Séminaire de philosophie et mathématiques

P. Scheurer

Relations d'incertitude de Heisenberg et déterminisme géométrique

Séminaire de Philosophie et Mathématiques, 1977, fascicule 3
« Relations d'incertitude de Heisenberg et déterminisme géométrique », , p. 1-21
<http://www.numdam.org/item?id=SPHM_1977___3_A1_0>

RELATIONS D'INCERTITUDE de HEISENBERG
et DETERMINISME GEOMETRIQUE

P.SCHEURER (Nimègue)

Les relations d'incertitude de Heisenberg ont juste cinquante ans. En effet, à la fin de mars 1927 (1), W. Heisenberg envoie à la 'Zeitschrift für Physik' son article "Über den anschaulichen Inhalt der quantentheoretischen Kinematik und Dynamik" [1], - c'est-à-dire, en bon français : "Du contenu intuitif de la cinématique et de la dynamique en théorie des quanta" -, après l'avoir préalablement soumis pour approbation à W. Pauli et N. Bohr. Si le titre même de cet article n'est plus guère retenu que par quelques historiens des sciences professionnellement scrupuleux, les relations d'incertitude qui s'y trouvent déduites sous une première forme d'égalité ont connu, quant à elles, un destin prodigieux. De tous les apports de la Mécanique Quantique, c'est en effet probablement celui-là qui a diffusé le plus largement au dehors du cercle restreint des physiciens, jusqu'à atteindre le degré suprême de la vulgarisation : l'érection au niveau du mythe. Seuls, peut-être, les sauts quantiques de la première théorie des quanta, avec les photons, peuvent-ils soutenir la comparaison sur ce plan là.

Comme il est de règle en pareil cas, la popularisation de l'information a entraîné avec elle son cortège de déformations, de distorsions, et de dénaturation du concept presque jusqu'au contre-sens. Cette dégradation affecte d'abord les dénominations devenues traditionnelles sous lesquelles on désigne les relations elles-mêmes : 'relations d'incertitude', ou pire encore, 'principe d'incertitude' et 'principe d'indétermination' . C'est très vite, en 1927 encore, que A.E. Ruark [2] commit l'impardonnable erreur de remplacer le terme de relation par celui, plus prestigieux, de principe : même si W. Heyl [3] et Pauli furent prompts à incorporer les relations d'incer-

(1) La présente conférence a été donnée le 23 mars 1977 .

titude dans le coeur même de la nouvelle théorie des quanta, celles-ci ne peuvent prétendre au statut de principe, puisqu'elles sont déductibles de la non-commutativité des grandeurs conjuguées sur lesquelles elles portent. Quant à indétermination et à incertitude, surtout, comme le souligne dûment J.M. Lévy-Leblond [4], ce sont des emprunts malheureux au vocabulaire de la physique expérimentale : c'était, à tort, assimiler la dispersion intrinsèque caractéristique du spectre d'un opérateur associé à une grandeur quantique avec celle des différents résultats autour d'une valeur moyenne qui affecte la mesure d'une grandeur classique. Mais nous ne voyons pas pourquoi, en revanche, le même auteur souhaite démystifier le terme de 'relation' en lui substituant celui de 'inégalité'. Que nous sachions, une inégalité se définit bel et bien comme une relation ! Aussi continuerons-nous ici à nous référer à l'usage, regrettable certes, mais pratiquement indéracinable, qui s'est canoniquement fixé sur l'expression de 'relations d'incertitude (de Heisenberg)'.

Quant à l'interprétation qu'il faut donner à de telles relations, malgré les divergences de détails inévitables d'un auteur à l'autre, physiciens et philosophes se sont en général accordés bien vite avec Heisenberg lui-même sur la limitation qu'elles imposent à une description complètement déterministe du monde physique, qu'ils acceptent d'ailleurs, pour la plupart, cette limitation comme objective et définitive, ou que, au contraire, quelques uns d'entre eux la considèrent seulement comme subjective et passagère, due à une description incomplète de la réalité, et, pour cette raison même, dépassable un jour ou l'autre. Dès le début des années trente, en effet, s'étaient exprimés, entre autres, aussi bien un N. Bohr, avec son principe de complémentarité [5], qu'un K. R. Popper [6]. Et même, A.S. Eddington se permettait, avec quelle légèreté, de se servir de ladite indétermination quantique pour apporter un nouvel argument, irrésistible croyait-il, au vieux et vénérable problème philosophique du libre arbitre : "Si l'atome présente de l'indétermination, sûrement l'esprit humain doit-il présenter une indétermination égale : car nous ne pouvons guère accepter une théorie qui rendrait l'esprit plus sujet au mécanique que ne l'est l'atome" [7]. A quel délirant gâchis n'allait-il pas inconsidérément ouvrir la porte ! Avec les avantages évidents d'un temps plus long de réflexion, conjugués à ceux d'une connaissance pous approfondie du domaine microscopique et submicroscopique, c'est précisément le statut épistémologique de cette interprétation devenue 'standard' qu'il convient aujourd'hui d'examiner d'un oeil plus critique et de soumettre à une éventuelle révision.

Mais en bonne logique, avant de procéder à un tel examen, il importe de remonter aux origines et d'analyser aussi bien ce que Heisenberg a effectivement dit dans son article que la façon dont cet apport a été rapidement transformé jusqu'à lui donner sa forme maintenant usuelle. Aussi est-ce à cet aspect historique que s'attache la première partie de ce travail. Nous ne prétendons nullement y faire oeuvre originale ; bien au contraire, pour l'essentiel, nous rapportons-nous à l'excellente analyse de M. Jammer [8].

Dans une seconde partie, nous nous appliquons à prendre le contre-pied de l'interprétation standard, dans une lecture en quelque sorte en sens inverse de la lecture habituelle. Il se peut bien, en effet, que les relations d'incertitude imposent une limite inférieure à notre description déterministe du monde. Mais il faudrait également voir que ces relations, du même coup, viennent placer une limite supérieure au fluctuant, au désordonné, voire au chaotique, et permettent l'extraordinaire stabilité, pour qui veut bien y réfléchir tant soit peu, des choses présentes dans le monde à notre échelle.

