SEMINAIRE

Equations aux
Dérivées
Partielles

2002-2003

Alexandre Dutrifoy

Limite incompressible de solutions du système d'Euler compressible 2-D dans certains cas mal préparés

Séminaire É. D. P. (2002-2003), Exposé n^{o} XXI, 10 p.

<http://sedp.cedram.org/item?id=SEDP_2002-2003____A21_0>

U.M.R. 7640 du C.N.R.S.
F-91128 PALAISEAU CEDEX
Fax : 33 (0)1 69 33 49 49
Tél : 33 (0)1 69 33 49 99

Limite incompressible de solutions du système d'Euler compressible 2-D dans certains cas mal préparés

Alexandre Dutrifoy *
Laboratoire Jacques-Louis Lions
Université Pierre et Marie Curie
Boîte courrier 187
75252 Paris Cedex 05
France

22 avril 2003

Résumé

Les effets dispersifs permettent de passer à la limite dans le système d'Euler compressible 2-D isentropique, quand le nombre de Mach tend vers zéro, même si les données initiales ne sont pas uniformément régulières.

Ceci mène à des résultats de convergence vers des solutions non régulières du système d'Euler incompressible, comme les poches de tourbillon ou les solutions de Yudovich.

1 Introduction

L'objet de cet exposé est un travail réalisé en collaboration avec Taoufik Hmidi [5, 6].

On considère un fluide légèrement compressible non visqueux, bidimensionnel et étendu à tout l'espace. Le nombre de Mach, ϵ, est un petit paramètre positif. L'état du fluide est décrit par le champ des vitesses v_ϵ, la densité ρ_ϵ et la pression p_ϵ, qui satisfont

$$\begin{cases} \rho_\epsilon(\partial_t v_\epsilon + v_\epsilon \cdot \nabla v_\epsilon) + \frac{1}{\epsilon^2}\nabla p_\epsilon = 0 \\ \partial_t \rho_\epsilon + v_\epsilon \cdot \nabla \rho_\epsilon + \rho_\epsilon \operatorname{div} v_\epsilon = 0 \\ (v_\epsilon, \rho_\epsilon)|_{t=0} = (v_{0,\epsilon}, \rho_{0,\epsilon}). \end{cases} \tag{1}$$

*This research was supported through a European Community Marie Curie Fellowship. http://www.cordis.lu.improving Disclaimer: The author is solely responsible for information communicated and the European Commission is not responsible for any view or results expressed.

À ce système s'ajoute la loi d'état des fluides isentropiques $p_\epsilon = \rho_\epsilon^\gamma$, où $\gamma > 1$ est un paramètre fixé. Enfin, en introduisant la vitesse du son c_ϵ, définie par

$$c_\epsilon = \rho_\epsilon^{\bar\gamma}\sqrt{\gamma}/\bar\gamma, \qquad \text{où } \bar\gamma = (\gamma-1)/2,$$

et en utilisant de nouvelles inconnues $\tilde v_\epsilon$ et $\tilde c_\epsilon$, liées aux précédentes par

$$v_\epsilon(t,x) = \bar\gamma c_0 \tilde v_\epsilon(\bar\gamma c_0 t, x)$$

et

$$c_\epsilon(t,x) = c_0 + \epsilon\bar\gamma c_0 \tilde c_\epsilon(\bar\gamma c_0 t, x),$$

on se ramène au système symétrique

$$\begin{cases} \partial_t \tilde v_\epsilon + \tilde v_\epsilon\cdot\nabla\tilde v_\epsilon + \bar\gamma\tilde c_\epsilon\nabla\tilde c_\epsilon + \frac{1}{\epsilon}\nabla\tilde c_\epsilon = 0 \\ \partial_t\tilde c_\epsilon + \tilde v_\epsilon\cdot\nabla\tilde c_\epsilon + \bar\gamma\tilde c_\epsilon \operatorname{div}\tilde v_\epsilon + \frac{1}{\epsilon}\operatorname{div}\tilde v_\epsilon = 0 \\ (\tilde v_\epsilon, \tilde c_\epsilon)|_{t=0} = (\tilde v_{0,\epsilon}, \tilde c_{0,\epsilon}). \end{cases} \tag{2}$$

