Séminaire Henri Cartan

Jean Frenkel

Un théorème sur les matrices holomorphes inversibles

Séminaire Henri Cartan, tome 4 (1951-1952), exp. nº 17, p. 1-11
<http://www.numdam.org/item?id=SHC_1951-1952__4__A17_0>

UN THÉORÈME SUR LES MATRICES HOLOMORPHES INVERSIBLES

(Exposé de Jean Frenkel, 12-5-52)

1. Enoncé du théorème.

On va considérer des polycylindres compacts dans l'espace C^n (de coordonnées complexes $x_1, \dots, x_n$), c'est-à-dire des ensembles produits $\delta_1 \times \cdots \times \delta_n$, où δ_i désigne un ensemble compact dans le plan de la variable x_i. Un tel ensemble compact Δ sera dit simplement connexe si son premier groupe de cohomologie de Čech $H^1(\Delta, Z)$ à coefficients entiers est nul. Pour cela, il faut et il suffit que $H^1(\delta_i, Z) = 0$ pour $1 \leq i \leq n$. Pour que $H^1(\delta_i, Z) = 0$, il faut et il suffit que le complémentaire de δ_i, dans le plan de la variable x_i, soit connexe (cela résulte facilement de la suite exacte de cohomologie et de la "dualité" des variétés). Les δ_i ne sont pas nécessairement connexes.

Théorème 1. Soient, dans l'espace C^n, deux polycylindres compacts

$$\Delta' = \delta'_1 \times \cdots \times \delta'_n, \qquad \Delta'' = \delta''_1 \times \cdots \times \delta''_n$$

tels que $\delta'_i = \delta''_i$ pour tout i sauf un au plus. Supposons que l'intersection $\Delta' \cap \Delta''$ (qui est un polycylindre compact) soit simplement connexe. Soit M une matrice carrée (p lignes et p colonnes), holomorphe et inversible dans $\Delta' \cap \Delta''$, c'est-à-dire une matrice dont les termes sont des fonctions holomorphes dans $\Delta' \cap \Delta''$ (i.e., holomorphes dans un voisinage ouvert de $\Delta' \cap \Delta''$) et dont le déterminant est $\neq 0$ en tout point de $\Delta' \cap \Delta''$. Alors il existe une matrice M' holomorphe et inversible dans Δ', et une matrice M'' holomorphe et inversible dans Δ'', telles que

$$M = M' \cdot M'' \quad \text{dans} \quad \Delta' \cap \Delta''$$

(le signe $\cdot$ désigne la multiplication des matrices).

Ce théorème sera l'un des fondements de la théorie qu'on développera dans les exposés suivants. Il est lui-même un cas particulier d'un théorème plus général. Observons d'abord qu'une matrice holomorphe inversible (à p lignes et p colonnes) n'est pas autre chose qu'une application analytique dans le groupe linéaire complexe à p variables. Le théorème 1 se généralise alors comme suit:

Théorème 2. Les hypothèses sur Δ', Δ'' étant celles du théorème 1, soit f une application analytique de $\Delta' \cap \Delta''$ dans un groupe de Lie complexe G, supposé connexe. Alors il existe une application analytique f' de Δ' dans G, et une application analytique f'' de Δ'' dans G, telles que

$$f = f' \cdot f'' \quad \text{dans} \quad \Delta' \cap \Delta''$$

(le signe $\cdot$ indique la multiplication définie par la loi de composition de G).

On observera que dans le cas particulier où $G = \mathbf{C}^*$ (groupe multiplicatif des nombres complexes $\neq 0$), ce théorème est bien connu: puisque $\Delta' \cap \Delta''$ est simplement connexe, il existe g holomorphe au voisinage de $\Delta' \cap \Delta''$, telle que $f = e^g$. On écrit, grâce à l'intégrale de Cauchy, $g = g' + g''$, g' étant holomorphe dans Δ' et g'' dans Δ''. Il suffit alors de prendre $f' = e^{g'}$, $f'' = e^{g''}$.

2. Propositions préliminaires.

La démonstration du théorème 2 étant assez délicate, nous établirons d'abord quelques propositions auxiliaires.