Dans la troisième et dernière partie, nous faisons appel au phénomène que nous proposons par ailleurs de baptiser une dérévolution [20] . Dans la mesure où l'on accepte l'existence d'une coupure révolutionnaire qu'aurait provoquée l'apparition de la Mécanique Quantique, alors nous semble-t-il aujourd'hui possible de dérévolutionner cette révolution là, par recours, comme déjà cela s'est produit dans d'autres cas, à un langage plus puissant dans lequel on puisse développer un discours plus cohérent. Dans le cas particulier, ce langage est celui, contemporain, des variétés différentiables, et le discours emprunte à la géométrie un caractère plus intuitif que ne le possède le discours algébrique usuel. La thèse que nous développons se résume de la façon suivante. C'est dans le déterminisme géométrique que trouve sa source l'indéterminisme quantique. Le seul fait de munir l'espace-temps d'une structure de variété différentiable, comme cadre approprié à la pose d'équations de mouvement, entraîne l'apparition d'un certain nombre de phénomènes d'allure quantique. En particulier, la nature géométrique de la quantité de mouvement d'être un vecteur tangent, et celle de la position d'être une fonction (coordonnée) numérique sur la variété espace-temps suffisent à entraîner la non-commutativité de ces deux grandeurs, et donc l'impossibilité de remplir effectivement le programme laplacien du déterminisme. C'est en ce sens qu'il est permis de parler d'une interprétation vraiment intuitive de la Mécanique Quantique, qui, du même coup, en perd son aura de magie et de mystère.

I. Tout au long de sa vie, Heisenberg n'a jamais fait mystère du rôle qu'ont joué dans sa réflexion de physicien les argumentations proprement philosophiques. Il s'en est expliqué souventes fois, mais jamais aussi nettement, peut-être, que, en fin de carrière, dans ce merveilleux regard rétrospectif sur le déroulement de sa destinée que constitue 'La Partie et le Tout' [9]. En particulier, en 1927, les vives discussions autour du Cercle de Vienne ne pouvaient manquer de trouver un retentissement certain dans un esprit aussi universellement curieux et bien préparé que celui de Heisenberg. Ces discussions, entre autres, portaient largement sur l'élaboration en dogme, alors en cours, de l'empirisme logique. R. Carnap, en philosophe voué à l'épistémologie, voyait déjà en la physique le langage universel type de toute science, et se préparait à publier son 'Aufbau' [10], tandis que P.W. Bridgman, en physicien transformé en épistémologue, faisait paraître sa 'Logique de la physique moderne'[11], dans laquelle il se posait en champion de l'opérationalisme : le concept y est réduit à l'ensemble des opérations requises pour lui conférer un sens précis.

C'est dans le même esprit, précisément, que procède Heisenberg. Il est déjà parvenu à sa 'Mécanique des Matrices' en postulant le rejet de tout ce qui n'est pas directement observable. (Plus tard, fort heureusement pour tout le monde, par nécessité, il en viendra à violer lui-même son postulat, le formalisme de la matrice S !). Dans la même veine, il pense pouvoir dissiper les obscurités qui enveloppaient alors l'interprétation de la physique atomique. Il se propose de se livrer à une analyse des concepts fondamentaux et intuitifs de position, de vitesse, de trajectoire associés au mouvement d'une particule, en les rapportant à des expériences déterminées capables de les soumettre à la mesure, et, par là-même, de leur donner un sens précis.

"Si l'on veut clarifier ce qu'on entend par la 'position d'un objet', par exemple d'un électron (...), il faut décrire une expérience dans laquelle la 'position d'un électron' peut être mesurée ; sinon, cette expression n'a aucun sens, quel qu'il soit'. [12] Voilà qui sonne clairement et joyeusement sa profession de foi néo-positiviste !

Mais l'influence du néo-positivisme transparaît de manière moins éclatante peut-être, mais tout aussi déterminante, dans le dessein même de Heisenberg à l'origine de son travail. Dans le chapitre qu'il consacre à cette question [13], M. Jammer rapproche avec justesse ce dessein de celui prêté à Einstein par les néo-positivistes à propos du développement de la relativité restreinte. Nous disons bien prêté, car, en réalité, le cours des pensées d'Einstein fut tout autre. Mais voilà qui sortirait par trop de notre sujet. Que l'on sache seulement que la relation qui suit, et qui prévaut encore chez la plupart des physiciens, ne représente qu'une interprétation sans grand fondement, élevée à la hauteur d'un véritable mythe [14]. Selon ce mythe néo-positiste, donc, c'est la définition de l'opération associée à la mesure de la simultanéité qui aurait permis à Einstein de réinterpréter les concepts d'espace et de temps, afin de donner une interprétation cohérente au formalisme des transformations de Lorentz. Prenant exemple sur une pareille entreprise, Heisenberg se proposa de pourvoir d'un contenu intuitif le formalisme encore par trop abstrait de la Mécanique Quantique, par une association précise d'opérations physiquement réalisables, effectivement ou en principe, à la mesure de grandeurs comme la position et la vitesse, ou plus exactement, la quantité de mouvement. Dans une entreprise de cette envergure, d'ailleurs, il devenait inévitable que les concepts de ces grandeurs ne prennent différents de ceux qu'ils reçoivent tarditionnellement dans la mécanique classique. C'est justement parce qu'on s'obstinait à importer en Mécanique Quantique ces sens tarditionnels qu'on se heurtait à des difficultés et même à des contradictions. Il importait par conséquent d'analyser enfin sérieusement dans quelle mesure il était encore possible d'utiliser les concepts classiques dans la nouvelle mécanique. Cette mesure, précisément, ce sont les relations d'incertitude qui la donnent, en restreignant le champ d'application des concepts classiques :

"Tous les concepts qui sont utilisés en théorie classique pour la description d'un système mécanique peuvent être également définis exactement pour les processus atomiques. Mais les expériences qui conduisent à de telles définitions entraînent avec elles une incertitude si elles impliquent la détermination simultanée de deux quantités canoniquement conjuguées" [15].

