B. Le Für

Structure algébrique de la mesure physique

Séminaire de Philosophie et Mathématiques, 1982, fascicule 10
« Structure algébrique de la mesure physique », , p. 1-15
<http://www.numdam.org/item?id=SPHM_1982___10_A1_0>

STRUCTURE ALGEBRIQUE DE LA MESURE PHYSIQUE

B. LE FUR

1. Origine de la mesure :

1.1 Comme pour la roue, on ignore le nom des inventeurs des premiers instruments de mesure : règle graduée ou non, cordeau, balance à un ou deux plateaux. On peut penser seulement que l'invention de la balance n'a pu être faite qu'après celle de la corde (ou de la ficelle) nécessaire pour pouvoir attacher le (ou les) plateau(x) au fléau. Remarquons que l'invention de la corde est peut être plus importante que celle de la roue, car on n'aurait pas pu sans elle élever la plupart des monuments de l'Antiquité. En outre, n'oublions pas que c'est la corde qui a permis à l'homme d'accéder à la notion d'espace vectoriel.

Du point de vue archéologique, la première mesure semblerait être celle du temps ainsi que l'a montré Marshack en découvrant que certains os gravés par l'homme de Cro-Magnon (c. 40 000 a.J.C.) étaient des calendriers lunaires. Beaucoup plus tard (c. 2000 a.J.C.), on a trouvé, au cours des fouilles de Mohendjo-Daro (civilisation de l'Indus), un fragment de règle graduée ainsi qu'une balance à deux plateaux avec des poids cubiques en pierre, dont la forme a peut être donné naissance au fameux problème de la duplication du cube.

1.2 Une autre source d'information est fournie par l'étymologie des différents noms ayant pour sens "mesure". En effet, le mot français vient du latin <u>mensūra</u>, mais nous avons ici deux racines indo-européennes en compétition.

La première est liée à la lune (<u>mā</u> en sanscrit, <u>mēn</u> en grec, <u>Mond</u> en allemand, etc.). Cette étymologie a pour elle le fait que, comme on vient de le voir, les phases de la lune ont servi depuis les premiers âges à mesurer le <u>temps</u> par simple énumération.

Mais remarquons qu'en sanscrit mā veut dire aussi clarté et aurait donc la même racine que le mot latin mane, matin. La lune ne serait donc pas l'astre qui mesure, définition un peu trop abstraite, mais plutôt l'astre lumineux, ne possédant pas de lumière propre, définition en accord avec les étymologistes de lūna, venant de lumen, et de séléné, venant de sélas.

Selon d'autres auteurs, le verbe metīri, mesurer, viendrait d'une autre racine indo-européenne liée à l'action de couper et qui a donné le mot sanscrit madhyah, couper à travers, le mot latin massa, masse, et le mot allemand Messer, couteau. D'après cette deuxième étymologie, la première idée de la mesure serait celle de la longueur, associée à l'opération de division grâce à un instrument de mesure (canne, règle ou cordeau). De plus, le mot sanscrit mātra, mesure, s'emploie après d'autres mots pour clore une énumération ou pour limiter une signification avec le sens : c'est tout ou seulement cela. C'est donc bien une idée de coupure qui serait liée primitivement à celle de mesure.

1.3 Dans les temps historiques, on a commencé à réfléchir sur le processus de la mesure physique. Dans le Livre V des Eléments d'Euclide, attribué également à Eudoxe de Cnide, la mesure des longueurs est mise sur le même plan que l'énumération, qui permet elle aussi d'obtenir des nombres à partir des objets.

2. Structure de la mesure :

Nous resterons ici dans le cadre de la physique dite classique, mais qu'on appelle à présent, de façon plus juste, physique non-relativiste et non-quantique. Si l'on se place dans un plan où les coordonnées sont la vitesse et l'inverse de l'action de référence rendues adimensionnelles, on voit que le domaine qui nous intéresse sera très petit, bien que les phénomènes qui y correspondent soient pourtant parmi ceux qui concernent le plus les hommes.