Soit E une variété analytique-complexe. On dit que E est *analytiquement rétractile* si, en notant I le segment $[0, 1]$ de la droite réelle, il existe une application continue f de $E \times I$ dans E telle que

1) pour chaque $t \in I$, $x \to f(x, t)$ est une application analytique-complexe de E dans E;

2) pour tout $x \in E$, $f(x, 0) = x$ et $f(x, 1) = a$, a désignant un point de E, indépendant de x.

Exemple: un polycylindre ouvert, connexe et simplement connexe, est analytiquement rétractile.

Proposition 1. Soient E et F deux variétés analytiques-complexes. Si E est somme topologique de variétés analytiquement rétractiles E_i, et si F est connexe, l'espace $\mathcal{H}(E, F)$ des applications analytiques de E dans F, muni de la topologie de la convergence compacte (Bourbaki, Top. Gén., Ch. X), est connexe.

Tout d'abord, $\mathcal{H}(E, F)$ s'identifie à l'espace produit des $\mathcal{H}(E_i, F)$. Il suffit de montrer que chaque $\mathcal{H}(E_i, F)$ est connexe. On est donc ramene au cas où E est analytiquement rétractile. Soit alors $f(x, t)$ comme ci-dessus. Si $g \in \mathcal{H}(E, F)$, l'application composée $(x, t) \to g(f(x, t))$ est une application continue de $E \times I$ dans F, analytique en x pour t fixé, égale à $g(x)$ pour $t = 0$, et à $g(a)$ pour $t = 1$. Elle définit, dans l'espace $\mathcal{H}(E, F)$, un arc joignant l'élément $g \in \mathcal{H}(E, F)$ à une application constante. D'autre part, puisque F est connexe, deux applications constantes peuvent aussi être jointes par un arc. Ceci achève la démonstration.

Si G est un groupe de Lie complexe, la loi de composition de G définit, dans l'espace $\mathcal{H}(E, G)$ des applications analytiques de E dans G, une loi de composition qui fait de $\mathcal{H}(E, G)$ un groupe topologique. Son élément neutre ε est l'application neutre, qui envoie E en l'élément neutre e de G.

Si E est somme topologique de variétés analytiquement rétractiles, et si G est connexe, alors le groupe $\mathcal{H}(E, G)$ est connexe, d'après la proposition 1. Donc, quel que soit le voisinage V de ε dans $\mathcal{H}(E, G)$, tout élément de $\mathcal{H}(E, G)$ est le produit d'un nombre fini d'éléments de V.

Proposition 2. Soit K un polycylindre compact et simplement connexe de l'espace C^n. Toute application analytique f de K dans un groupe de Lie complexe G, connexe, peut être approchée uniformément par des applications analytiques de C^n dans G.

En effet, soit U un voisinage ouvert de e dans G, assez petit pour que U possède un système de coordonnées locales complexes. D'après ce qui précède, f est le produit d'un nombre fini d'applications analytiques f_i de K dans U. Il suffit de montrer que chaque f_i est limite uniforme d'applications analytiques de $\mathbf{C}^n$ dans U. Or les coordonnées locales du point $f_i(x)$ sont des fonctions holomorphes sur K; d'après un théorème classique, elles sont, sur K, limites uniformes de polynômes. Ceci prouve la proposition.

3. Démonstration du théorème 2: constructions préliminaires.

Soient donnés les deux polycylindres compacts

$$\Delta' = \delta'_1 \times \cdots \times \delta'_n , \qquad \Delta'' = \delta''_1 \times \cdots \times \delta''_n ,$$

tels que $\delta'_i = \delta''_i$ pour $2 \leq i \leq n$. On suppose que les δ'_i $(i \geq 2)$ sont simplement connexes, ainsi que $\delta'_1 \cap \delta''_1$. Ecrivons désormais δ' au lieu de δ'_1, δ'' au lieu de δ''_1, et soit $\delta = \delta' \cap \delta''$. Notons Δ le produit $\delta'_2 \times \cdots \times \delta'_n$: c'est un polycylindre compact, simplement connexe, de l'espace $(x_2, \ldots, x_n)$. On notera simplement y un point de cet espace. Finalement, on a

$$\Delta' = \delta' \times \Delta, \qquad \Delta'' = \delta'' \times \Delta, \qquad \Delta' \cap \Delta'' = \delta \times \Delta .$$

L'application f du théorème 2 étant donnée, il existe un voisinage δ'_0 de δ', un voisinage δ''_0 de δ'', et un voisinage Δ_0 de Δ, tels que f soit définie et analytique au voisinage de $\delta_0 \times \Delta_0$ (δ_0 désignant l'intersection $\delta'_0 \cap \delta''_0$). On peut supposer:

1) que Δ_0 est un polycylindre compact et simplement connexe;

2) que δ'_0 et δ''_0 sont des réunions de carrés fermés dont les côtés ont pour abscisses (resp. pour ordonnées) des multiples entiers d'un même nombre r, et enfin que δ_0 est simplement connexe.

