1[er] membre de l'égalité fait connaître le numéro du jour de la semaine, indice de J.

II[e] Problème. — *On donne* 1937, 8, *Jeudi. On demande le ou les mois.*

Le quantième donné 8, supérieur à 7, se remplace par 1. On a immédiatement, en désignant par x le numéro inconnu du ou des mois demandés :

$$Q1 + Mx + Ij5 = J4.$$

On voit que 5 étant supérieur à 4, l'égalité des indices est impossible. Pour la rendre possible nous ajoutons 7 à l'indice 4 du second membre, ce qui fait 11. On voit de suite que x doit égaler 5, afin que la somme $1 + x + 5 = 11$. Les mois numérotés 5 sont Avril et Juillet qui seuls répondent à la question.

III[e] Problème. — *On donne* 1937, *Décembre, vendredi*; *on demande les quantièmes.*

Le plus petit des quantièmes étant x, on a :

$$Qx + M4 + Ij5 = J5.$$

On voit que l'égalité des indices est impossible. Ajoutons 7 au numéro des jours de la semaine, ce qui donne dans le second membre J12.

Pour que $x + 4 + 5 = 12$ il faut prendre $x = 3$. Les quantièmes cherchés sont donc : 3, 10, 17, 24, 31.

IV[e] Problème. — *On donne* : XX[e] *siècle*, 4 *Juin, mardi. On demande les années entre* 1901 *et* 1920, *limites comprises.*

On a : $Q4 + M3 + Ijx = J2$ pour les années communes.
$Q4 + M3 + IOx = J2$ pour les années bissextiles.

Les égalités sont impossibles a priori. Au lieu d'ajouter 7 au numéro 2 des jours de la semaine, retranchons 7 à la somme $4 + 3 + x$ des indices du 1[er] membre ; il suffit de ne pas tenir compte des indices 4 et 3. Donc, le 1[er] Janvier des années communes répondant à la question fut un mardi. Le 1[er] Octobre des années bissextiles répondant à la question fut un mardi.

1° Années communes.

Il suffit alors de se rappeler les résultats obtenus antérieurement. 1900 a pour lettre dominicale $G = 1$ et 1901 $F = 2$. *Ce numéro 2 signifie aussi que le* 1[er] *Janvier* 1901 *a été un mardi.*

Pour obtenir les autres années comprises entre 1901 et 1920, il suffit de se rappeler que la lettre dominicale 2, pour le XX[e] siècle a des u répondant à l'égalité obtenue antérieurement :

$$2 = (1 + u + \frac{u}{4})7.$$

$u = 1$, $u = 7$, $u = 18$ satisfont à cette équation.

2° **Années bissextiles.**

Le numéro 2 signifie que le 1er Octobre a été un mardi. Seul $u = 12$ satisfait à l'équation.

Les années satisfaisant à la question sont donc :

1. Années communes : 1901, 1907, 1918.
2. Année bissextile : 1912.

Calendrier annuel. — La formule simple :

$$Q + M + I_J = J$$

constitue donc un Calendrier annuel quand on connaît le jour du 1er Janvier ou I_J, puisque tous les jours de l'année sont déterminés par une addition de 3 chiffres, aisée à faire mentalement.

Si Q dépasse 7 ou lui est égal on le remplace de suite par le reste de sa division par 7 ; de même pour J.

Calendrier perpétuel. — La formule simple :

$$Q + M + I_J = J$$

constitue un Calendrier perpétuel si l'on sait déterminer I_J pour une année quelconque.

Or, nous avons constaté, au début de cette étude sur les Calendriers, que I_J, jour de la semaine du 1er Janvier, a le même numéro que la lettre dominicale de l'année. Nous savons donc déterminer I_J pour une année quelconque.

Rappelons les formules simples que nous avons obtenues.

L'année de millésime m étant écrite :

$$m = 100c + u,$$

on a les formules simples suivantes pour déterminer I_J mentalement, *lorsque l'année est commune.*

$I_J = (5 + u + \frac{u}{4} - c)7$ dans le Calendrier julien.

$I_J = (0 + u + \frac{u}{4})7$ dans le Calendrier grégorien pour $c = 16$.

$I_J = (5 + u + \frac{u}{4})7$ » » » » $c = 17$.

$I_J = (3 + u + \frac{u}{4})7$ » » » » $c = 18$.

$I_J = (1 + u + \frac{u}{4})7$ » » » » $c = 19$.

Si l'année est bissextile, ces formules donnent I_O.

Ici encore, si u dépasse 7, on le remplace de suite par le reste de sa division 7 et le calcul de I_J est simple.

CHAPITRE II

AUTRE FORMULE SIMPLE CONSTITUANT UN CALENDRIER PERPÉTUEL.

Etablissement de la formule. — Soit une date proposée.

Désignons par N le rang qu'elle occupe dans les jours de l'année.

Nous savons que le jour de la semaine du 1er Janvier, I_J, est donné par le numéro de la lettre dominicale de l'année ou le numéro de la 1re lettre si l'année est bissextile.

Or, depuis le 1er Janvier jusqu'à cette date il s'est écoulé N — 1 jours.

Divisons N — 1 par 7. Le quotient représentant un nombre entier de semaines écoulées, nous pouvons le négliger. Le reste, $(N - 1)7$, ajouté à I_J nous donne le jour de la semaine correspondant à la date proposée. Si cette somme est supérieure à 7 on la remplace par le reste de sa division par 7. On a donc la formule simple :

$$J = (I_J + N - 1)7.$$

Elle constitue un Calendrier perpétuel, puisque nous savons déterminer I_J pour n'importe quelle année.

