Séminaire de philosophie
et mathématiques

GEORGES LOCHAK

La géométrisation de la physique

Séminaire de Philosophie et Mathématiques, 1984, fascicule 5
« La géométrisation de la physique », , p. 1-16
<http://www.numdam.org/item?id=SPHM_1984___5_A1_0>

LA GEOMETRISATION DE LA PHYSIQUE**

G. LOCHAK*

Avec l'avènement de la relativité et des quanta, les rapports entre les mathématiques et la physique ont, dans ce siècle, radicalement changé.

Les mathématiques, depuis longtemps, étaient un instrument de première importance pour la physique, mais avec la relativité et les quanta, est apparu ce phénomène étrange qu'on a pris l'habitude d'appeler la "géométrisation de la physique" ; l'intuition physique est passée pour une large part, chez les théoriciens, sous une forme mathématique, elle s'est détachée de l'espace et du temps habituels, c.à.d. du domaine dans lequel elle s'était toujours exercée jusque là et dans lequel elle continue de s'exercer pour la majorité des physiciens. Il est intéressant d'essayer de jalonner historiquement cette évolution par quatre grands noms qui marquent quatre époques ; Einstein, Weyl, Dirac et Yang. Je cite évidemment Einstein pour la relativité, mais aussi pour les quanta, dans un sens que j'expliquerai plus loin ; Weyl est ici à la fois en tant qu'initiateur des théories de champ unitaire en général et des théories de jauge en particulier ; Dirac est choisi pour la célèbre équation relativiste de l'électron ; et Yang, en tant que fondateur des théories de jauge actuelles, avec l'introduction des jauges non abéliennes.

---

* Fondation Louis de Broglie, 1 rue Montgolfier, 75003 PARIS

** *Conférence faite aussi au colloque de Cerisy-la-Salle sur l'oeuvre de René Thom en septembre 1982*

Le changement de point de vue qui s'est opéré au cours de notre siècle peut se résumer d'une manière que j'emprunte, d'ailleurs, à Yang lui-même qui a dit, en substance, qu'avant Einstein et Minkowski (1), les physiciens partaient de l'expérience, s'élevaient par l'induction jusqu'à une description des phénomènes grâce à des équations différentielles ou aux dérivées partielles, parvenaient à y découvrir des lois de symétrie et celles-ci apparaissaient comme une sorte de couronnement mathématique de la théorie ; après Einstein et Minkowski, les physiciens ont pris l'habitude de rechercher d'abord des lois de symétrie a priori (et souvent d'une façon extraordinairement abstraite), ils en tirent de nouvelles équations et c'est seulement ensuite qu'ils vérifient si l'expérience confirme leurs prévisions. La première façon de faire peut être qualifiée de "voie constructive" et la seconde de "voie formelle". Bien entendu, malgré l'évolution dont nous parlons ici, la voie constructive ne doit aucunement être regardée comme abandonnée par la physique. Commençons donc par citer quelques exemples de l'une ou l'autre voie qu'ont empruntées les théoriciens :

- Dans la voie constructive, je citerai d'abord la mécanique classique dont les lois de symétrie (transformations canoniques, géométrie symplectique) n'ont été découvertes que deux siècles après sa création par Newton. De même, l'électromagnétisme est issu de travaux expérimentaux ; les lois mathématiques qui en furent induites ont atteint leur forme supérieure avec les équations de Maxwell et ce n'est que quelques décennies plus tard que la symétrie interne de la théorie (le groupe de Lorentz) a été découverte. Il est intéressant de citer un exemple mixte dans lequel les deux vois s'entremêlent : c'est la découverte de la mécanique ondulatoire. On y trouve un aspect constructif avec la loi de l'accord des phases de de Broglie, ou l'idée de la prééminence des états stationnaires et la recherche des états de Bohr par Schrödinger. Mais il y a aussi des aspects formels tels que l'usage, par de Broglie, de la symétrie d'espace-temps pour établir l'analogie entre les principes de Maupertuis et de Fermat ou, plus encore, le raisonnement de Schrödinger qui consistait à appliquer le principe de Huygens à la propagation des ondes dans l'espace de configuration, c'est-à-dire dans un espace abstrait, et non plus dans l'espace physique comme l'avait fait de Broglie.

---

(1) On me pardonnera d'avoir omis le nom de Minkowski de la liste des noms qui jalonnent l'histoire de la géométrisation de la physique, mais j'en ai omis bien d'autres ; il s'agit là de quelques noms repères, non pas d'un palmarès.