Les expériences auxquelles se rapporte Heisenberg sont d'une part celle, de pensée, de la détermination de la position d'un électron par son illumination à travers un microscope à rayons gamma, qui met en jeu les grandeurs conjuguées de position et de quantité de mouvement, et celle, qui venait d'être réalisée, de Stern et Gerlach pour la détermination de l'énergie d'un atome lancé au travers d'un champ magnétique inhomogène, pour le couple énergie et durée. Mais auparavant, bien entendu, Heisenberg commence par dériver les relations d'incertitude elles-mêmes.

Il le fait en partant du formalisme de la 'transformation theory', déjà solidement établi par Dirac et par Jordan. L'un et l'autre avaient reconnu l'impossibilité d'assigner simultanément des valeurs numériques précises à deux grandeurs qui ne commutent pas entre elles. Pour Dirac, on ne pouvait simplement pas répondre à une question se référant à une telle situation, tandis que, pour Jordan, si l'on assignait une valeur précise à l'une de ces grandeurs, alors l'autre pouvait prendre toutes les valeurs avec une égale probabilité [16]. Heisenberg, quant à lui, cherche alors à déterminer théoriquement quelle relation quantitative peut bien exister entre les distributions de valeurs accessibles à l'une et à l'autre des grandeurs concernées. Ici, il nous faut bien entrer dans quelle technicité : nous la réduirons autant que possible.

Heisenberg assume une distribution gaussienne de la position q autour d'une valeur fixe q', avec une incertitude δq, qui est prise classiquement comme la distance à laquelle le carré de l'amplitude de probabilité $S(\eta,q)$ tombe à $1/e$ fois la valeur de son maximum. (Ici η est un paramètre, non spécifié, destiné à la symétrie imposée par l'usage de $S(q,p)$ et $S(\eta,p)$, soit

$$S(\eta,p) = \int_{+\infty}^{+o} S(\eta,q)\ S(q,p)dq) .$$

Suivant Jordan, $S(q,p)$ est la solution de l'équation de Schrödinger, soit $\exp(2\Pi ipq/h)$.

La distribution gaussienne de $S(\eta,q)$ étant donc donnée par

$$|S(\eta,q)|^2 = \text{constante}.\exp[-(q-q')^2/\delta q^2] \quad ,$$

à quelle condition trouve-t-on la même forme pour la distribution de p autour de la valeur fixe p' avec l'incertitude δp ? Un calcul relativement simple livre la relation :

$$\delta q \delta p = h/2\Pi \ .$$

C'est donc sous la forme de cette égalité qu'on été originellement établies les relations d'incertitude. En bonne logique, toutefois, il ne suit pas nécessairement de cette condition sur le produit des incertitudes qu'il soit impossible d'attribuer une valeur précise simultanée à chacune des deux grandeurs, à ce qu'on peut aisément vérifier pour le cas de deux variables aléatoires. Mais ce dernier cas ne peut à son tour se produire que si les variables commutent entre elles. Ainsi, c'est bel et bien entraîné par la sûreté de son intuition physique, en particulier par sa perception très nette du rôle perturbateur de l'interaction inévitable entre l'objet à mesurer et l'appareil de mesure, que Heisenberg commet le paralogisme de tirer la conclusion suivante, devenue combien fameuse :

> "Plus exactement la position est déterminée, moins exactement la quantité de mouvement est connue, et réciproquement" [17].

Et c'est dans cette conclusion que, selon Heisenberg, réside la "direkte anschauliche Erläuterung" (l'interprétation intuitive directe) de la non-commutativité des opérateurs de position et de quantité de mouvement. De la sorte, on quitte le niveau abstrait du calcul algébrique d'opérateurs agissant dans un espace de Hilbert pour celui des dispersions de mesure dans des expériences concrètes, réalisables sinon de fait, du moins en principe.

C'est alors que Heisenberg entreprend de mettre en pratique sa condition nouvelle, en se livrant à une analyse détaillée des expériences ci-dessus mentionnées, celle du microscope à rayons gamma et celle de Stern-Gerlach. Nous ne le suivrons pas dans cette analyse, par ailleurs fort bien connue, tant elle a su retenir l'attention des commentateurs. En ce qui nous concerne, nous n'en retiendrons que ceci, à propos de la première de ces expériences. Pour déterminer avec précision la position d'un électron, il s'agit de l'observer en l'illuminant avec une lumière de longueur d'onde suffisamment courte, c'est-à-dire aussi d'énergie et d'impulsion suffisamment élevées (d'où le rayonnement gamma !), dans un microscope adéquat. Mais ce rayonnement interagit avec l'électron par quantum, c'est-à-dire sous forme de photon, dont l'impact produit, conformément à l'effet Compton, un brusque changement dans la quantité de mouvement de l'électron, ce changement étant d'autant plus grand qu'est plus courte la longueur d'onde de la radiation utilisée, c'est-à-dire encore d'autant plus grande est la précision recherchée dans la détermination de la position de l'électron. L'argument de Heisenberg, sur ce point, n'est pas suffisamment précis, et il fallut les critiques d'un certain nombre de ses collègues, dont en particulier N. Bohr et A.E. Ruark, pour le compléter tout à fait. En effet, le changement brusque de la quantité de mouvement de l'électron bousculé par l'impact du photon n'est pas imprédictible par essence : il est parfaitement calculable, dans la mesure où la quantité de mouvement de photon incident lui-même est parfaitement connue. S'il y a incertitude, en définitive, c'est précisément parce qu'il n'est pas possible de déterminer exactement la direction du photon dans le faisceau entrant dans le microscope à travers l'ouverture de l'objectif. De plus, alors que Heisenberg admettait qu'il fut possible de déterminer la position de l'électron avec une précision arbitrairement élevée, il n'est en fait pas imaginable de pouvoir utiliser une longueur d'onde plus petite que la variation de cette longueur produite précisément dans l'effet Compton.

