K. D. TARKALANOV

L'étude des prototypes - une conception philosophique adéquate dans une partie de mes ouvrages mathématiques

Séminaire de Philosophie et Mathématiques, 1992, fascicule 1
« Étude des prototypes dans mes travaux mathématiques », , p. 1-9
<http://www.numdam.org/item?id=SPHM_1992___1_A1_0>

L'ETUDE DES PROTOTYPES - UNE CONCEPTION PHILOSOPHIQUE ADEQUATE DANS UNE PARTIE DE MES OUVRAGES MATHEMATIQUES

K.D. Tarkalanov

La découverte d'un prototype (complet) lors d'une interprétation mathématique correspondant à un retour vers l'essentiel de la qualité étudiée par le processus infini de la réflexion de Hegel. Comme un exemple à cet égard pour un groupe de mes recherches sont indiquées au détail les manifestations mathématiques des lois dialectiques. L'étude des prototypes doit être reçue comme une conception phiosophico-méthodologique adéquate générale qui oriente le travail pour l'obtention de plusieurs de mes résultats. Pour une partie d'entr'eux sont désignés des formules mathématiques descriptives dans le but de démontrer les aspects philosophiques désignée.

J'ai commencé mon travail scientifique dans le domaine des groupes partiellement ordonnés. L'ordre dans un tel groupe est un prédicat biplace et j'insiste sur cet élément logique lors de son étude. En même temps, comme nous allons nous persuader plus bas, il contribue à l'introduction d'une conception philosophique dans certaines recherches. Nous allons arriver à la liaison de deux choses :

1. cette conception concerne la préservation du prédicat (l'ordre) dans la direction inverse lors de la représentation homomorphique des groupes comme un appareil mathématique et objets d'étude et
2. du point de vue philosophique cette sauvegarde signifie un retour vers le prototype comme une compréhension de l'essentiel de la qualité étudiée.

Le retour vers le prototype et son étude est pénétré dans la base des recherches de l'auteur dans ce domaine et dans plusieurs autres, dont on parlera plus loin. Mon opinion est que chaque chose (dans le cas - un objet mathématique ou une qualité étudiée) a un prototype.

Arrêtons-nous maintenant plus en détail sur l'aspect philosophique désigné : L'étude des prototypes est une méthode dialectique. Dans "Science de la Logique" (2) Hegel accepte l'application successive de la négation dialectique comme un retour graduel vers l'essentiel de la qualité. Nous allons donner à cet endroit seulement une citation de son opinion:

"L'essentiel est un être en soi-même et un être pour soi-même, mais il est un tel dans la définition de l'être en soi-même, puisque sa définition générale provient de l'être, autrement dit, d'être une n é g a t i o n d e l' ê t r e" ((2)), p.10).

On peut considérer que la méthode dialectique désignée est "incorporée" dans la pensée humaine et en particulier - dans la pensée mathématique. Naturellement, je ne pourrais pas affirmer que je l'avais appliquée m'appuyant sciemment sur elle, mais il est spûr que mon intuition a suivi son chemin. Au début elle est un simple résultat pour des sous-demi-groupes purs des groupes (c.à.d. - pour des sous-demi-groupes invariants, ne contenant pas l'unité et donnant un ordre dans le groupe). Sa formule descriptive est la suivante : le prototype complet d'un sous-demi-groupe pur lors d'un homomorphisme de groupe est un sous-demi-groupe pur. D'une manière formalisée il peut être exprimé ainsi φ est un homomorphisme du groupe G sur le groupe G_1 et P_1^+ est un sous-groupe pur dans le dernier. Alors, son prototype complet $P^+ = \varphi^{-1}(P_1^+)$ est un sous-demi-groupe pur dans G (2).

Le résultat ne présente pas une complexité mathématique, mais il a une portée méthodologique importante. Du point de vue philosophique il est une négation dialectique complète comme une partie d'un retour vers l'essentiel : le prototype. Et de plus, c'est le prototype complet qui donne une information dialectique plus achevée sur l'essentiel par rapport à quoi que ce soit d'incomplet. Du point de vue méthodologique cette méthode permet une étude mathématique formalisée des homomorphismes forts des groupes partiellement ordonnée (2), gardant l'ordre dans une direction inverse, des homomorphismes forts qui restent monotones(3), des images fortement homomorphiques du produit ordonné directement des groupes (4). Ensuite, la même manière d'agir est appliquée à une étude de la sauvegarde des prédicats dans une direction inverse dans des systèmes algébriques monotypes arbitraires (5).

La conception exposée est suivie dans plusieurs autres ouvrages de l'auteur. Et de plus, les lois dialectiques ont des manifestations mathématiques concrètes.