- Quant aux théories découvertes par la voie formelle, je citerai bien sûr les équations de la relativité générale (après qu'Einstein eût échoué dans leur recherche par la voie constructive), l'équation de Dirac, les théories de jauge.

Dès le début de la relativité, avec la découverte, par Minkowski, des propriétés de l'espace qui porte son nom et du caractère tensoriel des lois de la relativité dans cet espace, est apparue l'idée qu'un critère d'invariance, c'est-à-dire un critère géométrique, doit être imposé **a priori** à des lois que l'on veut exprimer sous forme relativiste, et que c'est ce critère là qui renferme toutes les propriétés physiques d'origine relativistes que nous souhaitons retrouver dans ces lois. Autrement dit, lorsqu'on cherche à exprimer sous forme relativiste une certaine théorie physique, on ne cherche absolument pas, par le menu, quels sont les différents termes qu'il faudrait modifier ou rajouter dans les équations pour exprimer telle ou telle propriété relativiste : on recherche d'emblée l'invariance par rapport au groupe de Lorentz et c'est cela qui devra "automatiquement" renfermer toutes les modifications de détails. Or, il faut faire ici cette remarque importante que lorsqu'on agit ainsi, on ne sait pas toujours, physiquement, ce que l'on introduit dans l'équation. Il arrive que celle-ci possède des qualités heuristiques éblouissantes et qu'elle rende compte de propriétés physiques qui n'y avaient pas été consciemment introduites ou, même, qui pouvaient être auparavant tout à fait inconnues. La raison en est que les lois de symétrie font surgir certaines grandeurs mathématiques dont la présence s'impose à nous, au début comme celle d'objets un peu incongrus, voire encombrants et inutiles, mais dont l'interprétation nous révèle, pour certains d'entre eux, des propriétés physiques nouvelles ou des objets physiques entièrement nouveaux ; tandis que d'autres de ces grandeurs mathématiques restent longtemps rebelles à toute interprétation dans l'espace physique et conservent leur mystère.

Le cas le plus criant est celui de l'équation de Dirac, où l'on s'aperçoit que la conservation du moment cinétique n'est assurée que si l'on admet que l'électron possède une rotation propre (sur lui-même) : le **spin**, dont l'existence était déjà connue quand Dirac écrivit son équation, mais qu'il n'y avait pas consciemment introduite. De même, l'équation nous impose un certain type de solutions qui furent jugées, au début, plutôt étranges et embarrassantes, mais dont on finit par comprendre qu'elles représentent le positron, antiparticule de l'électron, dont l'existence aujourd'hui certaine n'avait même pas été soupçonnée jusque là. Mais inversement, d'autres grandeurs comme les deux "invariants" de Dirac, s'imposent tout autant, mais leur signification reste mystérieuse. De même, la décomposition hydrodynamique du tenseur d'énergie de Dirac comporte certains termes qui font image et qui donnent à penser que cette décomposition a un sens, mais il en est d'autres, liés aux deux invariants et qui, sans doute pour cela, gardent leur secret.

Ceci est très instructif, puisque l'équation de Dirac a été posée a priori à partir des principes généraux de la mécanique quantique et d'une condition d'invariance relativiste ; or le fait qu'elle fasse apparaître, lorsqu'on l'étudie, des garndeurs mathématiques qui n'y avaient pas été introduites **à priori** nous donne la meilleure preuve que si nous avions essayé de trouver l'équation relativiste de l'électron par une voie constructive, nous n'y serions pas encore parvenus jusqu'ici. Ceci montre à la fois toute la puissance et tout le mystère de ces principes géométriques que l'on a mis à la base de sa découverte.

Pour mieux comprendre la situation actuelle en physique, nous allons maintenant survoler rapidement l'évolution des idées qui a suivi la parution, à la fin de la seconde guerre mondiale (en 1917 et 1918) de deux mémoires, l'un d'Einstein et l'autre de Hermann Weyl, qui ont en commun cette double et curieuse caractéristique d'avoir eu peu de suites quant aux théories qu'ils proposaient, en même temps qu'ils eurent une influence considérable sur tout le développement futur de la physique théorique : le mémoire d'Einstein proposait une nouvelle méthode de quantification dans le cadre de l'ancienne théorie quantique de Bohr-Sommerfeld ; quant au mémoire de Weyl, il exposait la première tentative de théorie unitaire de la gravitation et de l'électromagnétisme.