Application. — *On donne* : 29 *Juin* 1937 ; *trouver le jour de la semaine.*

On peut encore opérer mentalement, mais moins vite qu'avec la formule précédente.

$$1^o \quad I_J = \left(1 + 37 + \frac{37}{4}\right)7 = (1 + 2 + 2)7 = 5.$$

Ce calcul est immédiat car 37 se remplace de suite par 2 reste de sa division par 7, et $\frac{37}{4} = 9$ se remplace aussi par 2 reste de la division de 9 par 7. Il reste à faire la somme $1 + 2 + 2 = 5$.

2° N est un peu plus laborieux à remplacer. Mais en opérant comme il suit, le calcul mental est possible encore. Au lieu de faire la somme du nombre de jours écoulés du 1er Janvier au 29 Juin, puis de la remplacer par le reste de sa division par 7, il suffit de laisser tomber tous les multiples de 7 dans chaque mois pour ne garder que les restes.

Février ayant 28 jours, 4 semaines exactement, inutile de le faire intervenir. Les mois de 31 jours : Janvier, Mars, Mai interviennent chacun pour 3 jours au-delà de 28, ce qui fait 9 ou simplement $9 - 7 = 2$. Le mois d'Avril, 30 jours, intervient pour 2. Ainsi, jusqu'au 1er Juin, nous devons ajouter 4. Juin intervient pour 1 jour au-delà de 28, de sorte que N peut se remplacer par $4 + 1 = 5$. La formule devient alors :

$$J = (5 + 5 - 1)7 = 2 = \text{mardi}.$$

$I_O\ 1940 = (1 + 5 + 3)7 = 2$; $I_J\ 1940 = 1$, car 1940 est bissextile.

CHAPITRE III

AGE DE LA LUNE : FORMULE SIMPLE.

Dans ce chapitre, nous rappellerons d'abord quelques définitions, puis nous établirons une formule simple, analogue à celle du chapitre I de cette III^e Partie, et permettant de calculer l'âge de la lune mentalement.

I. — DÉFINITIONS.

Révolution sidérale de la lune. — Le temps que met la lune pour faire, par rapport aux étoiles, un tour complet de la sphère céleste est de 27 jours 1/3 environ : c'est la *révolution sidérale de la lune.*

Révolution synodique de la lune. — Le soleil se déplace aussi, par rapport aux étoiles.

Lorsque la lune renouvelle, terre, lune et soleil sont en ligne droite, on dit qu'il y a conjonction. Quand la lune se retrouvera pour la première fois dans cette même position par rapport au soleil, elle aura fait un peu plus d'un tour de la sphère céleste. Le temps qu'elle met pour rejoindre le soleil est de 29 jours 1/2 : c'est la *révolution synodique de la lune.*

Age de la lune. Epacte. — L'âge de la lune est le nombre de jours écoulés depuis le renouvellement de la lune.

Si la lune est nouvelle le 1^er Janvier, elle a 1 jour le 1^er Janvier, elle en a 10 le 10, 30 le 30 et la lunaison se termine ce jour-là. Le lendemain, 31 Janvier, la lune a de nouveau 1 jour.

Mais si la lune aborde le 1^er Janvier ayant déjà 8 jours, par exemple (épacte 8), le 1^er Janvier elle a 9 jours, le 15 elle en a 23 et le 22 elle en a 30. Ce report de l'année précédente, qui s'ajoute aux quantièmes de Janvier, c'est l'épacte, comme nous l'avons vu précédemment.

Pour connaître l'âge de la lune en un jour quelconque de l'année, il faut d'abord connaître son âge le 1^er Janvier de cette année. C'est ce que nous donne l'épacte.

L'épacte d'une année est l'âge qu'avait la lune le 31 Décembre de l'année précédente.

Nous avons indiqué, en expliquant le Calendrier lunaire perpétuel, comment on déterminait l'âge de la lune d'après le comput.

Age de la lune et éclairement des nuits. — La formule que nous allons établir est approximative. Elle donnera à peu près l'âge de la lune, mais l'écart avec l'âge de la lune astronomique pourra atteindre un jour soit en plus, soit en moins.

Elle pourra cependant rendre des services en plusieurs circonstances de la vie. A telle date, par exemple, on voyagera de nuit. Pourra-t-on compter sur le clair de lune, en supposant que le ciel soit serein ? La formule en question nous renseignera immédiatement.

Il faudra cependant ne pas perdre de vue les remarques suivantes :

1. Lorsque la lune est nouvelle, elle passe au méridien vers midi.

2. Lors du 1er quartier (7e jour), la lune passe au méridien vers 18 heures.

3. A la pleine lune (14e ou 15e jour), la lune passe au méridien à minuit.

4. Lors du dernier quartier (22e jour), la lune passe au méridien vers 6 heures du matin.

Voici cette formule simple.

II. FORMULE SIMPLE.

Représentons les quantièmes par Q, les mois par M, l'épacte par E et l'âge de la lune par AL. La formule à établir est :

$$Q + M + E = AL.$$

Raisonnons sur l'année 1917 d'épacte 6. La lune avait 6 jours le 31 Décembre 1916. Or on peut écrire : Janvier + Février = 2 lunaisons, puisque Janvier étant de 31 jours et Février de 28, la durée des deux mois est de 59 jours, c'est-à-dire le double du mois lunaire moyen qui est de 29 jours 1/2.

La veille du 1er Mars la lune avait donc 6 jours comme la veille du 1er Janvier.

Le 15 Janvier, par exemple, la lune avait 15 + 6 = 21 jours. Pour que la formule précédente soit exacte en Janvier, il faut que M = 0. Mettons le quantième, l'épacte, l'âge et la valeur de M en indice, on a :

$$Q_{15} + M_{0} + E_{6} = AL_{21}.$$

Le 7 Février, par exemple, la lune avait 14 jours, car le 24 Janvier étant la fin d'une lunaison, il restait encore 7 jours de Janvier pour former les 7 premiers jours de la lunaison suivante, qui ajoutés aux 7 jours de Février donnent bien 14.