2.1 Structure ternaire :

On a l'habitude de distinguer dans la théorie de la mesure physique trois niveaux de connaissance portant des noms différents selon les auteurs. Le premier niveau correspond à une qualité du corps matériel qui est susceptible de conduire à une mesure, c'est le cas, par exemple, de la surface d'un corps ou du courant électrique dans un fil conducteur. Le second niveau correspond à une grandeur attachée à la qualité ci-dessus, soit l'aire ou la quantité de lumière venant de la surface d'un corps ou bien l'intensité du courant électrique dans un fil. Enfin, le troisième niveau est la mesure elle-même qui est un nombre obtenu par comparaison entre la grandeur mesurée et l'unité de mesure.

On voit sur le Tableau 1 les noms donnés à ces trois niveaux de connaissance par différents auteurs.

La structure ternaire de la mesure présente une certaine analogie avec celle bien connue du langage. Sur le Tableau 2, sont donnés les différents noms des trois niveaux de connaissance du langage utilisés par Aristote, St Thomas d'Aquin et de Saussure.

Il apparait donc que la grandeur mesurée est un concept qui s'exprime sous la forme d'un nombre différent selon l'unité de mesure choisie qui joue ainsi le même rôle que la langue pour l'expression du signe Saussurien.

2.2 Monoïde de qualités mesurables :

2.21 L'ensemble des qualités mesurables telles que les longueurs, les surfaces, les volumes, les masses, etc. se divise en sous-ensembles totalement préordonnés (Axiome 1). La relation de préordre (symbole $<$) possède, comme les relations d'équivalence et d'ordre, les propriétés de réflexivité et de transitivité. On sait qu'on a :

$$A < B \quad \& \quad B < A \Rightarrow A \equiv B \quad [\mathcal{C}] \tag{1}$$

où $\mathcal{C}$ est une relation d'équivalence. Pour une relation d'ordre, cette relation d'équivalence $\mathcal{C}$ serait une relation d'égalité.

<u>Exemple 1</u> : Dans les bibliothèques, l'ordre lexicographique des noms d'auteurs est souvent remplacé par un préordre correspondant à l'ordre lexicographique pour les suites des trois premières lettres du nom de l'auteur. Par exemple :

	Premier niveau	Deuxième niveau	Troisième niveau
Antiquité grecque (d'après Krasner)	Sortes de grandeurs	Grandeurs	Rapports
KRASNER (1979)	Grandeurs	Valeurs	Mesures
SAINT-GUILHEM (1971)	Nature de grandeur	Espèce de grandeur	Mesure
MARTINOT-LAGARDE (1974)	Propriété particulière	Grandeur	Mesure
LE FUR (1982)	Qualité mesurable	Grandeur mesurée	Mesure

T A B L E A U I

	Premier niveau	Deuxième niveau	Troisième niveau
ARISTOTE		Affections	Mot parlé
St-THOMAS D'AQUIN	Res	Intellectus	Vox
DE SAUSSURE	(Référent)	Signifié	Signifient

T A B L E A U II

$x \in$ {CHAmfort, CHAteaubrinad,...},
$y \in$ {LAMarck , LAMartine,...},
$z \in$ {VERcors , VERne,...};

$$x < y < z \quad .$$

Il est facile de voir que les ensembles de qualités mesurables tels que les longueurs de segments de courbe ou les surfaces d'objets possèdent une structure de préordre total, la relation d'équivalence $\mathcal{C}'$ de (1) étant la relation "ayant la même grandeur mesurée".

2.22 Les qualités mesurables peuvent se juxtaposer (règles mises bout à bout, "poids" placés dans le même plateau, etc.) et former ainsi une autre qualité mesurable : par exemple, la surface $A^\frown B$ obtenue par juxtaposition (symbole $^\frown$) de deux surfaces A et B .