Commençons donc par ce mémoire de Weyl, sur lequel je serai le plus bref. Rappelons pour cela que la relativité générale d'Einstein avait inclus dans la relativité la description du champ de gravitation, en assimilant celui-ci à une priorité géométrique (la **courbure**) de l'espace-temps. J'ai quelque peu honte de réduire à cette seule phrase l'une des plus grandes conquêtes de la géométrie en physique mais la raison en est que m'attachant surtout à la physique quantique, elle sort un peu de mon propos. Contentons nous donc de rappeler cela pour situer l'idée de Weyl qui consistait à rechercher une autre propriété géométrique de l'espace-temps afin d'y inclure également l'électromagnétisme : n'oublions pas que la gravitation et l'électromagnétisme étaient les deux seuls champs connus à cette époque et qu'une telle théorie aurait donc fourni une image complète de l'univers accessible. De même qu'Einstein s'était servi, pour décrire la gravitation, d'une loi générale d'invariance des lois physiques par rapport à un certain groupe de transformations, Weyl introduisit une nouvelle loi, l'**invariance d'échelle,** qui devait, plus tard, faire fortune sous la forme de l'**invariance de jauge** (mais en mécanique quantique et non plus en relativité générale).

En résumé, Hermann Weyl proposait d'admettre que lorsqu'on déplace une grandeur physique, c'est-à-dire une certaine fonction de l'espace et du temps, elle change d'une quantité qui ne dépend pas seulement de la pure géométrie, comme on le faisait jusque là en relativité, mais encore d'une sorte d'"indice de réfraction" de l'espace-temps (ce qu'il nommait une "échelle"). Or cette "échelle" introduisait un **vecteur d'univers** (à quatre composantes) que Weyl identifiait à ce que l'on appelle un **potentiel électromagnétique,** grâce auquel on peut, comme on le savait depuis Lorentz, représenter le champ électromagnétique.

Ce qui nous intéresse ici au premier chef c'est de remarquer la distance qui sépare cette idée de l'expérience. En réalité, l'expérience (en électricité ou en magnétisme) observe des **mouvements** d'objets mus par des **forces** électriques ou magnétiques. Ces forces, depuis Faraday, sont conçues comme provenant de **champs**, lesquels ne sont pas mesurés directement, mais ce sont eux qui sont décrits par les équations de Maxwell . Enfin, depuis Lorentz, ces champs sont, à leur tour, décrits par des potentiels et ce sont eux que Weyl identifiait à un facteur d'**échelle**, dans l'espace-temps de la relativité générale.

Cependant, ce n'était pas encore la bonne idée et, en tant que telle, la théorie a été abandonnée. Mais le changement d'échelle de Weyl a été mis sous une forme opérationelle encore un peu plus abstraite, en mécanique quantique, dans laquelle il s'est vu flanquer d'un facteur numérique **imaginaire**, si bien qu'il est devenu un **changement de phase** d'une fonction d'onde. L'idée de Weyl a donc quitté le domaine de la relativité générale pour celui de la mécanique quantique et c'est là qu'elle fit fortune, comme nous l'avons dit, sous le nom d'invariance de jauge.

Pendant une trentaine d'années, elle se contenta de gouverner avec succès la représentation des interactions électromagnétiques en fournissant une condition simple et heuristique à laquelle doivent obéir les équations qui décrivent des particules possédant une charge électrique. Mais c'est en 1954 que Yang et Mills franchirent un nouveau pas décisif. Jusque là, il paraissait évident que les composantes du potentiel électromagnétique devaient être des nombres ordinaires, dont le produit était donc commutatif ; par un rapprochement avec la théorie des groupes, on parle maintenant, dans ce cas, d'une **théorie de jauge abélienne.** Eh bien ce sont les théories de jauge **non abéliennes,** c'est-à-dire non commutatives, que Yang et Mills ont imaginées, ce qui correspond à l'introduction de nouveaux degrés de liberté des particules, donc de nouvelles interactions possibles. Cette idée, lointaine descendante de celle de Weyl, a permis d'importants succès dans le domaine des particules élémentaires dont le plus fameux est l'unification des **interactions électromagnétiques** et des **interactions faibles** par le modèle de Weinberg-Salam, avec les brillantes vérifications expérimentales (notamment les récentes observations de Z et de W) qui s'en sont suivies.