D'autre part, sur le plan théorique, les choses furent menées rondement. En quelque deux ans, grâce aux efforts conjugués des Pauli, Weyl, Ruark, Kennard, Richardson, Condon, Robertson et autres Ditchburn, on était passé de l'égalité originale à l'inégalité devenue depuis classique sur les déviations standard de deux grandeurs A et B qui ne commutent pas : $\Delta A \Delta B > 1/2\ |<[A,B]>|$
soient pour P et Q $\Delta P \Delta Q > h/4\pi$

Dans leur forme usuelle d'inégalités, par conséquent, les relations d'incertitude ne sont pas de Heisenberg lui-même. Mais il n'empêche que ce dernier présente le singulier mérite d'avoir su, le tout premier, fournir l'essentiel de l'argument et d'en avoir su tirer les conséquences pour le problème philosophique de la causalité et du déterminisme.

C'est sur celles-là précisément que se penche Heisenberg à la fin de son article. S'il est encore possible d'employer des notions classiques comme position et quantité de mouvement en théorie quantique, c'est bien grâce à l'existence des relations d'incertitude. Ces dernières indiquent le prix à payer pour continuer de s'exprimer dans le langage classique, mal adapté à l'expression des phénomènes quantiques. Contrairement à ce qui se répète à satiété, à savoir le rejet du concept de trajectoire en Mécanique Quantique, concept qui, a priori, semble exiger la connaissance précise de la position et de la quantité de mouvement, Heisenberg admet qu'on puisse le retenir d'une petite particule comme l'électron entraîne la réduction du paquet d'ondes correspondant dans l'acte même de la mesure. Celle-ci faite, le paquet s'étale au cours du temps, et il faut une nouvelle mesure pour le réduire et le localiser convenablement. C'est une telle suite de localisation du paquet d'ondes réduit qui constitue le lieu des supports de ce qu'on peut appeler une trajectoire. Mais il faut prendre soin de constater que, en quelque sorte, c'est l'acte même de la mesure qui donne son existence à la trajectoire. Sans mesure, sans observation actuelle, point de trajectoire ! Heisenberg ne manque pas de le signaler dûment [18].

De la sorte existe une forte dissymétrie entre passé et futur : la trajectoire ne peut exister que dans le passé, mais elle est indispendable, encore, dans le futur. Dans le passé, après coup, il n'est pas impossible de calculer une valeur précise pour la grandeur non mesurée ; en violation apparente des relations d'incertitude. Mais cette reconstitution ne saurait en rien servir de détermination des conditions initiales pour la prédiction du mouvement futur. Qu'elle représente une réalité physique ou non, voilà qui relève, comme le dira Heisenberg un peu plus tard, du domaine de la croyance personnelle. Ce qui importe, en définitive, c'est que l'impossibilité de déterminer simultanément position et quantité de mouvement, c'est-à-dire de déterminer des conditions initiales pour ce mouvement, empêche tout prédiction sûre dans le futur, et prive ainsi le principe de causalité d'une signification opérationnelle. Dans la formulation du déterminisme laplacien, ce qui est en défaut, ce n'est pas la capacité de prédire le cours du futur par des équations de mouvement, mais c'est celle de pouvoir fixer les conditions initiales nécessaires à la détermination complète du mouvement futur. Il vaut la peine, ici, de laisser la parole à Heisenberg plus longuement :

"Nous n'avons pas fait l'hypothèse que la théorie quantique, à l'inverse de la physique classique, est essentiellement une théorie statistique dans le sens que, de données exactes, on ne peut tirer que des conclusions statistiques. Une telle hypothèse est réfutée, par exemple, par les expériences bien connues de Geiger et de Bethe. Cependant, dans la formulation forte de la loi de la causalité : 'Si l'on connaît exactement le présent, on peut prédire le futur", ce qui est faux est non la conclusion, mais bien plutôt la prémisse. Par principe, on ne peut pas connaître le présent dans tous ses détails. (... Au vu du lien étroit entre le caractère statistique de la théorie quantique et l'inexactitude de toute observation, on pourrait penser que derrière l'univers statistique de l'observation règne un monde 'réel' caché, régi par la causalité. De telles spéculations nous semblent - et nous le soulignons expressément - infructueuses et dépourvues d'aucun sens. Car la physique se doit de se borner à la description formelle des relations entre observations" [19].

Si nous nous sommes donné la peine de reproduire cette partie du texte quasiment in extenso, c'est que nous prenons à notre compte cette caractérisation de l'interminisme quantique. Ce qui rend inapplicable le programme du déterminisme laplacien, c'est l'impossibilité de fixer l'ensemble des données initiales. Mais cette impossibilité gît dans le déterminisme géométrique lui-même, c'est-à-dire dans l'assignation aux phénomènes d'un cadre d'espace-temps qui, en termes modernes se trouve muni d'une structure de variété différentiable. Là où nous nous séparons de Heisenberg, en revanche, c'est dans le choix de la représentation intuitive du commutateur. Au lieu de prendre ce dernier comme donné, nous la rapportons à la dualité géométrique qui, dans une variété différentiable, règne nécessairement entre une courbe paramétrée, ou un vecteur tangent et une fonction numérique, ce qui est le cas de la coordonnée. C'est dans la mesure où l'on prend garde à la nature géométrique (nous ne voyons guère d'autre expression meilleure que celle-là) des grandeurs physiques, et non seulement à la représentation algébrique de ces dernières, les observables, par des opérateurs, que l'on peut donner à la non-commutation de P et de Q un contenu intuitif quasi-immédiat.