Notre but est de montrer que les solutions $(\tilde v_\epsilon, \tilde c_\epsilon)$ de (2) convergent vers $(v, 0)$, où v est une solution du système d'Euler incompressible

$$\begin{cases} \partial_t v + v\cdot\nabla v = -\nabla p \\ \operatorname{div} v = 0 \\ v|_{t=0} = v_0. \end{cases} \tag{3}$$

Ce problème a déjà été traité pour des fluides évoluant dans différents domaines ($\mathbb{R}^N$, tore, domaine borné) et essentiellement sous deux types d'hypothèse : dans le cas bien préparé [8, 9], on suppose que $\operatorname{div}\tilde v_{0,\epsilon}\to 0$ et $\tilde c_{0,\epsilon}\to 0$ lorsque $\epsilon\to 0$; dans le cas mal préparé, on suppose seulement que $\tilde v_{0,\epsilon}$ et $\tilde c_{0,\epsilon}$ sont bornés dans certains espaces de Sobolev (par exemple) et que la partie incompressible de $\tilde v_{0,\epsilon}$ tend vers v_0. Le cas mal préparé a été étudié pour des fluides étendus sur $\mathbb{R}^N$ aussi bien visqueux [3, 4] que non visqueux [1, 10] (en utilisant des estimations de Strichartz, qui reflètent le phénomène de dispersion des ondes acoustiques).

Vu que le système d'Euler 2-D incompressible a des solutions globales en temps qui ne sont dans H^{2+s} pour aucun $s > 0$, comme les poches de tourbillon ou les solutions de Yudovich, il est naturel de considérer des données initiales qui ne sont pas bornées dans ces espaces. Nous allons voir que les effets dispersifs sont suffisamment forts pour que l'on puisse traiter ce genre de données particulièrement mal préparées.

2 Résultats

Il est commode de réécrire le système (2) sous la forme

$$\begin{cases} \partial_t U_\epsilon + \tilde v_\epsilon\cdot\nabla U_\epsilon + (\bar\gamma\tilde c_\epsilon + \frac{1}{\epsilon})B(D)U_\epsilon = 0 \\ U_\epsilon|_{t=0} = U_{0,\epsilon}, \end{cases} \tag{4}$$

avec

$$U_\epsilon = \begin{pmatrix} \tilde{v}^1_\epsilon \\ \tilde{v}^2_\epsilon \\ \tilde{c}_\epsilon \end{pmatrix}$$

et

$$B(D) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \partial_1 \\ 0 & 0 & \partial_2 \\ \partial_1 & \partial_2 & 0 \end{pmatrix}.$$

On pose aussi $\Omega_\epsilon = \operatorname{rot} \tilde{v}_\epsilon$.

Les résultats que nous présentons ici sont des versions un peu simplifiées de ceux qui sont démontrés dans notre prépublication [6] : nous allons supposer que les champs de vitesse sont dans L^2 — alors que le bon espace est $\sigma + L^2$, où σ est une solution stationnaire du système d'Euler [2] — et faire une hypothèse sur la norme de Ω_ϵ dans un espace de Hölder au lieu d'utiliser de la régularité tangentielle.