Pour que la formule précédente soit exacte il faut faire M = 1 :

$$Q7 + M1 + E6 = AL14.$$

Ainsi, quand on cherche l'âge de la lune en Janvier M = 0, en Février, M = 1.

Mars a 31 jours, la lunaison qui s'y termine est de 30 jours; Avril a 30 jours, la lunaison qui s'y termine est de 29 jours; Mai a 31 jours, la lunaison qui s'y termine est de 30 jours ; Juin a 30 jours, la lunaison qui s'y termine est de 29 jours etc... Ainsi, depuis le mois de Mars les jours solaires excèdent les lunaires d'un jour par mois. Au-delà du 1er Mars, M se remplacera donc par le nombre de mois pleins écoulés depuis le 1er Mars jusqu'à la date proposée.

Soit, par exemple, à trouver l'âge de la lune le 15 Septembre 1917. Les mois pleins écoulés depuis le 1er Mars sont : Mars, Avril, Mai, Juin, Juillet et Août soit 6 mois. La formule s'écrit :

$Q15 + M6 + E6 = AL27$, car l'épacte de 1917 est 6.

Le 25 Septembre, la lune aurait :

$$Q25 + M6 + E6 = AL37.$$

Une lunaison est terminée en Septembre. Ce mois étant de rang impair, cette lunaison est de 30 jours. Le 25 Septembre 1917 la lune avait donc 37 — 30 = 7 jours.

Soit enfin à trouver l'âge de la lune le 20 Octobre 1917.

Du 1er Mars à cette date il y a eu 7 mois pleins, M = 7.

On a donc : $Q20 + M7 + E6 = AL33$.

Une lunaison est donc terminée en Octobre, elle est de 29 jours, car Octobre est de rang pair. L'âge de la lune le 20 Octobre est donc 33 — 29 = 4 jours.

Règle générale. — Une date étant proposée, on trouve l'âge de la lune au moyen de la formule

$$Q + M + E = AL.$$

Les valeurs de Q, M et E écrites en indices ont une somme qui fait connaître l'indice de AL c'est-à-dire l'âge de la lune. Si cette somme dépasse 30 on retranche 30 si la lunaison qui vient de finir s'est terminée en un mois de rang impair, et 29 si elle s'est terminée en un mois de rang pair.

L'indice de M est égal au nombre de mois pleins écoulés depuis le 1er Janvier si la date proposée est antérieure au 1er Mars, depuis le 1er Mars si la date proposée est postérieure au 1er Mars.

Dans les années bissextiles pour les dates postérieures au 1er Mars, on compte les mois pleins à partir du 1er Février.

CHAPITRE IV

CALCUL MENTAL DE LA DATE DE PAQUES DANS LES DEUX CALENDRIERS.

Formule commune aux deux Calendriers.

$$P = 45 - E + (E - L + 2)7.$$

Dans cette formule antérieurement établie, P est la date de Pâques en jours de Mars, E l'épacte et L la lettre dominicale (La seconde lettre si l'année est bissextile).

Quand E est supérieur à 23, il faut prendre pour E l'épacte diminuée de 30.

De plus, quand l'épacte est 24, il faut faire comme si elle était 25, c'est-à-dire prendre $E = -5$, et quand elle est XXV, il faut faire comme si elle était 26, c'est-à-dire prendre $E = -4$. Nous en avons donné plus haut la raison.

Dans les deux Calendriers, l'épacte se déterminera au moyen du nombre d'or.

Rappel de la formule donnant le nombre d'or.

L'année de millésime m étant écrite $m = 100c + u$, le nombre d'or de cette année est :

$$n = (5c + u + 1)19.$$

Rappel des épactes principales. — Dans le Calendrier julien c'est l'épacte 8, correspondant au nombre d'or 1.

Dans le Calendrier grégorien, c'est l'épacte 1, pour $c = 15$ et 16 correspondant au nombre d'or 1 de l'an fictif grégorien 1501.

$c = 17$ et $c = 18$ retranchent 1 à l'épacte du XVI^e siècle.

$c = 19$ retranche 2 à l'épacte du XVI^e siècle.

$c = 20$, $c = 21$ retranchent également 2 ; $c = 22$ retranche 3 etc...

Rappel des formules donnant la lettre dominicale pascale (L = Io).

$L = (5 + u + \frac{u}{4} - c)7$ dans le Calendrier julien.

$L = (0 + u + \frac{u}{4})7$ dans le Calendrier grégorien, pour $c = 16$.

$L = (5 + u + \frac{u}{4})7$ » » » » $c = 17$.

$$L = (3 + u + \frac{u}{4})7 \text{ dans le Calendrier grégorien, pour } c = 18.$$

$$L = (1 + u + \frac{u}{4})7 \quad » \quad » \quad » \quad » \quad c = 19.$$

Quand l'années est bissextile, on obtient la seconde lettre qui seule intervient ici.

Toutes ces formules sont assez simples pour permettre un calcul mental. Nous allons les appliquer à quelques exemples dans les deux Calendriers.

EXEMPLES.

1. Trouver la date de Pâques en 1938, dans les deux styles.

a) Calendrier julien. — *Le nombre d'or* $n = 1$, car 1938 est visiblement divisible par 19.

$$[n = (5c + u + 1)19 = (5.19 + 38 + 1)19 = 1].$$

L'épacte correspondante à $n = 1$ dans le Calendrier julien est $E = 8$.