II. Mais auparavant, nous voudrions attirer l'attention sur ce que, dans notre introduction, nous avons appelé une contre-interprétation de l'interprétation standard des relations d'incertitude. C'est entendu, ces relations imposent une limite inférieure à une description déterministe du monde physique. Si, à notre échelle, et à certaines conditions encore, le déterminisme semble fonctionner de façon suffisamment efficace et satisfaisante, il devient complètement inadéquat dans le monde microphysique, de par l'incertitude quantique. Les relations d'incertitude fonctionnent donc bien comme une limitation du déterminisme dans le monde microscopique, ou mieux, autant, elles n'en fonctionnent pas moins, en sens inverse, comme une limitation supérieure au règne du fluctuant, du désordonné, du chaotique. C'est grâce à elles que les formes qui caractérisent les choses et les phénomènes du monde à notre échelle présentent l'étonnante stabilité que nous leur connaissons et qui nous a permis de les reconnaître et de les dénommer. Cependant, les choses sont en interaction constante avec leur milieu, elles sont soumises à d'incessantes perturbations et déformations. Il se trouve que, en général, de pareilles perturbations sont extrêmement limitées en intensité et en portée . C'est que non seulement le produit des incertitudes quantiques n'est pas inférieur à un demi-quantum d'action h ; mais encore il est extrêmement probable dans l'autre sens, qu'il ne dépasse pas exagérément cette borne. Qu'il soit beaucoup plus grand que h est une situation des plus rares. Par conséquent, plus les perturbations et instabilités sont catastrophiques en intensité, et plus leur rayon d'action a de chance de se trouver sévèrement limité, tant en durée qu'en portée. Et du fait de l'extrême petitesse du quantum h rapportée aux unités usuelles, les instabilités, pour des durées et des intervalles encore relativement petits à notre échelle, se réduisent tellement qu'elles ne peuvent plus empêcher l'émergence des régularités et des structures. C'est en ce sens précis qu'il est possible de considérer les relations d'incertitude comme garantes de la capacité objective de formation et d'existence des formes stables à notre échelle. Sur ce sujet, nous pensons nous être suffisamment exprimé dans notre essai [20] pour éviter d'avoir à nous y étendre plus longuement. Pour qui veut bien réfléchir, la stabilité des formes de notre monde constitue une sorte de miracle. Les relations d'incertitude, à ce que nous pensons, n'y sont pas étrangères.

En relation avec ce phénomène étonnant de la stabilité des formes, d'ailleurs, il n'est pas sans intérêt de remarquer que, déjà, à notre échelle, règne une sorte de forme macroscopique, dirions-nous, des relations d'incertitude. La relative autonomie qui caractérise les formes stables, en fin de compte, est à mettre au compte de la propriété que l'intensité des interactions, dans le monde à notre échelle, s'affaiblit avec l'agrandissement de leur portée. A notre échelle seulement, car il semble bien que dans les quarks, par exemples, règnent des forces d'un type tout différent. Comme le faisait déjà remarquer A. Eddington dans les années trente [21], la loi du potentiel coulombien d'attraction (ou de répulsion) entre deux masses ponctuelles ou entre deux charges électriques élémentaires de signes contraires (de même signe) est typique d'une telle balance entre intensité et portée. Ainsi, l'énergie entre deux charges $+e$ et $-e$ séparées par une distance spatiale r a pour valeur classique $E(r) = -e^2/4\Pi r$. Un simple changement d'écriture : $E(r).r = e^2/4\Pi = \alpha ch$, permet de mettre en évidence que deux grandeurs conjuguées en action, comme l'énergie et la distance, varient en proportion inverse : plus l'intensité de l'interaction est grande, et plus petite est la séparation.

Avec l'avantage de la rétrospective, il est même possible de relever la présence d'une forme primitive, qualitative, des relations d'incertitude, dans une des expressions les plus anciennes de la dynamique : le principe de moindre action. Pour calculer la trajectoire d'une particule entre deux points donnés de l'espace, on rend extrémale l'action qui la caractérise. Deux formulations sont également disponibles. Dans celle de Maupertuis, à la distance déterminée d'avance correspond une quantité de mouvement complètement indéterminée a priori, tandis qu'à la valeur de l'énergie fixée par un principe de conservation correspond une durée du mouvement complètement indéterminée a priori. Dans la formulation plus symétrique de Hamilton, en revanche, distance et durée sont fixée d'avance, auxquelles correspond une indétermination complète a priori de la quantité de mouvement et de l'énergie [22]. Evidemment, ces remarques ne sont guère usuelles. Avec les équations de Hamilton, et le principe de Maupertuis, on nage en pleine mécanique classique déterministe. Il semblerait incongru de vouloir y trouver quelque prémonition de l'indétermination. Pourtant, il suffit de relaxer les conditions : pour Hamilton, par exemple, distances et durée connues avec une certaine incertitude devraient entraîner une certaine information sur la valeur des grandeurs quantiquement (et non canoniquement !) conjuguées, c'est-à-dire quantité de mouvement et énergie. Mais, nous en convenons volontiers, voilà qui reste du domaine quantitatif seulement, et qui relève de caractères globaux.

III. Venons-en à ce qui constitue notre apport personnel à la question. Il s'agit du statut épistémologique de l'indétermination quantique. Celle-ci est-elle essentielle, ou seulement particulière à une théorisaton incomplète du monde physique ?

On sait que certains physiciens, d'aucuns parmi les plus grands, tels Einstein, Schrödinger, de Broglie, ce dernier se repentant d'un ralliement trop hâtif aux partisans de l'interprétation standard, illustrée de façon décisive par N. Bohr et son principe de complémentarité (interprétation dite, pour cette raison, de Copenhague), que d'excellents physiciens, donc, ont refusé de voir dans l'indétermination résultant des relations d'incertitude le caractère final de la Mécanique Quantique. Ainsi, certaines écoles se sont spécialisées dans la restauration du déterminisme dans le monde submicroscopique. Les méthodes varient. Méthode de la double solution, autour de L. de Broglie : mais comment ce dernier peut-il nier que la quantité de mouvement ne soit un opérateur, et que dire du thermostat caché ? N'est-ce pas se rapporter à cette autre méthode, dite des variables cachées, exécutée par J. von Neumann il y a fort longtemps, mais néanmoins ressuscitée et suffisamment confortée pour donner lieu actuellement à une vraie bataille de théologiens ?