Théorème 1 (Augmentation des temps de vie). *Soient $s \in]0,1[$ et $\alpha < 1/4$. Supposons qu'il existe une constante $C_0 \geq 1$ telle que*

$$\|U_{0,\epsilon}\|_{L^2} \leq C_0$$
$$\|\Omega_{0,\epsilon}\|_{L^\infty} \leq C_0$$
$$\|U_{0,\epsilon}\|_{H^{s+\frac{11}{4}}} \leq C_0 \epsilon^{-\alpha}$$

et des constantes C_ϵ telles que

$$\|\Omega_{0,\epsilon}\|_{C^s} \leq C_\epsilon$$

avec

$$\lim_{\epsilon \to 0} \frac{\ln \epsilon^{-1}}{\ln(e + C_\epsilon)} = +\infty. \tag{5}$$

Il existe alors une constante C telle que, pour tout $\mu \in]0, \frac{1}{4} - \alpha[$:

- *les temps de vie des solutions régulières de (4), notés T_ϵ, tendent vers $+\infty$, avec les minorations*

$$T_\epsilon \geq T_\epsilon^{(\mu)} \stackrel{\text{déf}}{=} \frac{1}{CC_0} \ln \frac{\ln \epsilon^{\alpha+\mu-\frac{1}{4}}}{\ln(e + C_\epsilon)} - 1; \tag{6}$$

- *on ait les estimations*

$$\int_0^{T_\epsilon^{(\mu)}} (\|\operatorname{div} \tilde{v}_\epsilon(t)\|_{C^s} + \|\tilde{c}_\epsilon(t)\|_{C^{s+1}})\, dt \leq C\epsilon^\mu$$

et

$$\int_0^t \|U_\epsilon(t')\|_{\mathrm{Lip}}\, dt' \leq e^{CC_0(t+1)} \ln(e + C_\epsilon),$$

pour tout $t \in [0, T_\epsilon^{(\mu)}]$.

En réalité, (6) est valable même si les constantes C_ϵ ne satisfont pas la condition (5).

Dans l'énoncé suivant, P désigne le projecteur de Leray.

Théorème 2 (Convergence). *Si les hypothèses du Théorème 1 sont satisfaites pour un $\alpha < 1/8$ et si, de plus, $P\tilde{v}_{0,\epsilon} \to v_0$ dans L^2 et*

$$\|\Omega_{0,\epsilon}\|_{L^a} \leq C_0$$

pour un $a < \infty$, alors $P\tilde{v}_\epsilon \to v$ dans $L^\infty_{\mathrm{loc}}(\mathbb{R}^+; L^2)$, où v est l'unique solution de (3) continue de $\mathbb{R}^+$ dans L^2 telle que $p \in L^\infty_{\mathrm{loc}}(\mathbb{R}^+; L^2)$ et $\operatorname{rot} v \in L^\infty(\mathbb{R}^+; L^\infty \cap L^a)$.

3 Applications

Avant de passer à la preuve du Théorème 1, nous allons montrer comment ces théorèmes s'appliquent à des régularisées de données initiales de type Yudovich ou poches de tourbillon.

3.1 Solutions de Yudovich

Soient $U_0 \in L^2$ et $\Omega_0 \in L^\infty \cap L^a$. Posons

$$U_{0,\epsilon} = \rho_k * U_0,$$

où $\rho_k = k^2 \rho(k\,\cdot)$, avec $k = k(\epsilon)$ à préciser, la fonction ρ étant régulière, à support compact et d'intégrale 1.

Regardons pour quelles fonctions k les hypothèses des théorèmes sont satisfaites. D'abord,

$$\|U_{0,\epsilon}\|_{L^2} + \|\Omega_{0,\epsilon}\|_{L^\infty \cap L^a} \leq C_0,$$

donc les hypothèses sur les normes L^p des données sont toujours vérifiées. Ensuite,

$$\|U_{0,\epsilon}\|_{H^{s+\frac{11}{4}}} \leq C k^{s+\frac{11}{4}} \|U_0\|_{L^2},$$

donc si $k(\epsilon) \leq \epsilon^{-1/30}$, on aura

$$\|U_{0,\epsilon}\|_{H^{s+\frac{11}{4}}} \leq C \epsilon^{-(\frac{1}{8} - \frac{1-s}{30})} \|U_0\|_{L^2};$$

on pourra ainsi choisir $\alpha = 1/8 - (1-s)/30$, quel que soit $s \in]0,1[$. Enfin, comme

$$\|\Omega_{0,\epsilon}\|_{C^s} \leq C k^s \|\Omega_0\|_{L^\infty},$$

la condition (5) est vérifiée si $k(\epsilon) = \exp((\ln \epsilon^{-1})^\beta / s)$, quel que soit $\beta < 1$.

