

SÉMINAIRE DE PROBABILITÉS (STRASBOURG)

PAUL-ANDRÉ MEYER

Une remarque sur la topologie fine

Séminaire de probabilités (Strasbourg), tome 19 (1985), p. 176

http://www.numdam.org/item?id=SPS_1985__19__176_0

© Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York, 1985, tous droits réservés.

L'accès aux archives du séminaire de probabilités (Strasbourg) (<http://portail.mathdoc.fr/SemProba/>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

UNE REMARQUE SUR LA TOPOLOGIE FINE
par P.A. Meyer

La remarque suivante est certainement << bien connue >>, mais elle mérite d'être rappelée de temps en temps.

Soit (X_t) un bon processus de Markov droit. Soit (f_t) une famille de fonctions presque boréliennes finement continues, dépendant mesurablement d'un paramètre t , et uniformément bornée. Soit $f = \int f_t \lambda(dt)$, où λ est une mesure bornée. Alors f est encore finement continue.

Sur un espace métrisable, ce serait évident : on prendrait des x_n tendant vers x , $f(x_n) = \int f_t(x_n) \lambda(dt)$ converge vers $f(x)$ par convergence dominée. Mais la topologie fine n'est pas métrisable, et n'admet en général aucune suite convergente.

On remplace ce raisonnement par le suivant : pour vérifier que f est finement continue en x , il suffit de vérifier que, pour toute suite (T_n) de t . d'a. qui tend en décroissant vers 0, $E^x[|f(X_{T_n}) - f(x)|]$ tend vers 0. Or cette propriété a lieu pour les f_t , et il suffit d'intégrer en t et d'utiliser la convergence dominée comme ci-dessus.