Malgré ces succès, il faut noter toutefois que cette ascension dans la généralisation abstraite des grandes lois de symétrie de la physique, ce processus de géométrisation, ne peut se faire qu'à partir d'un même ensemble de principes physiques déjà admis et reconnus : en l'occurence les principes de la mécanique quantique relativiste. S'il survenait une idée entièrement nouvelle qui se démarquerait des impératifs relativistes et quantiques, tout comme la relativité et les quanta ont dû se démarquer, à leurs débuts, des exigences de la mécanique classique, elle ne saurait s'exprimer dans ce même cadre géométrique et avec de telles lois de symétrie : elle commencerait par l'exprimer, sans doute, comme cela a toujours été le cas dans le passé, dans le langage balbutiant de la **voie constructive.** Il y a si longtemps que ce n'est pas arrivé qu'on en finit par oublier que la chose est possible, mais c'est pourtant ce que soulignait, avec autant de franchise que de clairvoyance, Abdus Salam, dans son discours Nobel, en citant cette phrase de Jost (tirée de "In Praise of Quantum Field Theory", Conférence de Sienne, 1963) :

> "A mon avis, le trait le plus frappant de la physique de ces dernières trente-six années est le fait que pas une seule nouvelle idée théorique de nature fondamentale n'a été couronnée de succès. Les principes de la théorie quantique relativiste se sont montrés, en toute circonstance, plus forts que les idées révolutionnaires d'un grand nombre de physiciens de talent. Nous vivons dans une maison en ruines d'où nous paraissons incapables de sortir. La différence entre cette maison et une prison est à peine perceptible".

Et il est bien vrai, en effet, que lorsqu'on s'est longtemps heurté à d'insurmontables difficultés en essayant de comprendre la physique quantique en termes intuitifs dans l'espace et dans le temps, avec l'espoir un peu fou de la dépasser un jour, et lorsqu'on retrouve ensuite le succès (même modeste!) dès qu'on revient dans le giron des sacro-saints principes quanto-relativistes, on ne peut retenir quelqu'amertume à se sentir ainsi enfermé dans une sorte de prison de verre dont on rencontre, dans quelque direction que l'on tente de s'en évader, les murs impénétrables, qui étaient restés provisoirement invisibles parce qu'on essayait, pour un temps, d'oublier leur présence.

Mais revenons à l'époque héroïque et au mémoire d'Einstein de 1917. Nous devons, pour cela, rappeler d'abord un point technique important : à cette époque, différents physiciens (Bohr, Sommerfeld, Epstein, etc.) avaient tenté de généraliser à l'ensemble de la dynamique analytique les règles quantiques que Bohr avait introduites dans sa fameuse théorie de l'atome. C'est cet ensemble de règles qu'on appelle aujourd'hui l'"ancienne théorie des quanta". Elles consistaient essentiellement à "quantifier" ce qu'on appelle, en dynamique analytique, les **intégrales d'action.** Ce sont là des grandeurs définies sur des systèmes dits "intégrables" et on les calcule en représentant le système grâce à des variables particulières dites "séparables" ; la règle de quantification stipulait que l'on devait identifier chaque intégrale d'action à un multiple entier de la constante de Planck. L'expérience a donné raison à cette règle dans plusieurs cas physiques importants mais, dans l'unique article qu'il ait écrit sur cette question (celui-là même dont nous parlons). Einstein s'est élevé contre cette manière de faire en objectant qu'elle est fondée sur l'usage de variables très particulières, les variables séparables, et que cette propriété de séparabilité n'est pas **covariante.** Le mot "covariante" n'est pas pris ici dans le sens qu'on lui donne en relativité, en se référant aux transformations de Lorentz ; Einstein invoquait ici une autre **loi d'invariance** (ou, si l'on veut, de symétrie) et se référait au groupe des **transformations canoniques** qui sont celles qui ont la propriété de conserver la forme dite "hamiltonienne" des équations de la dynamique classique, dont la théorie quantique faisait usage.

Einstein considérait qu'il n'était pas admissible que la quantification reposât sur un simple artifice de calcul et il proposa une méthode générale et invariante. Il est curieux de noter que cette méthode, en tant que telle, n'apporta rien de nouveau à la théorie des quanta et elle fut, du reste, éphémère puisque la théorie tout entière devait se voir supplanter quelques années plus tard par la "nouvelle théorie des quanta", c'est-à-dire par la mécanique ondulatoire et quantique, telle que nous la connaissons aujourd'hui. Et pourtant ! Ce mémoire n'en a pas moins marqué de façon profonde et indélébile toute la physique de notre siècle. Mais que proposait-il ? Il proposait non pas de quantifier les intégrales d'action prises séparément, ce qui ne pouvait se faire qu'en choisissant des variables particulières, mais de quantifier leur somme, c'est-à-dire **l'action maupertuisienne** du système qui, elle est un invariant canonique, c'est-à-dire qui ne dépend pas des variables choisies pour représenter le système. Mais on pourrait croire que, ce faisant, Einstein remplaçait $\underline{n}$ conditions (puisqu'il y a autant d'intégrales d'action que le système possède de degrés de liberté (1)), par une seule ; et donc qu'il devrait lui manquer des nombres quantiques. Or, Einstein montra qu'il n'en était rien, pourvu que l'on s'impose de calculer l'intégrale de Maupertuis sur **tous** les chemins fermés possibles de l'espace de configuration. Il montra que l'ensemble de ces chemins se partage en classes d'homotopie