D'autres physiciens, au contraire, ont parié sur le caractère résolument stochastique de la Mécanique Quantique, tels E. Nelson et K. Osterwalder. L'indéterminisme est ainsi incorporé à la théorie dès le départ, et la Mécanique Quantique n'apparaît plus que comme une forme spéciale de la Mécanique Statistique. Des succès spectaculaires dans cette direction, conduisant à une nouvelle théorie des champs, ont été enregistrés dans ces dernières années. C'est peut être de ce côté-là que surviendra finalement la dérévolution la plus spectaculaire de la soi-disant révolution des quanta.

En fait de dérévolution d'une révolution scientifique , c'est un concpet que nous avons introduit et développé dans notre essai [23], auquel nous prions le lecteur plus curieux de bien vouloir se reporter. En bref, néanmoins, voici de quoi il retourne.

Les critiques radicaux de l'empirisme logique ont popularisé le concept, plus ou moins bien défini d'ailleurs, de révolution scientifique. C'est en particulier le cas pour T.S. Kuhn [24], qui oppose à la science normale, en développement autour de l'exploitation d'un paradigme donné, la science extraordinaire à l'oeuvre dans le processus révolutionnaire de changement de paradigme. Telle quelle, l'analyse kuhnienne, même relayée par celle de P.K. Feyerabend, laisse encore fortement à désirer, et demande maints correctifs [25]. En particulier, le statut des révolutions scientifiques, pour autant que ces dernières existent, est en général pourvu d'une singulière permanence. La rupture, -la coupure épistémologique, disent certains- par laquelle se signalerait nécessairement une révolution scientifique, serait ressentie comme telle indéfiniement, quel que soit le cours du développement historique de la connaissance scientifique. C'est peut être vrai pour la Révolution Copernicienne, mais il est douteux qu'il en aille ainsi dans tous les cas. Il nous paraît évident que certaines révolutions, telles celle des géométries non euclidiennes, celle de la relativité restreinte et, c'est notre thèse, celle des quanta ont perdu, perdent ou sont sur le point de perdre leur caractère révolutionnaire. C'est qu'il s'est produit à leur égard une autre révolution, d'un type tout différent, pour tout dire : une dérévolution.

Une dérévolution scientifique, qu'on ne se laisse pas prendre au piège des mots, n'est pas une contre-révolution, un retour en arrière. C'est une révolution authentique, mais toute en douceur. Loin de présenter le caractère violent et abrupt d'une rupture, d'une cassure, elle agit comme conciliatrice et réconciliatrice. En elle et par elle, viennent prendre place côte à côte, pacifiquement, les théories détrônées et les autres dansle même champ, comme deux développements possibles de la même structure générale, et souvent, d'ailleurs, en compagnie d'autres possibles qui, jusqu'alors, n'avaient pas encore été reconnus. Et ce nouveau champ, elle l'ouvre par l'apport d'un langage nouveau, plus puissant, qui autorise un discours plus cohérent. Ainsi, pour nous borner à l'exemple le mieux connu, puisque déjà relativement ancien, la géométrie euclidienne, dont la souveraineté absolue s'étendit sur des millénaires, et les géométries non euclidiennes, reconnues au premier tiers du 19ème siècle seulement, sont venues bien sagement se ranger comme des cas particuliers ouverts au langage de la géométrie projective et au discours proposé par F. Klein. Dans cette dernière géométrie, les métriques diverses sont construites à partir de certaines surfaces laissées invariantes par les transformations. Ce faisant, la métrique, en tant que construit, perd son primat. La géométrie peut, à nouveau, s'affranchir de la dépendance du nombre à laquelle l'avait assujettie Descartes avec sa géométrie analytique, et se lancer dans les audaces de la pure topologie. Pour qui connaît l'importance fondamentale qu'a prise la topologie en notre siècle, il n'est pas douteux qu'il ne reconnaisse en cette dérévolution son caractère résolument révolutionnaire.

Après tout, ce concept de dérévolution, n'est-il pas celui que Bachelard a cherché à viser dans sa 'Philosophie du Non' ? [26]. Dans sa présentation des géométries non euclidiennes, de la logique non aristotélicienne, Bachelard a exploité la négativité opérant sur un système d'axiomes. Si l'un de ceux-ci est indépendant des autres, comme le postulat des parallèles d'Euclide, le principe du tiers exclu d'Aristote, etc., on peut envisager la structure correspondant à la négation ou au remplacement de cet axiome et à l'acceptation des autres restants. De la sorte, il y a bien déjà la démarche d'une ouverture du champ des possibles associés à une structure donnée. Mais Bachelard manque encore de pourvoir un tel champ d'une dynamique appropriée. Il ne souligne pas assez les moments essentiels du processus, celui du règne sans partage d'une première structure considérée comme nécessaire, puis celui de son détrônement par révolution, celui enfin de la réorganisation dans un champ plus large et englobant. De ce point de vue, le processus en question se rapproche assez nettement d'une Aufhebung hégélienne, avec la survivance de l'ancien et du nouveau au sein de la réorganisation émergente.

Pour en revenir à la Mécanique Quantique, c'est bien une dérévolution de ce genre qu'amorce l'approche, sur le plan logique, de l'analyse du langage des théories physiques. Une telle analyse a été inaugurée voilà près de quarante ans par G. Birkhoff et J. von Neumann, avec leur étude du treillis des propositions quantiques. (Il se trouve que l'emploi malheureux du terme proposition a conduit à la confusion la plus totale en ce qui concerne le problème de l'existence d'une logique purement quantique - mais ceci est une autre histoire!). Elle a été reprise, poursuivie et développée, entre autres, par G.W. Mackey, J.M. Jauch et C. Piron [27]. En gros, une telle analyse revient à définir des propositions élémentaires oui-non sur les systèmes physiques (le résultat de la mesure de telle grandeur est tant), et à en constituer la structure de treillis. Cette structure présente les caractères booléiens de la logique usuelle dans le cas des théories classiques, c'est-à-dire le cas que toutes les propositions sont simultanément compatibles entre elles, et ceux, isomorphes au treillis des sous-espaces d'un espace de Hilbert, dans le cas de la théorie quantique, c'est-à-dire lorsque certaines de ces propositions ne sont pas simultanément compatibles entre elles. Ainsi est bien proposé un langage commun dans lequel exprimer deux réalisations différentes possibles d'une même structure de treillis.