Il y a une analogie avec la concaténation linguistique et, comme en linguistique (Chomsky, Moreau, etc.), on voit que chaque sous-ensemble totalement préordonné de qualités mesurables est un monoïde, c'est-à-dire avec une structure possédant une loi de composition interne et un élément neutre ▮ (cadrat) tel que :

$$X^\frown ▮ = ▮^\frown X = X \quad , \tag{3}$$

mais ici le monoïde sera commutatif.

On supposera (Axiome 2) que les règles de préordre suivantes sont valables :

$$\left.\begin{array}{l} A^\frown B \succ A \quad , \\ A^\frown B \succ B \quad . \end{array}\right\} \tag{4}$$

On remarquera que l'axiomatique de la théorie des ensembles est ici sous-entendue.

2.3 Monoïde de grandeurs mesurées :

Dans chaque sous-ensemble de grandeurs mesurées correspondant à chaque sous-ensemble de qualités mesurables, il existe une relation d'ordre total. Il existe aussi un épimorphisme μ_i entre ces sous-ensembles de telle façon que :

$$A \mapsto a \quad \& \quad B \mapsto b \qquad A^\frown B \rightarrow a \top b \quad , \tag{5}$$

Chacun de ces sous-ensembles de grandeurs mesurées est également un monoïde commutatif avec comme opération binaire la "somme" de symbole $\top$ et comme élément neutre la grandeur mesurée e , correspondant à la qualité mesurable $\blacksquare$. L'"addition" de grandeurs mesurées égales permet de définir l'opération externe symbolisée par $\circ$, qui est une action de $\underline{N}$ dans le monoïde :

$$n \circ y \overset{\text{déf}}{=} \overset{n}{\top} y = \underbrace{((\ldots((y \top y) \top y)\ldots) \top y)}_{n \text{ fois}} . \tag{6}$$

Ces monoïdes obéissent également à l'axiome d'Archimède (Axiome 3) :

$$x \geqslant y \quad , \quad \exists n \in \underline{N} \;\Big|\; \quad n \circ y \geqslant x \tag{7}$$

3. Mesure d'une qualité mesurable :

3.1 Opération de mesure :

Le mot "mesure" possède deux sens en français : d'une part, l'action de mesurer, appelée aussi mesurage, et, d'autre part, l'effet de cette action, c'est-à-dire le nombre obtenu grâce à elle. Lorsqu'on parlera de la mesure d'une qualité mesurable, c'est de l'action de mesurer que l'on voudra parler, tandis que la mesure d'une grandeur mesurée sera au contraire l'effet de cette action. Ces deux aspects de la mesure pourraient être appelés respectivement mesure mesurante et mesure mesurée.

La mesure d'une grandeur mesurée est obtenue par comparaison entre cette grandeur et l'"addition" d'un certain nombre d'unités de mesure, c'est-à-dire un certain nombre de fois la grandeur mesurée associée à l'étalon de mesure, qualité mesurable du prototype, qui lui est un objet.

Si la grandeur mesurée est égale à un multiple de l'unité de mesure, le problème sera résolu et la mesure sera un nombre entier. Dans le cas contraire, il faudra faire intervenir des sous-multiples de l'unité de mesure, que l'on définit, en général, en utilisant l'axiome d'Euclide, dit aussi axiome de la n-ième partie, qui s'énonce ainsi :

"Toute grandeur mesurée est divisible en un nombre quelconque de parties égales".

Dans le cas des longueurs, cet axiome peut être démontré grâce au théorème de Thalès. Pour d'autres grandeurs mesurées que les longueurs, l'axiome de la n-ième partie ne peut être démontré, mais nous allons voir qu'on peut s'en passer en utilisant l'axiome du choix.