---

(1) Je fais abstraction des dégénérescences qui nous importent peu ici.

qui sont en même nombre que les intégrales d'action et que si l'on choisit un échantillon dans chaque classe, on retrouve bien les anciens résultats, mais par un raisonnement qui reste invariant par rapport au groupe canonique.

Mais où était donc l'idée révolutionnaire dans tout cela ? Elle résidait en ce que le raisonnement d'Einstein était sans doute le premier raisonnement physique qui reposait entièrement sur **la géométrie d'un espace abstrait,** en l'occurence l'espace de configuration, qui n'est aucunement celui dans lequel se déroulent les phénomènes, mais un espace représentatif à 3n dimensions (donc le triple du nombre de particules qui constituent le système physique). C'est dans cet espace là qu'il déformait des **chemins** considérait des **tubes de trajectoires,** construisait des **feuillets** de Riemann, et Einstein le faisait avec une déconcertante facilité.

Or il faut se rappeler que cette façon de faire, qui parait presque banale aujourd'hui, était extrêmement nouvelle et audacieuse à l'époque, non seulement pour un physicien, mais même pour un mathématicien : la géométrie dans un espace à un nombre quelconque de dimensions n'était absolument pas chose courante en 1917, contrairement à ce qu'on pourrait croire. Il est intéressant d'éclairer ce point de vue par quelques faits historiques qui sont importants à connaître pour évaluer la révolution qui s'est produite, au cours de notre siècle, dans les rapports entre la géométrie et la physique.

Disons d'abord qu'il ne suffit pas qu'une théorie mette en jeu un grand nombre de paramètres pour qu'on puisse dire qu'elle repose sur une géométrie à un grand nombre de dimensions : encore faut-il, pour cela, avoir conscience que ces paramètres constituent un **espace** de configuration à un grand nombre de dimensions ne remontent pas plus loin qu'à Riemann. Le premier physicien à avoir fait de la mécanique en raisonnant dans un tel espace fut, semble-t-il, Heinrich Hertz.

Il est important de noter, à ce sujet, que Lagrange, le fondateur de la mécanique analytique, étudiait certes des systèmes à un grand nombre de paramètres (les q_i et les $\dot{q}_i$), mais à aucun moment il ne les considérait comme les coordonnées d'un espace , dans lequel existerait une géométrie. De même, Hamilton a établi son célèbre principe dans l'espace à **trois** dimensions et c'est également dans R^3 que Jacobi a développé sa théorie et non pas dans un espace de configuration plus général. Mais on peut indiquer également des détails révélateurs beaucoup plus récents. Par exemple : Poincaré, dans "Les méthodes nouvelles de la mécanique céleste" (1899), établit son théorème du retour en commençant par un véritable liquide dans l'espace habituel, puis il l'étend à un nombre quelconque de dimensions, mais s'il parle encore de **points** et de **domaines**, il ne parle plus de courbes, de trajectoires, ou de vitesses, encore moins de tubes. On trouve déjà cette démarche dans son chapitre sur les invariants intégraux, où il commence aussi par un liquide dans R^3 et ne généralise son raisonnement qu'en s'entourant de précautions de style qui nous révèlent combien la chose était peu courante ; il dit, par exemple : "Nous pouvons, pour conserver le même langage, appeler point M le système de valeurs $x_1, x_2, \ldots, x_n$ " ; et, parlant d'un **domaine** V dans lequel le point $x_1, x_2, \ldots, x_n$ reste enfermé, il prend soin de dire que V "joue le même rôle que jouait tout à l'heure le vase où le liquide est enfermé". Certes, après cela, Poincaré se meut avec virtuosité dans la géométrie des variétés dans R^n , tout au long de ce célèbre chapitre sur les invariants intégraux, mais ses précautions pédagogiques de départ montrent que son lecteur n'était pas censé y être habitué : par contre, vingt ans plus tard, en 1921, l'idée était entrée dans les moeurs comme le montre le fameux livre d'Elie Cartan, sur le même sujet, où plus aucune précaution de langage n'est prise.