3.2 Poches de tourbillon

Si $D \subset \mathbb{R}^2$ est un domaine borné de classe C^{1+s} et

$$\Omega_0 = \Omega_{0,i} \mathbf{1}_D + \Omega_{0,e} \mathbf{1}_{\mathbb{R}^2 \setminus D}, \tag{7}$$

avec $\Omega_{0,i} \in C^s(\bar{D})$ et $\Omega_{0,e} \in C^s \cap L^a(\mathbb{R}^2 \setminus D)$, le résultat peut être légèrement amélioré : on peut régulariser plus vite.

L'idée est de construire un ensemble $W_0 = \{w_0^\nu ; \nu = 1, \ldots, N\}$ de champs de vecteurs de classe C^s et tangents à D, qui soit *admissible*, c'est-à-dire tel que

$$[W_0]^{-1} \stackrel{\text{déf}}{=} \left(\frac{1}{N} \sum_{\nu=1}^{N} |w_0^\nu| \right)^{-1}$$

soit borné. On définit ensuite w_ϵ^ν, pour tout ν, comme la solution sur $[0, T_\epsilon[$ de

$$\begin{cases} \partial_t w_\epsilon^\nu + \tilde{v}_\epsilon \cdot \nabla w_\epsilon^\nu = w_\epsilon^\nu \cdot \nabla \tilde{v}_\epsilon \\ w_\epsilon^\nu|_{t=0} = w_0^\nu. \end{cases} \tag{8}$$

Le rôle joué par $\|\Omega_\epsilon(t)\|_{C^s}$ dans la démonstration qui va suivre est alors joué par $X_s(W_\epsilon(t), \Omega_\epsilon(t))$, où

$$X_s(W, \Omega) \stackrel{\text{déf}}{=} \|\Omega\|_{L^\infty} + \|[W]^{-1}\|_{L^\infty} + \sum_{\nu=1}^{N} \|w^\nu\|_{C^s} + \sum_{\nu=1}^{N} \|\mathrm{div}(w^\nu \Omega)\|_{C^{s-1}}.$$

Si $\Omega_{0,\epsilon} = \rho_{k(\epsilon)} * \Omega_0$, avec Ω_0 défini par (7), alors les $X_s(W_0, \Omega_{0,\epsilon})$ sont bornés par une constante indépendante de ϵ, de sorte que l'on peut garder $k(\epsilon) = \epsilon^{-1/30}$.

Plus de détails sont disponibles dans le preprint [6].

4 Démonstrations

Nous allons uniquement exposer la démonstration du Théorème 1. Celle-ci repose sur deux types d'estimations : des inégalités d'énergie et des estimations de Strichartz.

La démonstration du Théorème 2 est similaire à la preuve du théorème de Yudovich telle que présentée dans le livre de J.-Y. Chemin [2].

4.1 Inégalités d'énergie

Supposons que $F, G \in \mathcal{S}$ vérifient

$$\begin{cases} \partial_t F + v \cdot \nabla F + (c + \frac{1}{\epsilon}) B(D) F = G \\ F|_{t=0} = F_0, \end{cases} \tag{9}$$

où v et c sont lipschitziens.