Nous allons commencer par l'ouvrage (6). On y étudie des propriétés de l'homomorphisme naturel $\eta \neq \eta\,(x_i^{\varepsilon}) = x_i^{\varepsilon}$ $(i = \overline{1,n}\ ;\ \varepsilon = \pm 1)$ du demi-groupe libre Σ^* sur l'alphabet double Σ des générateurs x_i et leur inverses x_i^{-1} sur un groupe partiellement ordonné G_1 avec ces n générateurs. Le prototype complet $\mathcal{P}^+ = \eta^{-1}(P_1^+)$ du sous-groupe pur P_1^+ du G_1 est une langue formelle dans Σ^*, qui possède des propriétés analogues à celles de P_1^+.

Ceci est important d'après les considérations suivantes : le prototype complet dans Σ^* d'un sous-ensemble de G_1 est appelé par A.V. Anissimov sa couverture (7). L'intérêt des couvertures est argumenté par lui sous l'aspect mathématique comme une présentation des langues formelles dans des demi-groupes et des automates d'un type déterminé. Nous allons développer ici l'importance du sens et de la signification philosophiques de la couverture des sous-groupes purs lié à l'importance de leurs prototypes complets grâce aux homomorphismes de groupe. Nous observons l'ensemble de tous les groupes de mêmes générateurs x_i, se trouvant sur le chemin de l'homomorphisme naturel η du Σ^* au G_1 (le plus grand c'est le <<Σ>> libre).

Notre résultat des sous-groupes purs cité au début est en vigueur pour chacun d'eux. En réalité, il agit successivement, en retournant dan sla direction inverse, c.à.d. - comme une interprétation mathématique (une découverte des prototypes complets) d'une négation dialectique appliquée successivement. Dans le demi-groupe libre Σ^* le prototype est $\mathcal{P}^+$.

Donc, tous ces prototypes sont obtenus par la voie

$$\{\underbrace{\text{non-non-}\ldots\text{-non}}_{\substack{\text{une certaine quantité}\\ \text{de fois}}}\ G_1\}$$

de la réflexion de Hegel(2), appliquée à "la qualité" G_1 de "l'être". Hegel considère que le processus de la réflexion est une pénétration de plus en plus profonde dans l'essentiel de la qualité. Ce processus est infini (la loi de la négation de la négation) et pour une qualité K étudiée concrètement il êut être "formalisé" comme une suite infini $\{\underbrace{\neg\neg\ldots\neg}_{n \text{ fois}}K\}_{n=o}^{\text{infini}}$ provenant de K.

Une raison d'une telle définition "formelle" nous donne la formulation suivante de Hegel :

"La détermination de la formation de l'être a pour raison l'être; et elle est une corrélation avec l'a u t r e. Au contraire, le mouvement réfléchissant - c'est l'autre en qualité d'u n e n é g a t i o n e n l u i - m ê m e, possédant l'être seulement comme une négation étant en correlation avec elle-même. Autrement dit puisque cette corrélation est exactement cette application de la négation à une négation on est en présence d'une négation comme négation, comme quelque chose de telle qui a son être, étant exposée à une négation, a son être comme une visibilité. Donc, ici l'autre n'est pas un être avec u n e n é g a t i o n ou une limite, mais u n e n é g a t i o n

a v e c u n e n é g a t i o n..." ((1) p.18).

Dans notre cas - après le retour du groupe libre $<<\Sigma>>$ dans le demi-groupe libre Σ^*, les changements mathématiques s'interrompent (plus exactement - il commence une répétition). Mais du poinit de vue dialectique, cette répétition lors de l'interprétation n'est pas étonnante et représente une expression des changements quantitatifs accumulés des sous-groupes purs sur le chemin inverse vers la langue $\mathcal{P}^+$ dans Σ^* couvrante le sous-demi-groupe pur P_1^+ . En d'autres termes, on est en présence d'une manifestation mathématique de la loi du passage des accumulations quantitatives vers des changements qualitatifs. La loi de l'unité et la lutte des contraires se manifeste mathématiquement sous deux façons : dans chacun des groupes sur le chemin de la réflexion il y a des ordres contraires, et dans l'alphabet Σ - des générateurs contraires dans les groupes (mais pas dans le demi-groupe Σ^*).

Les considérations ci-dessus donnent la raison d'être de l'étude des prototypes comme un concept philosophico-méthodologique adéquat pour l'orientation de mes recherches dans les domaines mentionnés et ceux qui leur sont liés.