Pour une démonstration de ces faits élémentaires, voir H. Cartan, loc. cit.

Les frontières de δ'_0, δ''_0 et δ_0 se composent de segments de droites parellèles aux axes de coordonnées. Pour chaque $a > 0$ tel que $2a < r$, soit $\delta'_0(a)$ le domaine polygonal fermé obtenu en retranchant de δ'_0 une bande de largeur a tout le long de la frontière de δ'_0. Définition analogue de $\delta''_0(a)$ et de $\delta_0(a)$. On a

$$\delta_0(a) = \delta'_0(a) \cap \delta''_0(a) .$$

Choisissons a assez petit pour que δ' soit <u>intérieur</u> à $\delta'_0(a)$, et δ'' intérieur à $\delta''_0(a)$. Notons (pour tout entier $i \geq 1$):

$$\delta'_i \text{ l'ensemble compact } \delta'_0(a - 2^{-i}a) ;$$
$$\delta''_i \text{ l'ensemble compact } \delta''_0(a - 2^{-i}a) ;$$
$$\delta_i \text{ l'ensemble compact } \delta_0(a - 2^{-i}a) .$$

Soit γ'_i l'intersection de δ''_i avec la frontière de δ'_i; et soit γ''_i l'intersection de δ'_i avec la frontière de δ''_i. Alors la frontière de $\delta_i = \delta'_i \cap \delta''_i$ est la réunion $\gamma'_i \cup \gamma''_i$. Pour $i \geq 0$, la distance d'un point quelconque de γ'_i à un point quelconque de δ'_{i+1} est $\geq 2^{-(i+1)}a$; de même pour la distance d'un point de γ''_i à un point de δ''_{i+1}. Enfin, l'intersection des δ'_i est un voisinage de δ', et l'intersection des δ''_i est un voisinage de δ''. Il est clair que la longueur totale de chacune des lignes polygonales γ'_i et γ''_i est majorée par un nombre indépendant de i, que nous noterons πK.

U désignant toujours un voisinage de e dans le groupe G, voisinage dans lequel on a fait choix d'un système de coordonnées locales complexes, nulles au point e, ces coordonnées locales définissent dans U une structure vectorielle au voisinage de e, qui est le zéro de cette structure. Elles définissent aussi une norme hermitienne; on notera $|\lambda|$ la norme d'un élément $\lambda \in U$. Si $|\lambda|$ est assez petit, λ^{-1} est dans U; en outre, puisque la loi de composition de G: $(\lambda, \mu) \to \lambda\cdot\mu$ est "tangente" à l'addition des vecteurs, il s'ensuit que, pour λ et μ assez petits, $\lambda^{-1}\cdot(\lambda+\mu)\cdot\mu^{-1}$ est défini et satisfait à

$$(1) \qquad |\lambda^{-1}(\lambda+\mu)\cdot\mu^{-1}| \leq M \sup(|\lambda|^2, |\mu|^2) ,$$

M étant un nombre > 0 fixe convenable. Nous appellerons α un nombre > 0 tel que (1) ait lieu chaque fois que $|\lambda| \leq \alpha$ et $|\mu| \leq \alpha$. Nous astreindrons α à la condition

$$(2) \qquad \alpha \leq a/(4MK), \text{ ce qui est licite.}$$

Supposons démontré le lemme suivant:

Lemme. Si l'application analytique f de $\delta_0 \times \Delta_0$ dans G prend ses valeurs dans U et satisfait à

$$|f(x, y)| \leq \frac{a\alpha}{K} \quad \text{pour} \quad x \in \delta_0, \quad y \in \Delta_0 , \tag{3}$$

il existe une application analytique f' de Δ' dans U et une application analytique f'' de Δ'' dans U, telles que l'on ait

$$f = f' \cdot f'' \quad \text{dans} \quad \Delta' \cap \Delta'' .$$

Le théorème en résultera dans toute sa généralité. Plaçons-nous en effet dans le cas général; d'après la prop. 2, f peut se mettre sous la forme $f_1 \cdot g$, où f_1 est une application de $\delta_0 \times \Delta_0$ dans U satisfaisant à la condition (3), et où g est la restriction à $\delta_0 \times \Delta_0$ d'une application de C^n dans G. D'après le lemme, on a $f_1 = f_1' \cdot f_1''$ dans $\Delta' \cap \Delta''$, d'où $f = f_1' \cdot (f_1'' \cdot g)$, ce qui établit le théorème.