3.2 Division dyadique :

Soit l'épimorphisme δ_i qui fait correspondre à chaque qualité mesurable Z , élément d'un sous-ensemble $\underset{\sim}{C}_i$, son "double" par juxtaposition $Z \frown Z$:

$$\left.\begin{aligned} \delta_i : \underset{\sim}{C}_i &\longrightarrow \underset{\sim}{C}_i , \\ Z &\longmapsto Z \frown Z . \end{aligned}\right\} \qquad (8)$$

On définira la "moitié" d'une qualité mesurable Y , comme étant la classe d'équivalence :

$$\underset{\sim}{M} (Z) = \delta_i^{-1}(Y) ,$$

dans laquelle Z est un représentant de la classe d'équivalence $\underset{\sim}{M}$.

Si l'on suppose que le préordre dans $\underline{C}_i$ est dense (Axiome 4), on montrera que $\underline{M}(Z)$ n'est pas vide, grâce à l'axiome du choix et à l'introduction de la notion de coupure.

En continuant de proche en proche, on définira des classes d'équivalence correspondant au "quart", au "huitième", etc. d'une qualité mesurable. La mesure est alors obtenue sous la forme d'un nombre binaire.

Avec cette division diadique, on définit ainsi un isomorphisme entre le monoïde des grandeurs mesurées et le monoïde des fractions dyadiques positives.

On aura donc :

$$a \mapsto (a)_x \quad \& \quad b \mapsto (b)_x \Rightarrow a \mathrm{T} b \mapsto (a)_x + (b)_x \,, \tag{10}$$

$$a \mapsto (a)_x \Rightarrow \overset{n}{\mathrm{T}} a \mapsto n\,(a)_x \,. \tag{11}$$

On en tire un épimorphisme composé qui permet de passer du monoïde des qualités mesurables à celui des réels positifs.

Exemple 2 : La mesure de l'aire totale de la surface totale de deux figures planes juxtaposées est égale à la somme des mesures des aires des surfaces de ces deux figures.

3.3 Applications :

Ce type de mesure sous forme dyadique n'est bien sûr pas tout à fait nouveau. En effet, dans le système d'unités de mesure anglo-saxonnes, le pouce se divise en deux moitiés, en quatre quarts, etc. à la différence des divisions décimales du système métrique. Il est vrai qu'il est plus facile de diviser en deux un cordeau en le repliant sur lui-même ou bien une masse pulvérulente en plaçant, par approximations successives, des masses égales dans les deux plateaux d'une balance.

La division dyadique présente, en outre, un avantage technique mis en évidence, au 17ème siècle, par Bachet de Méziriac. Dans ses "Problèmes plaisans et délectables", il se demande quel est le système ayant le plus petit nombre de poids et permettant de peser n'importe quelle masse multiple d'une masse déterminée. C'est justement le système de poids en progression géométrique de raison deux qui constitue la solution.

Un autre avantage de la division dyadique est la résolution du problème de la trisection de l'angle. On sait que l'on ne peut pas réaliser cette trisection à l'aide de la règle et du compas, mais on peut l'envisager avec un nombre infini de divisions dyadiques. En effet :

$$1 / 3 = 0,\ 0\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1\ \ldots\ ,\ \text{(base deux)} \qquad (12)$$

et il suffit d'opérer une suite de divisions d'angles par deux, opérations faciles à faire grâce à la règle et au compas.

4. Grandeurs sans dimensions :

4.1 Historique :

On a remarqué depuis longtemps que certains phénomènes présentaient entre eux une certaine similitude. Tout d'abord, sous forme géométrique (mesures des aires des surfaces de figures semblables), puis sous forme mécanique (troisième loi de Kepler), la similitude physique a été peu à peu étendue à d'autres branches de la Science.

En effet, la troisième loi de Kepler qui relie les périodes de révolution et les dimensions moyennes des orbites des planètes du système solaire se démontre dans le cadre de la théorie newtonienne si l'on suppose qu'il n'y a pas d'interactions entre les plantères. On voit donc qu'elle permettrait d'obtenir une similitude entre plusieurs systèmes solaires fictifs ne possédant qu'une seule planète.

