Groupe d'étude en théorie analytique des nombres

Jean-Marie de Koninck

Sur le plus grand facteur premier

Groupe d'étude en théorie analytique des nombres, tome 2 (1985-1986), exp. nº 20, p. 1

<http://www.numdam.org/item?id=TAN_1985-1986__2__A11_0>

Groupe d'étude en
THÉORIE ANALYTIQUE DES NOMBRES
3e année, 1985/86, n° 20

5 mai 1986

SUR LE PLUS GRAND FACTEUR PREMIER

par Jean-Marie DE KONINCK (*)

Résumé

Pour chaque nombre naturel $n \geqslant 2$, soit $P(n)$ son plus grand facteur premier. Il arrive que, pour certaines fonctions arithmétiques additives f , on a

$$(1) \qquad \sum_{2 \leqslant n \leqslant x} f(P(n)) \sim \sum_{2 \leqslant n \leqslant x} f(n) .$$

Ainsi c'est le cas lorsque $f = \beta$, où $\beta(n) = \sum_{p \mid n} p$, les deux sommes en (1) étant alors asymptotiques à $(\pi^2/12)\, x^2/\log x$ (**). On considère les fonctions f fortement additives pour lesquelles il existe une fonction à variation régulière R telle que $f(p) = R(p)$ pour chaque nombre premier p . On démontre alors que, lorsque la fonction associée R croît assez rapidement, la relation (1) sera préservée. Par contre, lorsque la fonction R est une fonction dite à oscillation très lente (soit une fonction R telle que $R(x^a) \sim R(x)$ pour chaque $a > 0$), alors la relation (1) ne tient plus. Pour les différentes classes de fonctions f , on obtient les comportements asymptotiques des deux expressions apparaissant en (1).

(*) Jean-Marie DE KONINCK, Department of Mathematics, University Laval, QUEBEC, G1K 7P4 (Canada).

(**) DE KONINCK (Jean-Marie) and IVIC (Aleksandar). - The distribution of the average prime divisor of an integer, Arch. der Math., t. 43, 1984, p. 37-43.