Ainsi, tout revient à démontrer le lemme.

4. Démonstration du lemme.

Posons

$$\frac{a\alpha}{K} = \rho . \tag{4}$$

On a donc, par hypothèse, $|f(x, y)| \leq \rho$ pour $x \in \delta_0$, $y \in \Delta_0$. Pour $x \in \delta_1$, $y \in \Delta_0$, l'intégrale de Cauchy permet d'écrire

$$f(x, y) = f_0'(x, y) + f_0''(x, y),$$

avec

$$f_0'(x, y) = \frac{1}{2i\pi} \int_{\gamma_0'} f(\xi, y) \frac{d\xi}{\xi - x} , \quad f_0''(x, y) = \frac{1}{2i\pi} \int_{\gamma_0''} f(\xi, y) \frac{d\xi}{\xi - x}$$

(les sommes et les intégrales sont relatives à la structure vectorielle de U). L'intégrale $f_0'(x, y)$ est définie et holomorphe pour $x \in \delta_1'$, $y \in \Delta_0$, et y satisfait à

$$|f_0'(x, y)| \leq \frac{K}{2} \rho \frac{2}{a} , \text{ c'est-à-dire, d'après (4), } |f_0'(x, y)| \leq \alpha .$$

De même, on a $|f_0''(x, y)| \leq \alpha$ pour $x \in \delta_1''$, $y \in \Delta_0$.

Pour $x \in \delta_1$, $y \in \Delta_0$, on peut donc considérer le produit

$$f_1(x, y) = (f'_0(x, y))^{-1} \cdot f(x, y) \cdot (f''_0(x, y))^{-1} .$$

C'est une fonction holomorphe qui, d'après (1), satisfait à

$$|f_1(x, y)| \leq M\alpha^2 ,$$

donc, compte tenu de (2) et (4),

$$|f_1(x, y)| \leq \frac{1}{4}\rho \quad \text{pour} \quad x \in \delta_1, \quad y \in \Delta_0 .$$

Pour un entier $k \geq 1$, supposons déjà définie la fonction $f_k(x, y)$ holomorphe pour $x \in \delta_k$, $y \in \Delta_0$, à valeurs dans U et satisfaisant à $|f_k(x, y)| \leq 4^{-k}\rho$. Alors, pour $x \in \delta_k$, $y \in \Delta_0$, on a

$$f_k(x, y) = f'_k(x, y) + f''_k(x, y) ,$$

avec

$$f'_k(x, y) = \frac{1}{2i\pi}\int_{\gamma'_k} f_k(\xi, y)\, \frac{d\xi}{\xi - x} , \quad f''_k(x, y) = \frac{1}{2i\pi}\int_{\gamma''_k} f_k(\xi, y)\, \frac{d\xi}{\xi - x} .$$

$f'_k(x, y)$ est définie et holomorphe pour $x \in \delta'_{k+1}$, $y \in \Delta_0$, et y satisfait à

$$|f'_k(x, y)| \leq \frac{K}{2}(4^{-k}\rho)\,\frac{2^{k+1}}{a} = 2^{-k}\alpha .$$

De même,

$$|f''_k(x, y)| \leq 2^{-k}\alpha \quad \text{pour} \quad x \in \delta''_{k+1}, \quad y \in \Delta_0 .$$

On peut considérer, pour $x \in \delta_{k+1}$, $y \in \Delta_0$,

$$f_{k+1}(x, y) = (f'_k(x, y))^{-1} \cdot f_k(x, y) \cdot (f''_k(x, y))^{-1} .$$

C'est une fonction holomorphe qui, d'après (1), satisfait à

$$(5) \quad |f_{k+1}(x, y)| \leq M(2^{-k}\alpha)^2 = 4^{-(k+1)}\rho \quad \text{pour} \quad x \in \delta_{k+1}, \quad y \in \Delta_0 .$$

On voit ainsi que la récurrence peut se poursuivre indéfiniment.