Nous allons nous arrêter un moment sur l'importance du chemin dialectique réflectif inverse (de l'homomorphisme naturel η) pour la formation des concepts. Notre résultat initial pour P_1^+ et P^+ est obtenu plus tôt et indépendamment de la couverture de P_1^+ avec $\mathcal{P}^+$. Je vois dans ce fait une confirmation complète du principe de Hegel pour la formation des concepts dans leur "marche nette impétueuse, qui n'accepte rien en elle-même de dehors"((8), p.108). Donc, en étudiant les sous-demi-groupes purs du type P^+, l'auteur a parcouru préalablement la grande partie du chemin (il ne reste qu'une étape - du <<Σ>> au Σ^*) jusqu'à la couverture finale de P_1^+ par $\mathcal{P}^+$ en poursuivant justement une telle marche dialectique nette. Naturellement, il est intéressant ce qu'on rencontre sur ce chemin. Voilà pourquoi, ces considérations peuvent servir elles aussi comme une argumentation méthodologique de l'importance de l'étude de la sauvegarde des prédicats dansune direction inverse ((2) - (5)).

Le but visé est de préter attention aux aspects philosophiques lors des recherches dans une partie des ouvrages de l'auteur. Je considère que ce qui est fait jusqu'à présent à cet égard peut servir en même temps de raison pour citer d'autres résultats propres aussi de (6) puisque pour lui nous avons donné plus d'exemples concernant notre conception philosophico-méthodologique. Leur citation descriptive suivante démontre les aspects philosophiques mentionnés et reflète la force expressive de l'acquis sur le chemin adéquat choisi :

1) Un sous-demi-groupe pur avec une base finie est couvert légèrement (un prototype incomplet) par une langue sans contexte. Dans ce but on établit une grammaire concrète.
2) Si le groupe est contextuellement libre (c.à.d. - avec un noyau sans contexte) (7), un tel sous-demi-groupe est couvert (complètement, et pas légèrement) par une langue sans contexte. Le résultat est nouveau et non publié.
3) Un sous-demi-groupe pur n'est pas couvert par une langue régulière de Cliny, c.à.d. l'ordre dans un groupe partiellement ordonné n'est jamais exprimable par les noveaux les plus bas des ensembles récursifs (9). Mais, comme on le voit de 2) il est parfois exprimable par leurs niveaux plus hauts.

Pour les automates de groupe (7) $A_G(\Sigma, G, \delta)$ la fonction du passage des états s'introduit de la façon suivante : $\delta(g,x_i^{\varepsilon}) = g\eta(x_i^{\varepsilon})$, $g \in G$, $x_i^{\varepsilon} \in \Sigma$, $\varepsilon = \pm 1$.

Le concept philosophico-méthodologique mentionné se manifeste clairement dans le résultat suivant : L'ensemble P_g de tous les mots dans Σ^*, chacun desquels transforme cet automate d'un état donné g dans un état strictement plus grand, coïncide avec le prototype complet $\mathcal{P}^+$ lors de η du sous-demi-groupe pur P^+ de G , donnant un ordre en lui, c.à.d. $P_g = \{\pi/\pi \in \Sigma^*, \delta(g,\pi) >_G g\} = \eta^{-1}(P^+) = \mathcal{P}^+$ (10).

Dans (12) Red'ko, pareillement à l'algèbre des événements régulies de Cliny (11), introduit comme sa synthèse la notion d'algèbre régulière définie sur un demi-groupe arbitraire. Dans (6) et (13) l'auteur sépare les sous-groupes dans deux classes de demi-groupes. L'une des classes (14) est d'une mesure d'application $\frac{1}{2}$, et l'autre (13) - avec un vocabulaire strictement régulier (15) des mots déterminants (aucun mot du vocabulaire n'entre pas dans un autre et aucun début de ses mots n'est pas la fin d'un de ses mots). Le problème de l'inéquation, qui est plus général que celui de l'équation est résoluble (16),(17),(13) dans des dilatations des deux classes.