Il est intéressant de citer encore l'"introduction géométrique à quelques théories physiques" de Borel (1913) où l'auteur, pour expliquer à son lecteur physicien l'espace de Minkowski, étudie d'abord les déplacements dans $\mathbb{R}^3$, puis dans $\mathbb{R}^4$ (avec un luxe de détails), puis dans $\mathbb{R}_2^{+-}$, puis dans $\mathbb{R}_3^{+-}$ et enfin dans $\mathbb{R}^{+---}$, après des pages et des pages pour aider le lecteur à surmonter ces **deux** obstacles que représentaient à la fois la quadridimensionnalité et la signature non euclidienne de l'espace-temps.

Signalons encore que chez Gibbs, il n'y a pas de géométrie dans l'extension en phase : ce n'est pas, pour lui, un espace, mais un simple ensemble de $2n$ paramètres. Il en est de même pour Boltzmann, dans son fameux traité sur la "Théorie des Gaz", où le langage géométrique est strictement limité à $\mathbb{R}^2$ et $\mathbb{R}^3$: lorsqu'il démontre le théorème de Licuvile il lui faut plusieurs pages pour expliquer à son lecteur le changementde variables dans une intégrale multiple, et il note au passage que l'interprétation géométrique en serait simple dans $\mathbb{R}^2$ ou $\mathbb{R}^3$, mais il ne la générale pas .

Enfin, last but not least, il n'y a pas de géométrie chez Liaspounvov ! Même pour expliquer la fonction V . La notion de voisinage s'y réduit à des inégalités portant sur des différences $|q_k - Q_k|$ ou des formes quadratiques sur ces différences, mais on ne parle ni d'espace de phase ni, encore moins, de trajectoires.

On peut donc mesurer, maintenant, le caractère révolutionnaire du langage géométrique qu'Einstein tenait aux physiciens et la raison pour laquelle j'en ai fait l'un des jalons de cette géométrisation de la physique, au même titre que j'aurais pu citer, évidemment, des exemples devenus plus banaux comme l'article de Minkowski de 1908 .

L'influence de l'article d'Einstein de 1917 sur l'évolution de la mécanique quantique s'exerça, ainsi que je le disais, non pas à travers la théorie de Bohr-Sommerfeld à laquelle il était consacré, mais principalement à travers la mécanique ondulatoire dont il constitue l'une des sources essentielles (les deux autres sources étant la théorie de la relativité et celle du photon).

En effet, dès la thèse de Louis de Broglie, dans laquelle celui-ci identifiait l'un à l'autre les principes de Maupertuis et de Fermat, l'auteur remarquait aussitôt que la condition de quantification de l'intégrale d'action de Maupertuis, proposée par Einstein, revenait, dans sa nouvelle théorie, à imposer une **condition de résonance** sur la **phase** de l'onde associée à un corpuscule.

Mais cette idée que de Broglie appliquait dans l'**espace physique** (c'est-à-dire dans $\mathbb{R}^3$). Schrödinger allait bientôt la transformer d'une manière radicale qui correspondait bien à l'état d'esprit qui était en train de triompher en physique. En effet, relativiste avant d'avoir été quantiste, familier des travaux de Riemann et de Hertz (en mécanique), il avait fait un cours dans lequel il exposait la théorie de Hamilton-Jacobi en termes de propagation d'ondes dans l'espace de configuration (donc dans $\mathbb{R}^n$), muni d'une métrique riemannienne définie par l'énergie cinétique. Si bien que lorsqu'il eut connaissance des travaux de de Broglie, Schrödinger les transposa directement à l'espace de configuration. Et on vit donc ces ondes de de Broglie qui venaient à peine de naître dans l'espace physique (où Davisson et Germer devaient bientôt observer les effets en 1927) devenir en fait des êtres mathématiques abstraits qui se propageaient dans un espace à 3n dimensions et auxquels Schrödinger généralisait l'analogie entre les principes de Maupertuis et de Fermat, on leur appliquait sans sourciller le principe de Huygens comme s'il se fût agi d'ondes physiques.