La lettre dominicale est donnée par la formule :

$$L = (5 + 38 + \frac{38}{4} - 19)7 = (5 + 3 + 2 - 5)7 = 5 = C.$$

La date de Pâques est donnée par la formule :

$$P = 45 - 8 + (8 - 5 + 2)7 = 37 + 5 = 42 \text{ Mars.}$$

En retranchant 31 on a la date de Pâques en Avril : $42 - 31 = 11$ Avril.

b) Calendrier grégorien. — *Le nombre d'or* est $n = 1$.

L'épacte du XVI^e siècle correspondant à $n = 1$ est $E = 1$. Or, $c = 19$ retranche 2 à l'épacte, ce qui donne $1 - 2 = -1$. Il n'y a pas d'épacte négative, on ajoute 30 ce qui donne $30 - 1 = 29$. C'est l'épacte de 1938. Mais pour appliquer la formule, il faut se rappeler que l'épacte étant ici supérieure à 23, il faut prendre pour E la valeur $E = 29 - 30 = -1$ qui avait d'abord été obtenue.

La lettre dominicale est donnée par la formule :

$$L = (1 + 38 + \frac{38}{4})7 = (1 + 3 + 2)7 = 6 = B.$$

La date de Pâques est alors :

$$P = 45 - (-1) + (-1 - 6 + 2)7 = 46 + 2 = 48 \text{ Mars.}$$

En retranchant 31 on a la date de Pâques en Avril : $48 - 31 = 17$ Avril.

2. Trouver la date de Pâques en 1939, dans les deux styles.

a) Calendrier julien. — On a $n = 2$.

L'épacte qui correspond à $n = 2$ est $E = 8 + 1.11 = 19$.

La lettre dominicale est B = 6 puisqu'en 1938 elle était C = 5.

$$P = 45 - 19 + (19 - 6 + 2)7 = 26 + 1 = 27 \text{ Mars.}$$

b) Calendrier grégorien. — On a n = 2.

L'épacte du XVI^e^ siècle qui correspond à n = 2 est E = 1 + 1.11 = 12. Or, c = 19 retranche 2 à l'épacte du XVI^e^ siècle. L'épacte de 1939 est donc 12 — 2 = 10.

La lettre dominicale est A = 7 ou 0 puisqu'en 1938 elle était B = 6.

$$P = 45 - 10 + (10 - 0 + 2)7 = 35 + 5 = 40 \text{ Mars.}$$

En retranchant 31 on a la date de Pâques en Avril : 40 — 31 = 9 Avril.

3. Trouver la date de Pâques en 1940, dans les deux styles.

a) Calendrier julien. — On a n = 3.

épacte $E = 8 + 2.11 = 30$ ou 0, $L1 = A = 0$ et $L2 = G = 1$

$$P = 45 - 0 + (0 - 1 + 2)7 = 45 + 1 = 46 \text{ Mars,}$$

ou $46 - 31 = 15$ Avril.

b) Calendrier grégorien. — On a n = 3.

L'épacte du XVI^e^ siècle correspondant à n=3 est:E=1.+2.11=23. Or, c = 19 retranche 2 unités à l'épacte du XVI siècle. L'épacte de 1940 est donc E = 23 — 2 = 21. Les lettres dominicales de 1940 sont GF numérotées 1, 2, puisque celle de 1939 était A = 0. C'est la seconde lettre qui intéresse la date de Pâques : L = 2.

On a donc pour la date de Pâques en 1940 :

$$P = 45 - 21 + (21 - 2 + 2)7 = 24 + 0 = 24 \text{ Mars}$$

4. Trouver la date de Pâques en 815.

Il s'agit du Calendrier julien .

Le nombre d'or est $n = (5.8 + 15 + 1)19 = (38 + 2 + 15 + 1)19$

On néglige 38 qui est un multiple de 19, $n = 2 + 15 + 1 = 18$.

$E = (8 + 17.11)30 = (8 + 10.17 + 17)30 = (8 + 20 + 17)30 = 15.$

$L = (5 + 15 + \frac{15}{4} - 8)7 = (5 + 1 + 3 - 1)7 = 1.$

$P = 45 - 15 + (15 - 1 + 2)7 = 30 + 2 = 32$ Mars,

ou $32 - 31 = 1^{er}$ Avril.

Problème.

Pendant la première moitié du XIX^e^ *siècle, en quelles années Pâques a-t-il été le* 15 *Avril*? (Problème proposé par H. Couturier).

1° Lettre dominicale de ces années. — Elle est donnée par la formule : Q + M + Io = J. Le 15 Avril étant un dimanche, les indices de Q et de J sont respectivement 15 ou 1 et 7. On a donc :

$$Q1 + M5 + IO = J7, \text{d'où } IO = L = 1.$$

2° Epactes possibles. — Chercher Pâques au 15 Avril, équivaut à le chercher au $31 + 15 = 46$ Mars. La formule :

$P = 45 - E + (E - L + 2)7$ devient alors : $46 = 45 - E + (E - 1 + 2)7$ ou $E + 1 = (E + 1)7$.

Cette égalité est satisfaite pour $E = -1$ ou $30 - 1 = 29$, et pour $E = 0, 1, 2, 3, 4, 5$. Le second membre ne peut dépasser 6, $E = 5$ est donc la dernière valeur possible de E.

3° Nombres d'or possibles. — Les épactes et les nombres d'or du XIX^e^ siècle sont liés par la relation établie dans la première partie :

$$e = [1 + (n - 1)11 - 1]30 = [(n - 1)11]30.$$

Si on appelle q le quotient de la division de $(n - 1)11$ par 30, e étant le reste, on peut écrire :

$$(n - 1)11 = 30q + e,$$

$$\text{d'où : } n = 1 + \frac{30q + e}{11},$$

l'expression $\frac{30q + e}{11}$ représentant un nombre entier.