Mais notre but est de montrer comment, en appliquant le même concept philosophico-méthodologique, l'auteur résout dans (6) et (13) le problème de l'équation dans l'algèbre définie régulière sur un sous-demi-groupe séparé H d'un demi-groupe des deux classes mentionnées. La manière d'agir par la séparation d'un sous demi-groupe est qu'il possède la propriété suivante : si un élément donné du sous-demi-groupe séparé est un produit de quelques uns de ses éléments, alors chacun de ses mots est un produit d'un mot du premier multiplicateur et d'un mot de la deuxième etc. - jusqu'à la dernière. Cette propriété n'est pas accomplie dans le cas général. La méthode de séparation d'un sous demi-groupe est proposée par l'auteur et mène à la situation suivante, permettant l'application de notre conception sur l'étude des prototypes : si $\mathcal{R}$ et $\mathcal{S}$ sont des expressions régulières sur le sous demi-groupe séparé H d'un demi-groupe de l'une ou de l'autre classe avec un système de générateurs Σ (maintenant ce n'est pas un alphabet double), alors $\mathcal{R} = \mathcal{S} \Leftrightarrow \varphi^{-1}(\mathcal{R}) = \varphi^{-1}(\mathcal{S})$. De cette façon le problème de l'équation $\mathcal{R} = \mathcal{S}$ se réduit au problème déjà résoluble de l'identité dans l'algèbre des événements réguliers sur Σ^* (11) , (18). La notation même φ^{-1} de prototype complet montre l'application de notre conception.

En analysant les aspects philosophico-méthodologiques de la réduction montrée seulement à un problème résoluble nous allons citer un de nos résultats obtenu par une manière d'agir (6) , (13) pour les demi-groupes des deux types mentionnées : chacun d'eux possède une image homorphique finie avec un sous demi-groupe non trivial.La méthode de son obtention est de (6) à l'aide d'une relation avec un index fini, définie comme celle de la théorie des langues (11) , théorème 2.1.5. Pour motiver la désignation de ce résultat aussi, nous allons montrer que par la même méthode est obtenu celui 3) qui est cité ci-dessus et qui est directement lié à l'application de la conception philosophico-méthodologique arugmentée.

Ayant en vue de noveau le chemin choisi nous étudions le décodage comme une méthode d'obtention des prototypes après un codage. Nous réalisons cela pour des automates décodifiants invariants sans devancement, introduits par O.T. Romanov dans (15).Un tel automate décode lors d'un état initial arbitraire la lettre codée à peine après l'absorption complète par l'entrée du mot codant. L'automate n'existe que si le vocabulaire codant est strictement régulier (15). Mais, ici, nous appliquons la loi de l'unité et de la lutte des contraires et nous étudions des images homomorphiques d'automate (19). Nous démontrons dans (20) les résultats suivants : l'image homomorphique d'un automate décodifiant invariant sans devancement est aussi la même (nous démontrons l'existence d'une image non triviale à l'aide de notre théorème pour construction des facteurs-automates (21)); la connexion successive de tels automates est aussi décodifiant invariant sans devancement.

Nous soulignons comme conclusion : nous avons examiné ici les aspects philosophico-méthodologiques, qui sont communs pour une partie considérable de nos résultats. Par nécessité ont été désignés (pas toutes) leurs formulations exprimées d'une manière descriptive dans le but d'une démonstration de ces aspects. Cela concerne des résultats, inclus dans ma dissertation (22) (ordre, problèmes algorithmiques, langues), ainsi que tels qui n'y sont pas inclus (problèmes algorithmiques, langues, automates). Ayant en vue le but visé, ici ne sont pas cités d'autres ouvrages de l'auteur sur des problèmes algorithmiques et les mathématiques discrètes, édités en USSR et par l'ICM - 86 (USA), sur l'intellect artificiel, édité par une conférence internationale des mathématiques discrètes et des applications en Bulgarie. On n'a pas montré non pous un procédé mathématique de (16), (22), utilisé par un autre auteur aussi (23).

LITTERATURE

(1) G.W.F. Hegel, Science de la logique, v. 2, Moscou 1971 (deuxième livre "Doctrine sur l'essentiel" - en langue russe).

(2) Tarkalanov K.D., Un fort homomorphisme d'un groupe partiellement ordonné sur un autre (en langue bulgare, résumés en russe et en allemand), Ecole Normale Supérieure "Paisii Hilendarski" - Plovdiv, Travaux scientifiques, 6,1 (1968), p.27-32.

(3) Tarkalanov K.D., Sur les images homomorphiques fortement monotones d'un groupe partiellement ordonné (en langue russe, résumé en français), Ecole Normale Supérieure - Plovdiv, Natura, t. III, f 1 (1970), p.13-16.

(4) Tarkalanov K.D., Images fortement homomorphiques d'un produit direct partiellement ordonné de deux groupes (en langue russe, résumés en français et en allemend), Ecole Normale Supérieure "Paisii Hilendarski" - Plovdiv, Travaus scientifiques, 8, 1 (1970) p.25-31.

(5) a) K.D. Tarkalanov, Mächtiger Homomorphismus eines algebreischen Systems über ein anderes, Vortragsauszilge und Teilnehmerverzeichnis der Wissenschaftlichen Jahrestagung vom 9.-14.2. 1970, (Mathematische Geselschaft der DDR), s. 55.
b) ____
Ecole Normale Supérieure - Plovdiv, Natura, t. IV, f. 1 (1971), p.5-8.