Actuellement, depuis la Théorie de la Chaleur de Fourier (1822), on part des équations aux dérivées partielles auxquelles obéissent les champs physiques pour obtenir des relations de similitude sous forme de grandeurs sans dimensions, appelées souvent mais à tort nombres sans dimensions.

On distingue souvent la similitude physique de l'analyse dimensionnelle qui, elle, serait une méthode d'obtention de certaines lois physiques dont l'exemple le plus connu est la formule donnant la période du pendule. C'est également une méthode de dépistage des erreurs : il est impossible, par exemple, de laisser passer une expression comme $E = M c^3$, même si l'on ne connait rien à la théorie de la relativité.

On a démontré que, pour que deux systèmes physiques soient en similitude, certaines grandeurs sans dimensions devaient avoir les mêmes valeurs dans les deux systèmes. Mais, il faut être sûr de leur nombre exact pour ne pas se placer en similitude approchée, comme dans le cas des modèles distordus. Une relation entre le nombre de grandeurs sans dimensions et le nombre de grandeurs intervenant dans le système considéré a été obtenue pour la première fois par Vaschy. Elle a été publiée dans un ouvrage sur l'électricité, domaine de la physique où l'emploi de plusieurs systèmes d'unités de mesure nécessite l'étude approfondie des dimensions des grandeurs physiques.

En 1914, Buckingham retrouvait cette relation ; c'est pourquoi son nom est donné, dans les pays anglo-saxons, au théorème de Vaschy. Une autre présentation est celle anonyme de théorème Π , due à la présence de produits de puissances qui interviennent dans sa démonstration. Depuis cette date, de nombreux articles et livres ont été publiés sur la similitude physique. Parmi les auteurs, on peut citer, en France, Martinot-Lagarde et Saint-Guilhem et, à l'étranger, Sedov et Görtler.

4.2 Théorème de Federmann :

Il ne semble pas évident a priori, que chaque mesure de grandeur mesurée soit égale à un produit de puissances de mesures d'autres grandeurs mesurées, comme, par exemple, la vitesse qui est le produit d'une longueur par l'inverse d'un temps.

Certains auteurs ont considéré que cette proposition était un postulat, car ils ignoraient qu'en 1911, un mathématicien russe du nom de Federmann avait démontré cette proposition. Son théorème présente une grande importance pour établir la théorie des grandeurs sans dimensions comme l'ont relevé Martinot-Lagarde et Görtler.

Théorème 1 (ou théorème des produits de puissances) :

"Le rapport des mesures d'une grandeur mesurée à l'aide de deux unités de mesure différentes est égal à un produit de puissances de rapports de mesures".

La démonstration de ce théorème a été obtenue par Federmann en supposant que les fonctions reliant les mesures entre elles étaient différentiables partout. En 1946, Martinot-Lagarde a étendu ce résultat au cas où ces fonctions sont continues par morceaux.

La démonstration du théorème de Federmann fait intervenir des applications numériques obéissant à l'équation fonctionnelle de Cauchy :

$$\psi(a\ b) = \psi(a)\ .\ \psi(b) \qquad (13)$$

dont la solution générale est une fonction puissance :

$$\psi(a) = a^{\alpha} \qquad (\alpha \in \underset{\sim}{R}) \qquad (14)$$

L'ensemble de toutes les grandeurs mesurées ayant comme éléments des produits de puissances entières positives ou négatives de grandeurs mesurées faisant partie d'un ensemble $\underset{\sim}{P}$, peut être injecté canoniquement dans un groupe abélien libre $\underset{\sim}{G}$ à opérateur dans $\underset{\sim}{R}$. Pour cela, on introduira une nouvelle opération binaire $\perp$ et une action distributive de $\underset{\sim}{R}$ telle que :

$$\left.\begin{array}{l} \underset{\sim}{G} \times \underset{\sim}{R} \rightarrow \underset{\sim}{G}\ , \\ (x,\alpha) \mapsto x^{\alpha} \end{array}\right\} \qquad (15)$$

4.3 Dimension d'une grandeur :

Les physiciens ont introduit, de façon parfois assez floue, la notion de dimension d'une grandeur mesurée. Par exemple, la largeur et la longueur d'un rectangle ont la même dimension, la dimension "longueur" différente de la dimension "aire".