Les inégalités (5) montrent que, dans l'intersection des $\delta'_i \times \Delta_0$, qui est un voisinage de $\delta' \times \Delta = \Delta'$, on peut considérer les produits $f'_k f'_{k-1} \ldots f'_0$; ils convergent uniformément vers une fonction holomorphe f', à valeurs dans U. De même, dans l'intersection des $\delta''_i \times \Delta_0$, qui est un voisinage de $\delta'' \times \Delta = \Delta''$, les produits $f''_0 f''_1 \ldots f''_k$ convergent uniformément vers une fonction holomorphe f'', à valeurs dans U. De plus, dans l'intersection des $\delta_i \times \Delta_0$ qui est un voisinage de $\delta \times \Delta = \Delta' \cap \Delta''$, f_{k+1} converge uniformément vers zéro (application neutre), et l'on a pour tout k

$$f = (f'_k f'_{k-1} \cdots f'_0) \cdot f_{k+1} \cdot (f''_0 f''_1 \cdots f''_k) .$$

A la limite, il vient $f = f' \cdot f''$.

Le lemme est ainsi démontré.

5. Application aux faisceaux analytiques.

Nous ne développerons pas les conséquences du théorème 2 en ce qui concerne les espaces fibrés analytiques principaux dont la fibre est un groupe de Lie complexe G. Lorsque le groupe G est connexe, et que l'espace de base est un polycylindre (compact ou ouvert) simplement connexe, le théorème 2 permet de montrer que l'espace fibré est analytiquement trivial.

Le théorème 1 a une application importante à la théorie des faisceaux analytiques (pour les définitions, voir exposé 15).

Soit $\mathcal{F}$ un faisceau analytique sur une variété analytique complexe B. Pour tout compact (resp. ouvert) X de B, le module de cohomologie $H^0(X, \mathcal{F})$ n'est pas autre chose que le module des sections de $\mathcal{F}$ au-dessus de X; c'est un module sur l'anneau $\mathcal{O}_X$ des fonctions holomorphes dans X. Soit $Y \subset X$; étant donnés des éléments $u_i \in H^0(X, \mathcal{F})$, leurs images dans $H^0(Y, \mathcal{F})$ engendrent un sous-module de $H^0(Y, \mathcal{F})$ pour la structure de module sur $\mathcal{O}_Y$. Pour abréger le langage, on dira simplement que c'est le sous-module de $H^0(Y, \mathcal{F})$ engendré par les $u_i \in H^0(X, \mathcal{F})$.

Théorème 3. Soient Δ' et Δ'' comme dans le théorème 1. Soit $\mathcal{F}$ un faisceau analytique dans la réunion $\Delta' \cup \Delta'' = \Delta$. Si des éléments en nombre fini

$$u'_i \in H^0(\Delta', \mathcal{F}), \qquad v''_j \in H^0(\Delta'', \mathcal{F})$$

engendrent le même sous-module de $H^0(\Delta' \cap \Delta'', \mathcal{F})$, il existe des $g_k \in$

$H^0(\Delta, \mathcal{F})$ en nombre fini, qui engendrent dans $H^0(\Delta', \mathcal{F})$ le même sous-module que les u'_i, et engendrent dant $H^0(\Delta'', \mathcal{F})$ le même sous-module que les v''_j.

Démonstration: soit p le nombre des u'_i, et q le nombre des v''_j. Introduisons q éléments $v'_j \in H^0(\Delta', \mathcal{F})$, tous nuls, et p éléments $u''_i \in H^0(\Delta'', \mathcal{F})$, tous nuls. On montrera ci-dessous qu'il existe, dans $\Delta' \cap \Delta''$, une matrice M à $p+q$ lignes et $p+q$ colonnes, inversible, qui transforme le système $(u''_1, \ldots, u''_p, v''_1, \ldots, v''_q)$ dans le système $(u'_1, \ldots, u'_p, v'_1, \ldots, v'_q)$. On écrira

$$(u', v') = M \cdot (u'', v'') .$$

Appliquons à M le théorème 1: on a $M = M' \cdot M''$, M' étant holomorphe et inversible dans Δ', M'' holomorphe et inversible dans Δ''. Donc