C'est cette étonnante audace qui a abouti à l'équation de Schrödinger pour les systèmes de particules, laquelle a donc été écrite **directement** en termes de propagation d'ondes dans l'espace de configuration. Ses prévisions physiques sont tout à fait remarquables dans tout le domaine de la physique atomique et moléculaire mais, établie de façon formelle à partir d'une géométrie abstraite, comme devait l'être, un peu plus tard, l'équation de Dirac, elle a résisté comme celle-ci à tous les efforts d'interprétation physique intuitive dans l'espace ordinaire ; notamment, elle a résisté aux efforts de de Broglie, et de Schrödinger lui-même, insatisfaits l'un comme l'autre de ne pouvoir sortir de cet espace de configuration. La situation ne s'est plus modifiée par la suite et, dans toutes les interactions, les amplitudes de transition revêtent cette forme globale et abstraite. Or, n'oublions pas que l'une des plus fameuses disputes de la mécanique quantique, le paradoxe d'Einstein, Podolsky et Rosen, vient de là : le paradoxe n'exprime rien d'autre que notre incapacité à retrouver une description individuelle intelligible pour les éléments d'un couple de deux particules qui ont interagi une fois dans le passé, mais qui peuvent se trouver aussi loin qu'on le veut l'une de l'autre à l'instant où on les observe (1). Mais il faut bien souligner que même si le manque de qualités descriptives de la théorie provoquent chez presque tout le monde un sentimentde gêne et d'insuffisance, l'exactitude de ses prévisions n'en est que plus étonnante, ainsi qu'en atteste la récente expérience d'Aspect dans laquelle la corrélation

(1) Voir G. Lochak in : Einstein. Colloque du Centenaire. (CNRS 1979).

prévue par la théorie a été vérifiée sur des photons ayant "jadis" interagi mais qui étaient distants de 12 mètres au moment de leur observation.

C'est là un bel exemple des miracles et des faiblesses de la géométrisation de la physique, qui nous fournit de puissants moyens de prévision, lesquels attestent des qualités heuristiques encore inépuisées des principes relativistes et quantiques sur lesquels cette géométrisation est fondée, en même temps qu'elle nous fait abandonner chaque jour davantage toute description causale des phénomènes individuels dans l'espace et dans le temps.

C'est sur ce point que je voudrais, pour terminer, faire quelques remarques. Tout d'abord, je crois, pour ma part, que la physique se doit non seulement de rendre compte des phénomènes, de sauver les faits ou d'en prédire de nouveaux, mais encore de fournir une image du monde : un **Weltbild**, mot qui revenait sous la plume de Planck et d'Einstein et que de Broglie reprenait volontiers en allemand. Or les progrès réalisés dans le sens de la géométrisation de la physique nous privent de plus en plus de Welbild. On se trouve devant une physique où les théoriciens ont acquis une sorte d'**intuition au deuxième degré** qui ne s'exerce plus dans l'espace physique mais dans des espaces représentatifs abstraits, ou dans les lois de symétries qui en définissent la structure et qui renferment, de façon élégante, mais difficilement décryptable, des lois de la physique. En se développant ainsi, la physique théorique creuse un fossé entre elle-même et l'expérience car, bien qu'elle continue de rendre compte ou de prévoir des faits, son langage et ses modes de pensée s'éloignent de plus en plus du langage et de l'intuition physique habituels, ou bien, elle impose à l'expérience son propre langage et ses concepts qui, descendant des raisonnements abstraits où ils ont pris naissance, acquièrent une espèce de sur-réalité.

Bien sûr, on pourra m'objecter qu'il en a toujours été ainsi et que l'énergie ou le moment cinétique, la force, même, ou le champ, sont des inventions théoriques auxquelles l'usage a fait acquérir une réalité au point qu'on croit les toucher, maintenant. Mais, d'une part, la précipitation avec laquelle ces nouvelles notions fleurissent aujourd'hui rend la difficulté d'assimilation plus grande, et d'autre part, la distance entre les représentations abstraites et les phénomènes observés s'est beaucoup accrue : que l'on songe à l'exemple déjà cité de la théorie des systèmes de particules ou à la différence profonde (et mal comprise) qui sépare un moment cinétique quantique de son correspondant classique, ou encore à celle qui existe entre un spin et un moment orbital ; peut-on comparer le caractère "intuitif" d'une jauge non abélienne à celui d'une jauge électromagnétique (qui, elle-même, ne tombe déjà pas sous le sens !) ? Comment ne pas être sensible à l'abîme qui sépare une charge électrique de ces autres "charges" que sont, malgré tout, le nombre baryonique, l'isospin (qui n'a aucun rapport avec le spin !), le charme, ou l'étrangeté ; alors que, pourtant, des lois de conservation correspondantes ont une valeur heuristique certaine.