Nous définirons ici, de façon plus rigoureuse, la "dimension" d'une grandeur mesurée x comme étant l'ensemble des grandeurs avec la même unité de mesure que x . Cet ensemble est le monoïde de grandeurs mesurées dont on a parlé précédemment, mais c'est en plus une classe d'équivalence correspondant à la relation d'équivalence "ayant la même unité de mesure".

On introduit habituellement ce qu'on appelle la formule aux dimensions d'une grandeur mesurée. C'est un monôme formé avec des puissances de certaines dimensions dites fondamentales. Soit $\underline{d}(x)$ la "dimension" de la grandeur mesurée x , où $\underline{d}$ est un épimorphisme, le produit de deux "dimensions" est défini par :

$$\underline{d}(x) * \underline{d}(y) = \underline{d}(x \perp y) \qquad (16)$$

Avec la définition ensembliste de la "dimension" donnée plus haut, la formule aux dimensions d'une grandeur mesurée x sera l'ensemble de toutes les "dimensions" dont les éléments auront la même unité de mesure que x .

Exemple 3 : Si x est une force, sa formule aux dimensions s'exprimera ainsi :

$$x \in \underline{M} * \underline{L} * \underline{T}^{-2} = \underline{M} * \underline{V} * \underline{T}^{-1} \qquad (17)$$

où M , L , T et V sont les "dimensions" des masses, des longueurs, des temps et des vitesses.

4.4 Similitude physique :

La théorie de la similitude physique est basée sur l'emploi de grandeurs sans dimensions, qui sont des grandeurs dont la mesure ne change pas lorsque l'on change arbitrairement de système d'unités.

Soit $\underline{H}$ le sous-groupe du groupe abélien $\underline{G}$ tel que ses éléments puissent être mesurés grâce au système d'unités choisi pour traiter le problème. L'ensemble des grandeurs sans dimensions forme l'élément-neutre $\underline{A}$ du groupe-quotient $\underline{H} / \underline{A}$, c'est-à-dire l'ensemble des classes d'équivalence correspondant à la relation d'équivalence Φ définie par :

$$x \, \Phi \, y \Longleftrightarrow \underline{d}(x) = \underline{d}(y) \qquad (18)$$

Le groupe-quotient $\underset{\sim}{H} \,/\, \underset{\sim}{A}$ est isomorphe au sous-groupe $\underset{\sim}{V}$ du groupe abélien libre $\underset{\sim}{U}$ à opérateur dans R , le système d'unités de mesure utilisé formant un ensemble de générateurs de ce groupe.

Exemple 4 : Si l'on veut traiter la convection naturelle dans un fluide visqueux à l'aide du système d'unités mécaniques et électrique M K S A , seul le sous-système d'unités M K S suffit. On n'a pas besoin des unités électriques du système d'unités M K S A, par contre, les unités thermiques nécessaires ne se trouvent pas dans ce système.

Le théorème fondamental de la similitude physique est obtenu à partir de certains théorèmes de la théorie des groupes faisant intervenir les longueurs de groupes à opérateur.