$$M'' \cdot (u'', v'') = M'^{-1} \cdot (u', v') . \tag{6}$$

Alors $M''(u'', v'')$ est un système de $p+q$ éléments de $H^0(\Delta'', \mathcal{F})$, et $M'^{-1} \cdot (u', v')$ est un système de $p+q$ éléments de $H^0(\Delta', \mathcal{F})$. L'égalité (6) exprime que ces deux systèmes définissent le même système d'éléments de $H^0(\Delta' \cap \Delta'', \mathcal{F})$. On obtient ainsi $p+q$ sections de $\mathcal{F}$ au-dessus de $\Delta' \cup \Delta'' = \Delta$, c'est-à-dire $p+q$ éléments de $H^0(\Delta, \mathcal{F})$, que nous noterons $u_1, \ldots, u_p, v_1, \ldots, v_q$. Dans $H^0(\Delta', \mathcal{F})$, la relation $(u', v') = M' \cdot (u, v)$ montre que le système (u, v) engendre le même sous-module que le système (u', v'), c'est-à-dire le sous-module engendré par les u'_i. Dans $H^0(\Delta'', \mathcal{F})$, le système (u, v) engendre le sous-module engendré par les v''_j.

Ainsi le théorème 3 sera démontré si nous prouvons l'existence, dans $\Delta' \cap \Delta''$, d'une matrice M holomorphe et inversible, telle que

$$M \cdot (u'', v'') = (u', v') .$$

Plaçons-nous désormais dans le module $H^0(\Delta' \cap \Delta'', \mathcal{F})$. C'est un module X sur l'anneau A des fonctions holomorphes dans $\Delta' \cap \Delta''$. L'existence de M est une conséquence immédiate d'une proposition très simple d'algèbre, que voici:

Lemme 2. Soit A un anneau avec élément unité (non nécessairement commutatif), et soit X un A-module à gauche unitaire. Soient p

éléments $u'_i \in X$ et q éléments $v''_j \in X$; supposons qu'on ait dans M des relations

$$v''_j = \sum_i a_{ji} u'_i \,, \qquad u'_i = \sum_j b_{ij} v''_j$$

à coefficients a_{ji} et b_{ij} dans A. Alors il existe une matrice carrée inversible M, à $p+q$ lignes et $p+q$ colonnes, et à coefficients dans A, telle que

$$M \cdot (0,\ v'') = (u',\ 0)\ .$$

Démonstration: soit X' le A-module produit X^p, formé des suites de p éléments $x'_i \in X$; et soit X'' le A-module X^q, formé des suites de q éléments $x''_j \in X$. Les u'_i définissent un élément $u' \in X'$, et les v''_j un élément $v'' \in X''$. Dans la somme directe $X' \oplus X''$ (isomorphe au produit), considérons les deux éléments $(u',\ 0)$ et $(0,\ v'')$. Il s'agit de trouver un automorphisme M de $X' \oplus X''$ qui transforme l'un dans l'autre; pour cela, on doit se servir de l'existence de deux applications linéaires

$$a:\ X' \to X'', \qquad b:\ X'' \to X'$$

telles que $a(u') = v''$, $b(v'') = u'$. L'existence de M va résulter du lemme suivant:

Lemme 3. Soit A un anneau avec élément unité, et soient X' et X'' deux A-modules à gauche unitaires. Soient données deux applications linéaires $a:\ X' \to X''$, $b:\ X'' \to X'$. Alors l'application

$$c:\ (x',\ x'') \to (b(a(x')) - b(x'') - x',\ a(x') - x'')$$

de $X' \oplus X''$ dans lui-même est un automorphisme de ce module; et si $u' \in X'$ et $v'' \in X''$ sont tels que $a(u') = v''$, $b(v'') = u'$, c transforme $(u',\ 0)$ en $(0,\ v'')$.

Démonstration: c est composé des deux applications

$$(x',\ x'') \to (x',\ a(x') - x'');$$
$$(x',\ x'') \to (b(x'') - x',\ x'');$$

dont chacune est visiblement un automorphisme de $X' \oplus X''$. La première transforme $(u',\ 0)$ en $(u',\ v'')$, la seconde transforme $(u',\ v'')$ en $(0,\ v'')$.

Bibliographie

H. CARTAN, Sur les matrices holomorphes de n variables complexes, *Journal de Math.*, 9^e série, 19 (1940), pp. 1-26.