1 En somme, malgré les succès prévisionnels de la théorie, les ponts qui la relient à l'expérience sont de plus en plus longs, étroits et fragiles, faute de savoir associer des images (autres que celles de la géométrie abstraite) aux calculs qui fournissent les prévisions ; je doute que l'on puisse indéfiniment continuer de la sorte en fermant les yeux sur cette difficulté.

Mais il y a encore une autre difficulté, à mon avis plus grave que la première : c'est que les lois de symétrie que nous utilisons et qui sont à la base de ces raisonnements géométriques, nous confinent (comme je l'ai déjà dit plus haut) à un certain cadre conceptuel pré-établi. En effet, tous les progrès accomplis dans ce sens, au cours des derniers 60 ans, ne nous ont jamais sortis du cadre imposé par la relativité et la théorie des quanta, puisque ces progrès ont toujours consisté en des extensions audacieuses des principes fondamentaux de ces théories, mais jamais à aucune rupture avec ces principes. Or - et c'est pour moi un point de vue philosophique général - **la nature n'est ni relativiste ni quantique, elle est ce qu'elle est** : la relativité et le quanta ne sont guère que deux théories, comme d'autres, dont le rôle est éminent, mais qui ne sont pas plus universelles que la mécanique de Newton ou l'optique de Fresnel.

On peut faire, d'autre part, une critique à la fois plus précise et plus général. Se fonder sur des lois de symétrie, c'est se fonder sur une classification des formes, or la notion de forme est liée à celle de **stationnarité** des états que l'on étudie. Et, en effet, aussi bien la relativité que les quanta sont des théories hamiltoniennes, décrivant des phénomènes **réversibles** et par là même étrangères, dans leur essence, à la notion d'évolution et de flèche du temps. Ces notions ne s'y introduisent que difficilement, non sans artifice et on ne s'y risque que rarement. On observera (et ce n'est pas un hasard) que les théories actuelles des particules élémentaires traitent généralement celles-ci comme des entités immuables, sans tenir compte de leur durée de vie ; et je ne connais pas, pour ma part, de théorie véritable sur leur stabilité ou, plutôt, sur l'instabilité de la majorité d'entre elles.

En résumé, la géométrisation de la physique a permis jusqu'ici un formidable développement des idées quantiques et relativistes élaborées dans le premier quart de notre siècle mais elles ne nous fournissent pas de Weltbild, elles nous enferment dans un cadre déjà établi et ne me paraissent guère susceptibles de sortir de la description d'états stationnaires en s'ouvrant à celle de processus évolutifs irréversibles dont les états stationnaires ne seraient que l'aboutissement.

Je voudrais, pour conclure, rappeler maintenant qu'il existe une autre voie de la géométrisation de la physique, c'est celle qui a été inaugurée par Poincaré et Birkhoff et dans laquelle se situent les travaux de René Thom : je veux parler de la topologie des trajectoires des systèmes dynamiques. Le mémoire d'Einstein dont il était question plus haut appartenait lui aussi à ce domaine mais Einstein se limitait aux systèmes hamiltoniens et les idées qu'il a émises ont été développées dans une direction très particulière, ainsi qu'on l'a vu. Or la théorie des systèmes dynamiques (la "dynamique générale" comme disait Birkhoff) n'est aucunement liée aux systèmes hamiltoniens ou à la stationnarité, bien au contraire, et elle comporte également (même au premier chef) la description de phénomènes transitoires et évolutifs. Pour cette raison, elle me parait offrir un **cadre conceptuel plus large** que celui de la mécanique quantique relativiste.

En particulier, la théorie des catastrophes admet par essence la notion d'évolution et, au lieu de nous proposer une classification de formes déjà réalisées, elle nous propose une classification fondée sur des choix entre des évolutions possibles dans des situations de bifurcation. Autrement dit, elle permet d'espérer que l'on remplace un jour la classification **statique** d'états stationnaires à l'aide de lois de symétrie, par une classification **dynamique** des processus transitoires qui nous mènent vers ces même états. Si l'on parvenait à mettre un jour sur pied une telle théorie microphysique, les notions de stabilité ou d'instabilité, de durée de vie des états, de transition d'un état vers un autre prendraient une place prépondérante. C'est l'expression de cet espoir encore fragile qui sera ma conclusion (1).

---

(1) Les idées esquissées dans les derniers paragraphes ont été plus amplement développées dans : G. Lochak, "Irreversibility in Physics : Reflections on the Evolution of Ideas in Mechanics and on the actual crisis in Physics", Foundations of Physics, 11, pp. 583-621, 1981 .