Si $e = 29$, le reste de la division de $\frac{29 + 30q}{11}$ doit être nul. Or le reste de la division de 29 par 11 est 7 et celui de la division de 30 par 11 est 8, on doit donc avoir $7 + 8q =$ multiple de 11, ce qui détermine $q = 6$, d'où $n = 1 + \frac{180 + 29}{11} = 20$, *impossible*. Cela signifie que $e = 29$ n'existe pas au XIX^e^ siècle.

Si $e = 0, n = 1 + \frac{30q}{11}, q = 0, n = 1$.

Si $e = 1, n = 1 + \frac{30q + 1}{11}$. Le reste de la division de $30q + 1$ par 11 est le même que celui de $8q + 1$; il est nul si $q = 4$, et alors $n = 1 + 11 = 12$.

Si $e = 2, n = 1 + \frac{30q + 2}{11}$. Le reste de la division de $30q + 2$ par 11 est celui de $8q + 2$. Il est nul si $q = 8$ et $n = 23$, *impossible*.

L'épacte 2 n'existe donc pas au XIX^e^ siècle,

Si $e = 3$, on a de même : $n = 4$.

Si $e = 4, n = 15$.

Si $e = 5, n = 26$, *impossible*.

Les nombres d'or possibles sont donc : 1, 4, 12, 15.

4° U possibles. — On a :

$$n = (5c + u + 1)19, \text{ avec } c = 18,$$

$$\text{donc } n = (5.18 + u + 1)19 = (14 + u + 1)19.$$

Si $n = 1$, $u = 5$, 24, 43 ; si $n = 4$, $u = 8$, **27**, 46 ; si $n = 12$, $u = 16$, 35 ; si $n = 15$, $u = 0$, 19, **38**.

5° Les u précédents qui répondent à la question sont ceux qui satisfont à la relation $1 = (3 + u + \frac{u}{4})7$ exprimant que la lettre dominicale est 1. Il n'y a que 27 et 38. Réponse 1827 et 1838.

QUATRIÈME PARTIE

LA RÉFORME DU CALENDRIER.

Monsieur Pierre Humbert, Professeur à la Faculté des Sciences de Montpellier, va nous dire en quoi les règles grégoriennes sont fautives et comment on pourrait arriver à les modifier. Nous continuons ici la citation de son beau Discours sur « La Réforme du Calendrier ».

« Le premier reproche que nous examinerons n'est point adressé à notre actuel Calendrier par la voix populaire: seuls les savants peuvent s'en préoccuper, mais, comme nous le verrons, la correction proposée ne troublerait aucun usage. L'année grégorienne, en tenant compte de ses trois bissextiles supprimées en 400 ans, ne diffère qu'à peine de l'année vraie : mais cependant une légère erreur, environ un jour en vingt siècles, pratiquement insensible, mais que les astronomes, gens pointilleux, voudraient arriver à réduire encore davantage. La solution de beaucoup la meilleure au point de vue scientifique consisterait à reprendre l'antique projet de Pierre d'Ailly, défendu au siècle dernier par Madler, suppression d'une année bissextile tous les 128 ans, car dans ces conditions le décalage atteindrait à peine une heure au bout de dix-huit siècles. Mais, si l'exactitude doit être la qualité principale d'un Calendrier, la simplicité doit aussi entrer en ligne de compte, et il faut que l'on puisse dire, après un calcul mental aussi aisé que rapide, si une année quelconque sera ou non bissextile ; le Grégorien actuel est, sur ce point, extrêmement pratique, alors que l'adoption du Calendrier de Madler embrouillerait les choses à plaisir. Mieux vaudrait, peut-être, se ranger à l'avis qu'émit, en Mai 1923, le Congrès des églises orthodoxes d'Orient, réuni sous la présidence du patriarche Menelius IV de Constantinople, qui, décidant d'abandonner le Calendrier julien, comme venaient de le faire les divers pouvoirs civils, et désireux d'adopter, non peut-être sans quelque satisfaction, un Calendrier supérieur à celui de Rome, fixa son choix sur une proposition de M. Milankovitch, aboutissant pratiquement à la règle suivante : alors que dans le Grégorien les années séculaires 2800 et 3200 devront être bissextiles, dans le Calendrier ecclésiastique des orthodoxes, ce seront 2900 et 3300. La différence, minime et lointaine, suffirait à réparer la faible erreur grégorienne. Par ailleurs, le projet publié par M. Pasquier, en 1924, montre que le même résultat serait obtenu bien plus simplement en gardant le Calendrier grégorien, mais en décidant que 2000 ne serait pas bissextile, non plus que 4000 et 6000 ; mais ceci ne nous regarde plus. Il reste simplement que notre vieux Calendrier peut, sans bouleverser aucune habitude et sans toucher à la moindre tradition, être aisément perfectionné de façon à répondre aux exigences les plus strictes de l'astronomie.