Mais la dérévolution nous paraît encore pous nette, lorsque, délaissant l'algèbre de la logique pour l'intuition géométrique de l'espace-temps, on veut bien accepter pour langage celui, contemporain, des variétés différentiables. Depuis plusieurs années, pour notre part, nous répétons inlassablement que le langage mathématique des variétés, désormais pleinement constitué, offre des possibilités extraordinaires aux physiciens d'y produire un discours d'une cohérence inespérée jusqu'ici [28],[29]. Avec cependant fort peu de succès auprès de nos confrères physiciens, dont la répugnance est toujours assez grande d'avoir à changer tant soit peu leurs (mauvaises) habitudes de langage. Cependant, depuis l'an dernier, les choses semblent enfin changer, tant au plan de l'enseignement [30], [31], qu'à celui de la recherche [32].

Il s'agit en fait d'exploiter toutes les ressources qu'offre la structure de variété différentiable dont on munit généralement l'espace-temps. Certes, pour ce dernier, il est d'autres structures concevables [33]. Mais lorsque l'on donne à l'espace-temps les propriétés d'un continuum dans lequel on puisse poser des équations différentielles de mouvement, alors il importe de tirer tout le parti du choix que l'on a fait. C'est ainsi, par exemple, qu'il est possible de dérévolutionner complètement la théorie de la relativité restreinte, en produisant, dans le langage des variétés différentiables précisément, un discours qui permet d'exprimer aussi bien celui de la dynamique newtonienne que celui de la dynamique einsteinienne. Dans un tel discours, un concept joue un rôle critique : le temps. Il s'agit de se prononcer clairement sur la véritable nature géométrique du temps : est-il un paramètre (cas newtonien) ou une coordonnée (cas einsteinien) ? Un simple jeu d'écriture, en apparence trivial, permet de reformuler l'axiome de Newton entre quantité de mouvement et vitesse en un axiome unique, celui de Newton-Einstein, satisfait également par les deux théories [34],[35]. Au passage, la production explicite d'un schème commun aux deux dynamiques suffit à ruiner l'exemple favori des champions de la thèse de l'incommensurabilité entre théories successives sur le même domaine empirique, thèse chère à Kuhn et à Feyerabend, ainsi que l'on sait.

La même attention dûment rendue à la nature géométrique de la quantité de mouvement et de la position permet de donner le contenu direct le plus intuitif, pour parler comme Heisenberg, au commutateur non nul entre ces deux grandeurs en théorie quantique. La quantité de mouvement est un vecteur tangent à une trajectoire, c'est-à-dire à une courbe paramétrée, et la position une fonction numérique. En fait, un vecteur tangent est défini par une classe d'équivalence convenable posée sur l'ensemble des courbes paramétrées plongées dans la variété.

Mais précisément, dans une variété différentiable, il existe une remarquable dualité entre courbe paramétrée, disons c, et fonction numérique, disons f. Soit M la variété de dimension n, et m un de ses points. Une courbe paramétrée c est une application d'un intervalle I de la droite numérique réelle R dans M. Soit :

$$c : R \quad \begin{array}{l} I \to M \\ t \to m(t) \end{array}$$

Au contraire, une fonction numérique f est une application de M dans R. Soit :

$$f : \quad \begin{array}{l} M \to R \\ m \to f(m) \end{array}$$

En particulier, une coordonnée x^i est une telle fonction.

Comme déjà précisé plus haut, les vecteurs tangents sont définis par une relation d'équivalence sur les courbes paramétrées. Ils constituent le fibré tangent T(M) sur M. En coordonnées naturelles, de tels vecteurs sont donnés dans une base élémentaire $\partial/\partial x^i$, (l'indice i allant de 1 à n), et s'écrivent typiquement $v = v^i \partial/\partial x^i$. En tant que tels, ce sont donc des opérateurs linéaires de dérivation sur les fonctions numériques. Si f et g sont deux telles fonctions, on a :

$$v(fg) = (vf)g + f(vg) .$$

Une autre relation d'équivalence convenable posée sur les fonctions numériques, cette fois-ci, donne les différentielles, qui forment le fibré cotangent $T^*(M)$ sur M. En coordonnées naturelles une base d'éléments dx^i permet d'écrire les différentielles sous la forme typique $df = \partial f/\partial x^i dx^i$.

T(M) et $T^*(M)$ sont duaux, dans le sens que la contraction

$$< \partial/\partial x^i \ , \ dx^j > = \delta j_i$$

donne l'indice de Kronecker, qui vaut 1 si les indices i et j sont égaux, et 0 dans le cas contraire.

Pour l'application de ce formalisme à la Mécanique Quantique, il suffit de prendre pour v une composante p^i de la quantité de mouvement P (qui, en théorie quantique, offre la particularité d'être constante $-ih/2\Pi$ sur tout axe i), pour f une des coordonnées x^j de la position Q, et pour g la fonction d'état ψ, pour obtenir immédiatement le commutateur entre P^i et Q^j par simple dérivation. Les relations d'incertitude découlant de l'existence d'un tel commutateur non nul, il faut donc dire qu'elles sont le pur reflet de la dualité proprement géométrique entre espace tangent et espace cotangent en chaque point d'une variété.

Nous avons discuté ailleurs pourquoi, en Mécanique Quantique, la composante P^i s'écrit $-ih/2\Pi\,\partial/\partial x^i$ plutôt que, classiquement, $p^j \partial/\partial x^j$, avec sommation sur l'indice muet j. Le fait, pour les applications à la physique, d'avoir à donner à x la dimension physique d'une longueur joue un rôle tout à fait déterminant [36]. Ainsi, faut-il dire que dans le commutateur

$$|P^i \ , \ Q_j| \ = \ -ih/2\Pi \ \delta^i{}_j$$

le second membre contient une double unité : géométrique avec l'indice de Kronecker δ^i_j , et de dimension physique, ici le quantum d'action h .