(6) Tarkalanov K.D., Les langues sans contexte et certaines questios de la théorie des demi-groupes et groupes, Union des scientifiques de Bulgarie - branch Plovdiv, Sessionscientifique des scientifiques jeunes, 1979, Plovdiv (1980), p.131-142. (en langue bulgare).

(7) Anissimov A.W., Pour les langues de groupes, Kibernetika, N° 4 (1971), p.18-24. (en langue russe).

(8) G.W.F. Hegel, Science de la logique, v. 1, Moscou 1970 (première livre "Doctrine sur l'être" - en langue russe).

(9) Rabin M.O. and D. Scott, Finite automata and their decision problems, IBM J. Res. Dev., 3, N° 2 (1959), 114-125. (Traduction en langue russe : Kiberneticheskii abornik, 4, Ed. "Inostannsis literatoura (1962), p. 58-91).

(10) K.D. Tarkalanov, Coincidence of the Splittings of the State Group of a Strongly Group Automaton with its Decompositions in co-Classes concerning its Subgroupe, International Congress of Mathematicians, August 21-29, 1990, Kyoto, Japan, ABSTRACTS, Short Communications, p. 239.

(11) Ginsburg S., The mathematical Theory of context-free Languages, N.Y., 1966 (Traduction en langue russe : Ed. "Mir", Moscou, 1970).

(12) Red'ko V.N., Algèbres définis et algèbres de langues, Kibernetika, N°4 (1973), p. 57-63. (en langue russe).

(13) Tarkalanov K.D., Automates invariants décodofiants, dictionnaires fortement réguliers et solubilité de problèmes algorithmiques dans demi-groupes, Rec. "Ecole Militaire Supérieure" Vassil Levski", Travaux scientifiques, 12 (1982), p.143-152.

(14) Ossipova V.A., Vers le problème de l'équation de demi-groupe finalement déterminante, Compte Rend. de l'Académie des Sciences de l'URSS, 178,5 (1968), 1017-1020. (en langue russe).

(15) Romanov O.T., pour les automates décodifiants invariants sans devancement, Problemi kibernetiki, Ed. 17 (1966), p.233-236. (en langue russe).

(16) Tarkalanov K.D., Une classe de demi-groupes partiellement ordonnés avec un problème résoluble de l'inégalité (en langue russe), Compte rend. de l'Académie bulgare des sciences, 23, 2 (1970), p.129-132.

(17) Tarkalaov K.D., Solution du problème de l'inéquation dans une classe de demi-groupes partiellement ordonnés d'après la méthode d'Ossopova (en langue russe, résumé en françaos), Travaux scientifiques de l'Ecole Normale Supérieure "Paissi Hilandaraki" Plovdiv, 9,2 (1971), p.37-43.

(18) Glouchkov V.M., Théoris abstracts des automates, Ouspechi matematitcheskich naouk, 16, N°5 (1961), p.3-62. (en langue russe).

(19) Hartmanis J. and R.E. Staaras, Pair algebra and its Application to automate theory, Inf. and Contr. 7 (1964), 485-507. (Traduction en langue russe : Kibernetitcheskii abornik, novaia sariia, Ed. 6 (1969), p.89-111).

(20) Tarkalanov K.D., Sauvegarde des propriétés des automates décodifiants invariants sans devancement lors de leur représentation homomorphique et leur connexion successive (en langue russe), Second international Conference on discrete Mathematics and Applications, Blagoevgrad (Bulgarie), June, 5-10, ABSTRACTS, p.31-32.

(21) Tarkalanov K.D., Certaines questions des algèbres des paires et des machines séquentielles, Rec. "Union des scientifiques en Bulgarie - branch Plovdiv. Session scientifique des scientifiques jeunes, 1979", Plovdiv (1980), p.143-151. (en langur bulgare).

(22) Tarkalanov K.D., Ordre partiellement et probèmes algorithmiques des demi-groupes et groupes, (une dissertation de collation de grad de candidat ès sciences mathématiques), Centre unanime pour sciences et préparatifs de cadres de mathématiques et mécanique de l'académie bulgare des Sciences, Sofia 1977 (1988). (en langue bulgare).

(23) Géleva S.D., Problèmes lagorithmiques des demi-groupes et groupes partiellement ordonnés, (une dissertation de collation de grad de candidat ès Sciences mathématiques), Centre de mathématiques appliquée, Sofia 1977. (en langue bulgare).