Plus grave, et d'ordre essentiellement pratique, est la seconde question, celle de la fête de Pâques, qui, commémorant l'anniversaire de la Résurrection du Christ, se trouva naturellement fixée au Dimanche qui suit le jour de la Pâque hébraïque, elle-même commandée, d'après un texte de l'Exode, par la date de la pleine lune qui suit l'équinoxe de printemps. Or, il n'y a aucun rapport entre les saisons et les lunaisons, si bien que la lune pascale varie, sans suivre de loi simple, d'une année à l'autre, et que la date de Pâques se trouve ainsi osciller entre des limites éloignées de plus d'un mois, 22 Mars d'une part, 25 Avril d'autre part, sans que l'on puisse, autrement que par des calculs longs et pénibles, en déterminer le jour exact pour une année donnée. Ai-je besoin de dire ici les inconvénients de cette fluctuation irrégulière, qui d'ailleurs se fait sentir, non seulement sur Pâques, mais, à sa suite, sur les diverses fêtes mobiles, en particulier la Pentecôte et la Fête-Dieu ? Dans les milieux de l'enseignement, où les vacances pascales constituent une importante coupure, ne souffre-t-on pas de voir, certaines années, entre le jour de l'an et Pâques un intervalle démesuré, alors que ce qu'on appelle le troisième trimestre se trouvera tellement raccourci qu'on devra presque le considérer comme sacrifié ? Rien d'étonnant donc à ce que des voix nombreuses et autorisées se soient à diverses reprises élevées en faveur d'une stabilisation de la fête de Pâques, et de sa fixation au premier ou au deuxième Dimanche du mois d'Avril. La question est venue, en 1922, devant la Société des Nations, qui, considérant avec raison qu'elle était avant tout d'ordre religieux, a prié le Pape, l'Archevêque de Cantorbery et le Patriarche de Constantinople de déléguer des représentants à Genève, afin d'étudier de près les possibilités d'un changement. En conséquence, le Père Gianfranceschi, président de l'Académie pontificale des Sciences, le Révérend Phillips, membre de la Royal Astronomical Society, M. Eginitis, directeur de l'Observatoire d'Athènes, prirent part aux délibérations de 1923 et 1924, dont la conclusion fut qu'au point de vue dogmatique, la fixation de la fête de Pâques « ne se heurte à aucune difficulté insurmontable », mais que, bien entendu, nulle décision définitive ne serait prise sans l'assentiment formel du Saint-Siège et des autres autorités chrétiennes. Nous sommes donc, vraisemblablement, à la veille d'une solution qui, sans bouleverser outre mesure nos usages, serait certainement considérée comme opportune et bienfaisante.

Mais voici maintenant la question principale, sur laquelle l'accord est encore loin de se faire, et qui a déjà suscité et suscitera dans l'avenir de nombreuses polémiques. L'année, le mois, le jour, ne nous suffisent point pour jalonner la durée : l'unité de temps qui est presque dans la vie courante, la plus importante, et qui est sans doute la plus ancienne, c'est la semaine, ce groupement de sept jours, connu des Babyloniens, des Hébreux qui transmirent au monde la notion du repos hebdomadaire, des Grecs et des Romains qui donnèrent aux jours les noms que nous avons conservés, dont la succession, toujours respectée des réformateurs, s'est déroulée uniformément et sans heurt à travers toute l'histoire du monde, et dont l'abandon irréfléchi par la Convention, la remplaçant par la décade, ne fut pas une des moindres causes de l'échec du Calendrier républicain. Or 365 et 366, n'étant pas multiples de 7, il n'y a pas dans l'année un nombre entier de semaines, une année commune contenant 52 semaines plus un jour, une année bissextile, cinquante-deux semaines plus deux jours ; une année commençant par un lundi, la suivante commencera par un mardi, ou un mercredi selon les cas, et de toutes façons, aux mêmes quantièmes du mois de deux années différentes ne correspondront les mêmes jours de la semaine que très exceptionnellement. D'où la nécessité, pour connaître le jour d'une date déterminée, de recourir à un almanach, ou si l'on n'en a pas à sa disposition, par exemple s'il s'agit d'une année à venir, de se livrer à un calcul assez délicat, et où l'on se trompe souvent. Il est certain que, pour le commerce, l'industrie, la banque, l'enseignement, de cette non coïncidence des mêmes dates et des mêmes jours résultent divers inconvénients, que d'ailleurs l'on a peut-être trop tendance à exagérer. Cependant, devant des vœux émis par divers groupements, on s'est préoccupé de rendre le Calendrier perpétuel, c'est-à-dire de le modifier de telle façon que les jours de la semaine se reproduisent toujours aux mêmes quantièmes des mois, que l'année soit commune ou bissextile ; mais, sur la façon d'opérer, on n'est d'accord ni dans le principe, ni dans le détail.

Le premier projet, le plus simple a priori, et qui, au Congrès de l'Union astronomique en 1922, a compté le plus de partisans, consiste à introduire dans le Calendrier un jour hors semaine, c'est-à-dire à décider que le dernier jour de l'année, par exemple, ne portera pas de nom : les années bissextiles comprendraient deux jours blancs de cette sorte. Ainsi, si une année, supposée commune, a commencé un dimanche, l'année suivante commencera aussi par un dimanche, lequel, toutefois, sera le surlendemain du samedi. Ce principe admis, il reste à distribuer les mois de manière à obtenir un Calendrier perpétuel, ce qui pourrait se faire en partageant les 364 jours de l'année (le ou les jours blancs étant toujours laissés de côté) en quatre trimestres égaux de 91 jours, distribués chacun en deux mois de 30 jours et un mois de 31. Si l'on veut, Janvier et Février auraient 30 jours, Mars 31, et ainsi de suite. On voit que ce Calendrier tout en répondant aux désiderata exprimés dérangerait assez peu les habitudes anciennes.

Toutefois les Américains, moins attachés que nous au passé, et pour cause, se déclarent partisans d'une division en treize mois de 28 jours chacun, faisant ressortir l'avantage que présenteraient des mois toujours égaux, et composés d'exactement quatre semaines ; le bouleversement, semble-t-il, contrarierait violemment nos coutumes, et obligerait à abandonner les semestres et trimestres, ces sous-multiples de l'année dont l'utilité pratique est incontestable : aussi la première proposition paraît-elle généralement préférée, du moins par ceux qui admettent les jours hors semaine.