La longueur d'un groupe à opérateur est le nombre de termes d'une suite de sous-groupes normaux inclus les uns dans les autres. Les groupes isomorphes ont des longueurs égales (théorème de Jordan-Hölder), ce qui se traduit par :

$$\text{long } \underset{\sim}{V} = \text{long } (\underset{\sim}{H} \,/\, \underset{\sim}{A}) \,.$$

La longueur d'un groupe-quotient est donnée par une relation ressemblant à celle du logarithme d'une fraction :

$$\text{long } (\underset{\sim}{H} \,/\, \underset{\sim}{A}) = \text{long } \underset{\sim}{H} - \text{long } \underset{\sim}{A} \,.$$

On énonce à présent le théorème fondamental de la similitude physique :

Théorème 2 :

"Le nombre maximal de grandeurs sans dimensions indépendantes ($\underset{\sim}{A}$) est égal à la différence entre le nombre maximal des grandeurs indépendantes ($\underset{\sim}{H}$) et le nombre maximal d'unités de mesure indépendantes ($\underset{\sim}{V}$)".

Ce théorème permet d'énoncer maintenant le théorème de Vaschy-Buckingham qui permet au physicien de décrire un phénomène grâce à un nombre réduit de paramètres :

Théorème 3 :

"Toute correspondance entre n grandeurs mesurées est équivalente à une correspondance entre les valeurs de p grandeurs sans dimensions, p étant au plus égal à n - m , où m est le nombre maximal d'unités de mesure indépendantes utilisées dans le problème et faisant partie du sous-système d'unités employé".

On peut donner comme exemple d'application de ce théorème :

Exemple 5 : Il s'exerce une force F sur une sphère de diamètre D se déplaçant à une vitesse uniforme V dans un fluide de masse volumique ρ et de viscosité μ . Un ensemble des générateurs du groupe H sera $\{\rho,\mu,V,D,F\}$, tandis qu'un ensemble des générateurs du groupe V sera {cm, g, s}, si le système choisi d'unités de mesure est le système C G S .

On aura deux grandeurs sans dimensions indépendantes, par exemple, le coefficient de traînée :

$$N_F = \rho^{-1} \perp D^{-2} \perp V^{-2} \perp F \qquad (21)$$

et le nombre de Reynolds :

$$Re = \rho \perp \mu^{-1} \perp D \perp V \qquad (22)$$

Les deux théorèmes précédents sont appliqués par les physiciens à la technique des modèles réduits en hydraulique et en aéronautique et des modèles agrandis en fluidique. Les résultats expérimentaux ainsi obtenus sont transposés au cas réel en s'imposant l'égalité terme à terme des deux suites de grandeurs sans dimensions. On peut également utiliser les analogies entre différents phénomènes physiques, tels que la chaleur et l'électricité, lorsque les équations aux dérivées partielles reliant les variables dépendantes et indépendantes mises sous forme adimensionnelle prennent une forme identique.

Cette façon de raisonner peut être appliqué au problème de l'Univers qui s'agrandit, exposé dans le livre Science et Méthode de Poincaré. Du point de vue géométrique, rien ne nous paraitrait changé, mais les fluides nous paraîtraient moins visqueux. Dans le cas inverse du rétrécissement de l'Univers, les phénomènes quantiques deviendraient apparents aux observateurs eux-mêmes réduits.

B I B L I O G R A P H I E

B. LE FUR : Algebraic structure of physical similarity, Journal de Mécanique théorique et appliquée, vol.1, n°1, p.59-71, 1982.

M. KRASNER: La pluralité et l'infini dans la philosophie et la mathématique grecques, Séminaire de Philosophie et Mathématiques, Ecole Normale Supérieure, séance du 31.01.1979.

A. MARTINOT-LAGARDE : Sur l'application des variables sans dimension aux phénomènes discontinus, Comptes-Rendus de l'Académie des Sciences, t.223, p.136-137, 1946.

A. MARTINOT-LAGARDE : Similitude physique. Exemples d'applications à la mécanique des fluides, Gauthier-Villars, Paris, 1960.

R. SAINT-GUILHEM : Les principes de l'analyse dimensionnelle, Gauthier-Villars, Paris, 1962.

L. I. SEDOV : Similarity and dimensional methods in mechanics, Academic Press, New-York, 1959.

H. GOERTLER : Dimensions analyse, Springer, Berlin, 1975.