Après multiplication scalaire par F, intégrer par parties donne directement l'estimation

$$\|F(t)\|_{L^2} \le \|F(0)\|_{L^2} + \int_0^t \|G(t')\|_{L^2}\,dt' + \int_0^t \left(\frac{1}{2}\|\operatorname{div} v(t')\|_{L^\infty} + \|\nabla c(t')\|_{L^\infty}\right)\|F(t')\|_{L^2}\,dt',$$

donc

$$\|U_\epsilon(t)\|_{L^2} \le \|U_{0,\epsilon}\|_{L^2} e^{\int_0^t (\frac{1}{2}\|\operatorname{div}\tilde{v}_\epsilon(t')\|_{L^\infty} + \bar{\gamma}\|\nabla \tilde{c}_\epsilon(t')\|_{L^\infty})\,dt'} \tag{10}$$

si U_ϵ est solution de (4).

En appliquant des opérateurs de localisation en fréquence au système (9), on obtient pour tout $\sigma > 0$

$$\|F(t)\|_{H^\sigma} \lesssim \|F(0)\|_{H^\sigma} + \int_0^t \|G(t')\|_{H^\sigma}\,dt' + \int_0^t \|(v,c)(t')\|_{\mathrm{Lip}}\|F(t')\|_{H^\sigma}\,dt' + \int_0^t \|F(t')\|_{\mathrm{Lip}}\|(v,c)(t')\|_{H^\sigma}\,dt',$$

et par conséquent

$$\|U_\epsilon(t)\|_{H^\sigma} \lesssim \|U_{0,\epsilon}\|_{H^\sigma} e^{C\int_0^t \|U_\epsilon(t')\|_{\mathrm{Lip}}\,dt'} \tag{11}$$

pour les solutions de (4).

Les estimations (10) et (11) sont les estimations d'énergie classiques pour les systèmes hyperboliques symétriques. Le point important ici est qu'elles soient indépendantes de ϵ.

4.2 Estimations de Strichartz

La raison pour laquelle la vitesse du son et la partie compressible du champ des vitesses sont sujettes à dispersion apparaît lorsque l'on étudie les valeurs propres et les vecteurs propres de $B(\xi)$, qui est, au facteur i près, réelle et symétrique :

$$B(\xi) = i\begin{pmatrix} 0 & 0 & \xi_1 \\ 0 & 0 & \xi_2 \\ \xi_1 & \xi_2 & 0 \end{pmatrix}.$$

Pour tout $\xi \neq 0$, $B(\xi)$ possède les vecteurs propres orthonormés

$$V_0(\xi) = \frac{1}{|\xi|}\begin{pmatrix} -\xi^2 \\ \xi^1 \\ 0 \end{pmatrix},$$

correspondant à la valeur propre 0, et

$$V_{\pm 1}(\xi) = \frac{\sqrt{2}}{2|\xi|} \begin{pmatrix} \pm\xi^1 \\ \pm\xi^2 \\ |\xi| \end{pmatrix},$$

correspondant aux valeurs propres $\pm i|\xi|$. On utilisera les projecteurs

$$P_0 = V_0(D)\, {}^t V_0(D)$$

et

$$P_{\pm 1} = V_{\pm 1}(D) {}^t V_{\pm 1}(D);$$

on peut vérifier que

$$P_0 \begin{pmatrix} v^1 \\ v^2 \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{partie incompressible de } v \\ 0 \end{pmatrix},$$

tandis que

$$Q \begin{pmatrix} v^1 \\ v^2 \\ c \end{pmatrix} \stackrel{\text{déf}}{=} (P_1 + P_{-1}) \begin{pmatrix} v^1 \\ v^2 \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{partie compressible de } v \\ c \end{pmatrix}.$$