Car ce projet, malgré sa simplicité, n'a pas recueilli l'unanimité des suffrages, et l'idée d'une rupture dans la continuité de la semaine rencontre de nombreux opposants, non seulement dans les milieux ecclésiastiques qui ne lui sont pas en général favorables, mais aussi parmi les astronomes, comme en fait foi un vote récent, hostile aux jours hors semaine, émis par le Bureau des Longitudes de Paris. A ceux-là pourrait donner satisfaction le Calendrier étudié en 1912 par M. Searle, où l'année serait de 364 jours, 52 semaines exactement, réparties en mois de la façon que l'on voudrait, mais où, tous les cinq ans, on compterait une année exceptionnelle de 53 semaines, de sorte qu'au lieu d'un Calendrier à jour intercalaire, comme dans le Grégorien et le projet précédent, on aurait un Calendrier à semaine intercalaire, ce qui par conséquent ne porterait aucune atteinte à la continuité de la semaine, et n'amènerait au fond dans nos habitudes qu'un changement assez peu sensible, peut-être même accueilli avec joie par certains, car si cette semaine supplémentaire est placée entre le 31 Décembre et le 1er Janvier, elle aura pour effet, tous les cinq ans, de prolonger de sept jours la durée des vacances du jour de l'an.

En résumé, on hésite, on est encore loin d'une solution ; et, tout compte fait, on en vient à se demander si le changement projeté est vraiment nécessaire, et si les inconvénients que l'on se plaît à signaler sont suffisants pour justifier une réforme, malgré tout assez considérable, et qui, avouons-le aussi, imposerait à notre Calendrier une plate monotonie, entièrement dénuée de poésie. Sommes-nous donc tellement gênés, parce que les mêmes jours de la semaine ne correspondent pas aux mêmes dates du mois ? Cette coexistence de deux séries indépendantes l'une de l'autre n'est-elle pas, au contraire, souvent précieuse, et combien de fois l'indication du jour ne corrige-t-elle pas ou ne confirme-t-elle pas celle du quantième ? Si c'est avec sympathie que nous accueillerons tout accord sur la fixation de Pâques, réforme certainement et immédiatement utile, ne nous hâtons pas d'applaudir à des projets qui, pour des raisons dont l'intérêt n'est peut-être pas absolument évident, bouleverseraient de fond en comble un Calendrier presque irréprochable, auquel nous attache une tradition de plusieurs siècles.

Tout de même, dira-t-on, était-ce pour une besogne, à tout prendre si mesquine, qu'a été fondée cette Société des Nations vers laquelle se tournaient tant d'yeux pleins d'espérance ? Est-ce à cela que se borneront ses travaux ? Traité de Versailles, accords de Locarno, pacte de non-agression, droit des peuples, frontières ethniques, colonies et mandats, équilibre européen, Orient contre Occident, Oronte contre Tibre, voilà les angoissants problèmes de l'heure actuelle : et voilà les augures du quai Wilson, perdus dans d'interminables discussions byzantines, qui se demandent sans rire si 2800 sera bissextile ou 2900 ? Ne nous empressons point de les railler. Ces essais pour rapprocher le plus possible notre Calendrier forcément inexact puisque humain, de la divine perfection de ses modèles astronomiques, ce chagrin qu'éprouvent les savants à la pensée de laisser subsister encore la plus légère erreur, fût-elle de quelques secondes sur plusieurs siècles, nous semblent se rattacher à une des plus belles préoccupations de notre temps, à ce désir de pureté qui se fait jour dans tant de domaines. Et cette discussion autour d'un 29 Février du 29e siècle ne réjoint-elle pas une autre bataille récente, non plus scientifique, mais littéraire, qui, partie de la Coupole de l'Institut, se livra principalement autour d'un vers,

La fille de Minos et de Pasiphaé ?

D'ailleurs, ce magnifique privilège de rejoindre la prière que l'abbé Brémond accorde à la poésie, revendiquons-le également pour l'astronomie, qui n'est qu'un hymne perpétuel à la splendeur des cieux et à l'harmonie des sphères, pour les Mathématiques, pures elles aussi, avec ce moule étrange dans lequel elles se meuvent, le plus immatériel, comme l'a dit Evariste Galois, le plus eminemment logique, le seul qui n'emprunte rien aux manifestations des sens. Chaque pas dans l'une ou l'autre de ces disciplines, pour les faire progresser, pour les appliquer ou simplement pour les étudier, nous rapproche forcément de cet idéal vers lequel, aussi bien dans l'ordre scientifique que dans l'ordre social ou moral, doivent tendre tous les efforts de notre vie terrestre ».

Pierre HUMBERT,

Professeur à la Faculté des Sciences de Montpellier.

Nous devrions mettre là le point final pour laisser le lecteur sous le charme de ce magnifique discours. Mais nous avons annoncé que nous indiquerions dans cette IVe Partie de notre étude deux moyens peut-être peu connus, de perfectionner, croyons-nous, l'un le Calendrier solaire, l'autre le Calendrier lunaire. C'est donc pour faire honneur à notre promesse que nous ajoutons les quelques lignes suivantes.

Perfectionnement du Calendrier solaire.

Le Calendrier parfait serait certainement celui qui répondrait à l'équation suivante :

Durée de l'année moyenne = Durée de l'année tropique.

Mais cette égalité n'est pas réalisable, car les nombres qui mesurent les durées de l'année moyenne et de l'année tropique sont incommensurables. Il s'ensuit que dans l'établissement du Calendrier il faut se contenter d'une approximation.

La durée de l'année tropique, définie antérieurement, est de 365 jours, 5 h. 48m. 45s, 975 ou 365j. 24219879... d'après l' « Annuaire du Bureau des Longitudes ». L'erreur du Calendrier julien est donc : 365, 25 — 365,24219879 = 0j. 0078012 par an. En 10.000 ans le Calendrier julien fait retarder l'année de 78 jours 012, soit de 1 jour en 128 ans.