Ce qu'il nous faut retenir de cette discussion, en définitive, c'est que le fait même de pourvoir l'espace-terme d'un cadre de continu différentiable qui permette l'expression du déterminisme, empêche du même coup la réalisation locale de ce même déterminisme, du moment que les données initiales nécessaires relèvent à la fois des plans tangent et cotangent, qui sont en dualité.

D'ailleurs, le rôle explicatif du langage des variétés différentiables à propos des phénomènes quantiques ne s'arrête pas là. En considérant les formes d'action de l'énergie $p_\mu dx\mu$ et de l'électrodynamique $e/cA_\mu dx^\mu$ (et également de l'entropie en thermodynamique), il est loisible d'utiliser toutes les ressources de l'algèbre graduée des formes différentielles pour dériver les équations dynamiques de Lagrange et de Hamilton, ou électrodynamiques de Maxwell (et également thermodynamiques de Maxwell). De plus, en passant aux théories de cohomologie de telles formes, en particulier dans le cas harmonique, il est possible d'interpréter très simplement des phénomènes quantiques qui se produisent dans des états cohérents : photon dans le vide, vortex dans les superfluides, effet Josephson dans les supraconducteurs, etc. (et également loi des gaz parfaits) [29],[37]. Le cas de la loi des gaz parfaits est tout particulièrement intéressant : il semble indiquer la possibilité d'assigner le même fondement d'une dualité géométrique au stochastique de la Mécanique Statistique. Mais nous en resterons là.

En conclusion, comme l'a bien vu Heisenberg, l'indéterminisme quantique est essentiel et provient de l'impossibilité structurelle de remplir le programme laplacien du déterminisme. Mais cette impossibilité elle-même est à attribuer au cadre exigé par le déterminisme. En butant les premiers, avant les mathématiciens, sur la dualité entre plan tangent et plan cotangent, les physiciens ont pu croire tomber dans un monde mystérieux et enchanté. Les mathématiciens, depuis, se sont rattrapés. Ils ont réussi à forger le langage qui devrait permettre enfin aux physiciens de revenir de leurs douces et agréables illusions.

R E F E R E N C E S

[1] Zeitschrift für Physik, 43, (1927), 172-198

[2] A.E. Ruark : Heisenberg's indetermination principle and the motion of free particles, Bull. Am. Phys. Soc. 2, (1927), 16

[3] H. Weyl : Gruppentheorie und Quantenmechanik, Hirzel, Leipzig 1928

[4] J.-M. Leblond : Towards a Proper Quantum Theory, Dialectica 30, (1976), 161-196

[5] N. Bohr : Das Quantumpostulat und die neuere Entwicklung der Atomistik, Die Naturwiss. 16, (1928), 245-257, et Atti del Congresso Internaz. dei Fisici, Zanichelli, Bologna 1928, vol. 2, p. 565-588

[6] K.R. Popper : Zur Kritik der Ungenauigkeitsrelationen, Die Naturwiss. 22, (1934), 807-808

[7] A.S. Eddington : The decline of determinisme, Math. Gazette 16, (1932), 66-80

[8] M. Jammer : The Conceptual Development of Quantum Mechanics, Mc Graw Hill, New York 1966

[9] W. Heisenberg : Der Teil und das Ganze, Piper, München 1969

[10] R. Carnap : Der logische Aufbau der Welt, Welkreis Verl., Berlin 1928

[11] P.W. Bridgman : The Logic of Modern Physics, MacMillan, New York 1927

[12] Réf. [1] p. 174

[13] Réf. [8], chap. 7, particulièrement pp. 324-325

[14] voir p. ex. G. Holton, Thematic Origins of Scientific Thought, Harvard U.P., Cambridge (Mass.) 1973

[15] Réf. [1] p. 179

[16] Réf. [8] p. 326

[17] Réf. [1] p. 175

[18] Réf. [1] p. 185

[19] Réf. [1] p. 197

[20] P. Scheurer : (R)évolution (s) de la science et permanence

du réel, P.U.F., Paris, à paraître fin 1978

[21] A.S. Eddington : New Pathways in Science, Cambridge U.P., Cambridge 1935

[22] P.B. Scheurer : Tempo, Energia, Informazione, in Teoria dell' Informazione, Roger J. éd., il Molino, Bologna 1974

[23] Réf. [20], particulièrement chap. 12

[24] T.S. Kuhn : The Structure of Scientific Revolutions, Univ. Chicago P., Chicago 1970

[25] Réf. [20], particulièrement chap. 9 à 11

[26] G. Bachelard : La philosophie du Non, P.U.F., Paris 1940

[27] C. Piron : Foundations of Quantum Physics, Benjamin, New York 1976

[28] P.B. Scheurer : Présentation d'un nouveau paradigme pour la dynamique relativiste quantique, C.R. Séances, SPHN Genève, NS 8, (1973), 32-37

[29] P.B. Scheurer : Cohomology of the action differential forms in Lecture Notes in Physics n° 50, Springer, Berlin-New Yord 1976, p. 609-613

[30] W. Thirring : Lehrbuch der Mathematischen Physik I, Springer Wien 1977

[31] Y. Choquet-Bruhat et al. : Analysis, Manifolds and Physics, Amsterdam 1977

[32] M.F. Atiyah et R.S. Ward : Instantons and Algebraic Geometry Commun. Math. Phys. 55, (1977), 117-124

[33] voir p. ex. R. Penrose : Angular Momentum : An Approach to Combinatorial Space-Time, in Bastin T. ed. : Quantum Theory and Beyond, Cambridge UP. , Cambridge 1971

[34] Réf. [20] chap. 11

[35] P.B. Scheurer : Vues nouvelles sur la science du temps et l'histoire, in Penser dans le temps, Mélanges J. Hersch, L'âge d'home, Lausanne 1977

[36] P.B. Scheurer : Géométrie différentielle et règles de commutation, C.R. Séances, SPHN Genève, NS 7, (1972), 19-23

[37] Réf. [20], Annexe.