Puisque

$$\begin{cases} \partial_t P_{\pm 1} U_\epsilon \pm \frac{i}{\epsilon} |D| P_{\pm 1} U_\epsilon = -P_{\pm 1} I_\epsilon \\ (P_{\pm 1} U_\epsilon)|_{t=0} = P_{\pm 1} U_{0,\epsilon}, \end{cases}$$

avec

$$I_\epsilon = \tilde{v}_\epsilon \cdot \nabla U_\epsilon + \bar{\gamma} \tilde{c}_\epsilon B(D) U_\epsilon,$$

on dispose sur $P_{\pm 1} U_\epsilon$ d'une estimation de Strichartz semblable à celle qui est valide pour l'équation des ondes [7] :

$$\|P_{\pm 1} U_\epsilon\|_{L^4_T(C^{s+1})} \lesssim \epsilon^{\frac{1}{4}} \Big(\|P_{\pm 1} U_{0,\epsilon}\|_{H^{s+\frac{7}{4}}} + \int_0^t \|U_\epsilon(t')\|_{\mathrm{Lip}} \|U_\epsilon(t')\|_{H^{s+\frac{11}{4}}} \, dt' \Big), \quad (12)$$

pour tout $s \in]0, 1[$.

4.3 Preuve du théorème

Au vu de (11), on voit bien qu'il suffit de contrôler

$$V_\epsilon(t) \stackrel{\text{déf}}{=} \int_0^t \|U_\epsilon(t')\|_{\mathrm{Lip}} \, dt'$$

pour contrôler le temps de vie des solutions régulières de (4).

Une conséquence de (12) et des hypothèses sur les données initiales est que

$$\begin{aligned}\int_0^t \|QU_\epsilon(t')\|_{\mathrm{Lip}}\,dt' &\lesssim \int_0^t \|QU_\epsilon(t')\|_{C^{s+1}}\,dt'\\ &\lesssim t^{\frac34}\epsilon^{\frac14}\big(C_0\epsilon^{-\alpha}+C_0\epsilon^{-\alpha}e^{CV_\epsilon(t)}V_\epsilon(t)\big)\\ &\lesssim C_0 t^{\frac34}\epsilon^{\frac14-\alpha}e^{CV_\epsilon(t)} \overset{\text{déf}}{=} g_\epsilon(t).\end{aligned}$$

On supposera dans la suite que $g_\epsilon(t)\le 1$, ce qui est vrai au moins pour t petit.

La partie incompressible est estimée en séparant les basses et les hautes fréquences :

$$\begin{aligned}\|P_0U_\epsilon(t)\|_{\mathrm{Lip}} &\lesssim \|\chi(D)P_0U_\epsilon(t)\|_{L^\infty}+\|\nabla P_0U_\epsilon(t)\|_{L^\infty}\\ &\lesssim \|U_\epsilon(t)\|_{L^2}+\|\Omega_\epsilon(t)\|_{L^\infty}\ln\Big(e+\frac{\|\Omega_\epsilon(t)\|_{C^s}}{\|\Omega_\epsilon(t)\|_{L^\infty}}\Big).\end{aligned}$$

L'estimation (10) donne

$$\|U_\epsilon(t)\|_{L^2}\le C_0e^{Cg_\epsilon(t)}\lesssim C_0.$$

Par ailleurs, Ω_ϵ évolue suivant l'équation

$$\partial_t\Omega_\epsilon+\tilde v_\epsilon\cdot\nabla\Omega_\epsilon+\Omega_\epsilon\operatorname{div}\tilde v_\epsilon=0,$$

donc

$$\|\Omega_\epsilon(t)\|_{L^\infty}\le C_0e^{Cg_\epsilon(t)}\lesssim C_0$$

et

$$\begin{aligned}\|\Omega_\epsilon(t)\|_{C^s} &\lesssim \|\Omega_{0,\epsilon}\|_{C^s}+\int_0^t\|\tilde v_\epsilon(t')\|_{\mathrm{Lip}}\|\Omega_\epsilon(t')\|_{C^s}\,dt'\\ &\quad+\int_0^t\|\Omega_\epsilon(t')\|_{L^\infty}\|\operatorname{div}\tilde v_\epsilon(t')\|_{C^s}\,dt'\\ &\lesssim C_\epsilon+\int_0^t\|\tilde v_\epsilon(t')\|_{\mathrm{Lip}}\|\Omega_\epsilon(t')\|_{C^s}\,dt'+C_0,\end{aligned}$$