L'erreur du Calendrier grégorien est bien moindre. Nous avons vu, en effet, que la durée moyenne de l'année grégorienne est de 365j. 2425 ; il en résulte une erreur de :

365,2425 — 365,24219879 = 0 jour 0003012 par an, En 10.000 ans le Calendrier grégorien fait donc retarder l'année civile de 3 j. 012, soit de 1 jour en 3320 ans environ.

Le Calendrier grégorien est donc bien plus parfait que le Calendrier julien, mais il est susceptible lui-même d'être perfectionné. Voici le moyen qui, croyons-nous, rendrait le Calendrier solaire grégorien aussi parfait que possible.

Pour supprimer la cause du retard de 78 jours en 10.000 ans, occasionné par le Calendrier julien, le Calendrier grégorien aurait dû faire 78 années communes au lieu de 75 sur 100 années séculaires.

Pour supprimer 78 jours dans une période de 100 siècles en 10.000 ans, il suffirait de partager cette période en 5 groupes de 20 siècles chacun et d'adopter les deux règles simples suivantes :

1re Règle. — Dans les groupes 1, 3, 5 les années séculaires dont le nombre des centaines est un multiple de 5 seraient seules bissextiles.

2e Règle. — Dans les groupes 2, 4 les années séculaires dont le nombre des centaines est un multiple de 4 seraient seules bissextiles. C'est la règle actuelle. La 1re règle est aussi simple que la seconde.

Ce système rendrait bien la concordance aussi parfaite que possible puisque l'année moyenne étant alors de 365 jours 2422, l'excès sur l'année tropique ne serait plus que de

365,2422 — 365, 24219879 = 0 jour 0000012.

Pour produire 1 jour de retard il faudrait :

$$\frac{1}{0{,}0000012} = 833.333 \text{ ans environ.}$$

On voit aisément que les deux règles précédentes assurent la suppression de 78 jours en 100 siècles.

En effet, pendant cette période, dans les groupes 1, 3, 5 le nombre d'années séculaires bissextiles serait de 3×4 et dans les groupes 2, 4 il serait de 2×5, soit au total $12 + 10 = 22$ années séculaires bissextiles. En 100 siècles on supprime donc $100 - 22 = 78$ jours.

Perfectionnement du Calendrier lunaire.

Nous avons vu que la 3e règle de correction de l'épacte supprime, en 100 siècles, 4/3 d'unité à l'épacte et que la suppression ne devrait être que de deux tiers et demi d'unité. Les retardements prescrits par la 3e règle sont donc trop rapprochés.

On ferait disparaître cette légère erreur en portant de 25 à 40 siècles la période du retardement, car la suppression qui en résulterait serait exactement de deux tiers et demi d'unité.

Nous sommes au terme de notre longue étude.

Dans « La question de Pâques et du Calendrier » voici, pour terminer, l'angle sous lequel est envisagée la Réforme du Calendrier, par le Rme Dom F. Cabrol, abbé de St. Michel , à Farnborought (Angleterre), dans la préface de ce livre :

« Mais il faut se demander ce qu'en pense le saint Siège, car tous les auteurs d'une réforme du Calendrier comprennent qu'aucune tentative n'aurait de succès si elle ne ralliait à son système l'Eglise catholique. Sur ce point, le Saint-Siège s'est montré jusqu'ici très réservé. L'auteur nous donne l'opinion de Léon XIII, et la lettre de Mgr. Maglione, alors nonce à Berne, à la date du 7 Mars 1924, au nom du Pape Pie XI.

Le jour où la Société des Nations, qui s'est déjà occupée de cette question, pourrait démontrer qu'on est arrivé sur ce point à une entente universelle entre toutes les nations qui suivent aujourd'hui le Calendrier Julio-Grégorien, et qu'elle proposerait un système scientifiquement meilleur que celui d'aujourd'hui et qui réunirait l'assentiment universel, il est probable, pour ne pas dire certain, que le Saint-Siège serait disposé à dire, après Léon XIII, que l'« initiative d'une pareille réforme pourrait alors être prise en considération ».

TABLE DES MATIÈRES

ERRATA

1° P. 65, 3^{e} ligne de haut en bas, lire : de 22 à 56 au lieu de : de 1 à 56.

2° P. 70, 11^{e} ligne de bas en haut, lire $a = \frac{9x + s - n}{19}$ au lieu de $a = \frac{9x + s + n}{19}$.

3° P. 93, dernière ligne, lire 1938 au lieu de 1838.

ERRATA (suite)

Aux 3 fautes typographiques signalées après la Table des Matières, s'ajoutent les suivantes :

P. 16, 13^{e} ligne, lire la durée au lieu de le durée.
P. 39, 14^{e} ligne, lire commune au lieu de bissextile.
P. 46, 11^{e} ligne, en remontant, lire 14 Mars au lieu de 16 Mars,
P. 48, 20^{e} ligne, lire les 7 premiers jours d'Août, au lieu de les 17.
P. 55, 13^{e} ligne en remontant, lire XVI^{e} siècle, au lieu de XVI^{e} siècles.
P. 62, Fin du 1°, lire 21 au 49 Mars, au lieu de 21 au 44 Mars.
P. 64, 1re équation, lire PL = 44 — E, au lieu de PL = 31 — E.
P. 93, V^{e} Problème, dernière ligne, lire soit 15 années, au lieu de 17.
P. 106, 10^{e} ligne, lire 1601 a pour épacte 26, au lieu de 25.
P. 107, 12^{e} ligne en remontant, lire de 30 jours, au lieu de : de 29 jours.
P. 138, 10^{e} ligne, ajouter **subsiste**, après erreur.