

# SÉMINAIRE DE PROBABILITÉS (STRASBOURG)

F. COQUET

J. MÉMIN

**Correction : « Vitesse de convergence en loi pour des solutions d'équations différentielles stochastiques vers une diffusion »**

*Séminaire de probabilités (Strasbourg)*, tome 31 (1997), p. 327-328

[http://www.numdam.org/item?id=SPS\\_1997\\_\\_31\\_\\_327\\_0](http://www.numdam.org/item?id=SPS_1997__31__327_0)

© Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York, 1997, tous droits réservés.

L'accès aux archives du séminaire de probabilités (Strasbourg) (<http://portail.mathdoc.fr/SemProba/>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

**Corrections de l'article de F. Coquet et J. Mémín**  
**"Vitesse de convergence en loi pour des solutions**  
**d'équations différentielles stochastiques vers une diffusion"**  
**(Séminaire de Probabilités XXVIII)**

1) Enoncé du lemme 3 p. 285 : il faut remplacer l'inégalité (19) par :

$$\bar{P}(\|\bar{X} - \bar{Y}_\tau\|_T > \epsilon) \leq K/\epsilon^2(\alpha + \bar{P}(\|\tau - Id\|_T > \alpha)) + \bar{P}([M^\beta]_T > 4T).$$

2) Ensuite p. 286 (21) doit être remplacé par :

$$\begin{aligned} \bar{P}(\|\bar{X} - \bar{Y}_\tau\|_T > \epsilon) &\leq 4/\epsilon^2 \left( \bar{E}(\|\bar{X} - \bar{X}^n\|_T^2) + \bar{E}[\|\bar{Y} - \bar{Y}^n\|_{\tau_T \wedge (T+\alpha)}^2] \right) \\ &\quad + \bar{P}(\tau_T > T + \alpha) + \bar{P}(S > T) \end{aligned} \quad (21)$$

avec  $S = \inf\{t/[W_\tau]_t > 4T\}$ . Les calculs estimant  $\bar{E}(\|\bar{X} - \bar{X}^n\|_T^2)$  sont entachés d'une erreur à la troisième ligne que nous a signalée L. Vostrikova. La démonstration suivante remplace la précédente jusqu'à l'inégalité (23).

$$\begin{aligned} \bar{E}(\|\bar{X} - \bar{X}^n\|_{T \wedge S}^2) &= \bar{E} \left( \left\| \int_0^{T \wedge S} (\sigma(\bar{X}_{s-}) - \sigma^n(\bar{X}_{s-}^n)) dW_{\tau_s} \right\|_{T \wedge S}^2 \right) \\ &\leq 4\bar{E} \left( \int_0^{T \wedge S} (\sigma(\bar{X}_{s-}) - \sigma^n(\bar{X}_{s-}^n))^2 d[W_\tau]_s \right) \\ &\leq 8\bar{E} \left( \int_0^{T \wedge S} (\sigma(\bar{X}_{s-}) - \sigma(\bar{X}_{s-}^n))^2 d[W_\tau]_s \right) \\ &\quad + 8\bar{E} \left( \int_0^{T \wedge S} (\sigma(\bar{X}_{s-}) - \sigma^n(\bar{X}_{s-}^n))^2 d[W_\tau]_s \right) \end{aligned} \quad (22)$$

Calculons le dernier terme du membre de droite de (22) :

$$\begin{aligned} &\bar{E} \left( \int_0^{T \wedge S} (\sigma(\bar{X}_{s-}) - \sigma^n(\bar{X}_{s-}^n))^2 d[W_\tau]_s \right) \\ &= \sum_{k=0}^{n-1} \bar{E} \left( \int_{kT/n \wedge S}^{(k+1)T/n \wedge S} (\sigma(\bar{X}_{s-}) - \sigma(\bar{X}_{kT/n}^n))^2 d[W_\tau]_s \right) \\ &\leq L^2 \sum_{k=0}^{n-1} \bar{E} \left( \int_{kT/n \wedge S}^{(k+1)T/n \wedge S} (\bar{X}_{s-}^n - \bar{X}_{kT/n}^n)^2 \wedge 4N^2/L^2 d[W_\tau]_s \right) \\ &\leq L^2 N^2 \sum_{k=0}^{n-1} \bar{E} \left( \int_{kT/n \wedge S}^{(k+1)T/n \wedge S} (W_{\tau_{s-}} - W_{\tau_{kT/n}})^2 \wedge 4/L^2 d[W_\tau]_s \right) \end{aligned}$$

Notant  $B(\alpha) = \{\omega : \sup_{t \leq T} |\tau_t(\omega) - t| > \alpha\}$  et  $I_k = [kT/n - \alpha, (k+1)T/n + \alpha]$ , la ligne précédente devient :

$$\begin{aligned} &\leq O(\overline{P}(B(\alpha))) \\ &+ 2L^2 N^2 \sum_{k=0}^{n-1} \overline{E} \left( \sup_{t \in I_k} (W_t - W_{kT/n})^2 \mathbf{1}_{B^c(\alpha)} ([W_\tau]_{(k+1)T/n \wedge S} - [W_\tau]_{kT/n \wedge S}) \right) \\ &\leq O(\overline{P}(B(\alpha))) \\ &+ 2L^2 N^2 \sum_{k=0}^{n-1} \overline{E} \left( \sup_{t \in I_k} (W_t - W_{kT/n})^4 \right)^{1/2} \left( \overline{E} \left( ([W_\tau]_{(k+1)T/n \wedge S} - [W_\tau]_{kT/n \wedge S})^2 \mathbf{1}_{B^c(\alpha)} \right) \right)^{1/2} \\ &\leq O(\overline{P}(B(\alpha))) + 2KL^2 N^2 \sum_{k=0}^{n-1} (2\alpha + T/n)^2 \end{aligned}$$

(On a écrit que  $\overline{E}(\sup_{t \in I_k} (W_t - W_{kT/n})^4) \leq K^2(2\alpha + T/n)^2$  et que  $\overline{E} \left( ([W_\tau]_{(k+1)T/n \wedge S} - [W_\tau]_{kT/n \wedge S})^2 \mathbf{1}_{B^c(\alpha)} \right) \leq \overline{E} \left( ([W]_{(k+1)T/n + \alpha} - [W]_{kT/n - \alpha})^2 \right)$ . En prenant  $n = [1/\alpha]$ , l'inégalité précédente est alors majorée par :

$$O(\overline{P}(B(\alpha))) + 36KL^2 N^2 (1 + T)\alpha$$

On a donc en définitive

$$\overline{E} \left( \|\overline{X} - \overline{X}^n\|_{T \wedge S}^2 \right) \leq O(\overline{P}(\|\tau - Id\|_T > \alpha)) + O(\alpha) + 8L^2 \int_0^T \overline{E} \left( \|\overline{X} - \overline{X}^n\|_s^2 \right) ds,$$

d'où, en utilisant le lemme 1 avec  $U = \|\overline{X} - \overline{X}^n\|^2$  et  $A = [W_\tau]$ , on obtient :

$$\overline{E} \left( \|\overline{X} - \overline{X}^n\|_{T \wedge S}^2 \right) \leq O(\overline{P}(\|\tau - Id\|_T > \alpha) + \alpha). \quad (23)$$

La modification de l'inégalité (19) ne change rien à l'estimation finale, le terme  $\overline{P}(S > T) = \overline{P}([M^\beta]_T > 4T)$  étant déjà comptabilisé dans le lemme 2.