d'où

$$\|\Omega_\epsilon(t)\|_{C^s}\lesssim (C_\epsilon+C_0)e^{CV_\epsilon(t)}$$

par le lemme de Gronwall. Donc

$$\begin{aligned}\|P_0U_\epsilon(t)\|_{\mathrm{Lip}} &\lesssim C_0+C_0\ln(e+(C_\epsilon+C_0)e^{CV_\epsilon(t)})\\ &\lesssim C_0\ln(e+C_\epsilon+C_0)+C_0\int_0^t\|P_0U_\epsilon(t')\|_{\mathrm{Lip}}\,dt'.\end{aligned}$$

Une nouvelle application du lemme de Gronwall donne

$$\|P_0 U_\epsilon(t)\|_{\mathrm{Lip}} \lesssim C_0 \ln(e + C_\epsilon + C_0) e^{CC_0 t},$$

et ainsi

$$\begin{aligned} V_\epsilon(t) &\leq CC_0 \ln(e + C_\epsilon + C_0) e^{CC_0 t} + g_\epsilon(t) \\ &\leq \ln(e + C_\epsilon) e^{CC_0(t+1)}, \end{aligned}$$

tant que $g_\epsilon(t) \leq 1$.

Donc $g_\epsilon(t) \leq 1$ implique en fait

$$\begin{aligned} g_\epsilon(t) &\leq C_0 t^{\frac{3}{4}} \epsilon^{\frac{1}{4}-\alpha} (e + C_\epsilon)^{Ce^{CC_0(t+1)}} \\ &\leq \epsilon^{\frac{1}{4}-\alpha} (e + C_\epsilon)^{e^{CC_0(t+1)}}, \end{aligned}$$

cette dernière expression étant inférieure à ϵ^μ si $t \leq T_\epsilon^{(\mu)}$; ceci boucle la démonstration du Théorème 1.

Références

[1] K. Asano. On the incompressible limit of the compressible Euler equation. *Japan J. Appl. Math.*, 4(3):455–488, 1987.

[2] J.-Y. Chemin. *Perfect incompressible fluids*, volume 14 of *Oxford Lecture Series in Mathematics and its Applications*. The Clarendon Press Oxford University Press, New York, 1998. Translated from the 1995 French original by Isabelle Gallagher and Dragos Iftimie.

[3] R. Danchin. Zero Mach number limit in critical spaces for compressible Navier-Stokes equations. *Ann. Sci. École Norm. Sup. (4)*, 35(1):27–75, 2002.

[4] B. Desjardins and E. Grenier. Low Mach number limit of viscous compressible flows in the whole space. *R. Soc. Lond. Proc. Ser. A Math. Phys. Eng. Sci.*, 455(1986):2271–2279, 1999.

[5] A. Dutrifoy and T. Hmidi. The incompressible limit of solutions of the two-dimensional compressible Euler system with degenerating initial data. *C. R. Acad. Sci. Paris Sér. I Math.*, 336:471–474, 2003.

[6] A. Dutrifoy and T. Hmidi. The incompressible limit of solutions of the two-dimensional compressible Euler system with degenerating initial data. Prépublication du CMAT de l'École polytechnique, 2003.

[7] J. Ginibre and G. Velo. Generalized Strichartz inequalities for the wave equation. *J. Funct. Anal.*, 133(1):50–68, 1995.

[8] S. Klainerman and A. Majda. Singular limits of quasilinear hyperbolic systems with large parameters and the incompressible limit of compressible fluids. *Comm. Pure Appl. Math.*, 34(4):481–524, 1981.

[9] S. Klainerman and A. Majda. Compressible and incompressible fluids. *Comm. Pure Appl. Math.*, 35(5):629–651, 1982.

[10] S. Ukai. The incompressible limit and the initial layer of the compressible Euler equation. *J. Math. Kyoto Univ.*, 26(2):323–331, 1986.