Séminaire Équations aux dérivées partielles - École Polytechnique

V. M. Petkov

Le comportement de la résolvante modifiée du laplacien pour des obstacles captifs

Séminaire Équations aux dérivées partielles (Polytechnique) (1991-1992), exp. nº 18, p. 1-9

<http://www.numdam.org/item?id=SEDP_1991-1992____A18_0>

CENTRE
DE
MATHEMATIQUES

Unité de Recherche Associée D 0169

ECOLE POLYTECHNIQUE

F-91128 PALAISEAU Cedex (FRANCE)
Tél. (1) 69 33 40 91
Fax (1) 69 33 30 19 ; Télex 601.596 F

Séminaire 1991-1992

EQUATIONS AUX DERIVEES PARTIELLES

LE COMPORTEMENT DE LA RESOLVANTE MODIFIEE DU LAPLACIEN POUR DES OBSTACLES CAPTIFS

V.M. PETKOV

Exposé n° XVIII

19 Mai 1992

1. Introduction.

Soit $\Omega \subset \mathbf{R}^n, n \geq 3$, n impair un domaine connexe ayant frontière C^∞, notée $\partial\Omega$, et un complément borné

$$K = \overline{\mathbf{R}^n \setminus \Omega} \subset \{x \in \mathbf{R}^n : |x| \leq \rho_0\} .$$

Considérons le problème de Dirichlet

$$(1) \qquad \begin{cases} (\partial_t^2 - \Delta_x)u = 0 \quad \text{dans} \quad \mathbf{R} \times \Omega , \\ u = 0 \quad \text{sur} \quad \mathbf{R} \times \partial\Omega , \\ u(0,x) = f_1(x), u_t(0,x) = f_2(x) . \end{cases}$$

L'opérateur de diffusion associé à (1) est un opérateur unitaire

$$S(\lambda) : L^2(\mathbf{R}^{n-1}) \to L^2(\mathbf{R}^{n-1}), \lambda \in \mathbf{R}$$

qui admet un prolongement méromorphe dans $\mathbf{C}$ avec des pôles $\lambda_j, \mathrm{Im}\ \lambda_j < 0$. On peut caractériser λ_j en examinant la résolvante du Laplacien

$$R(\lambda) : C_0^\infty(\bar{\Omega}) \ni f \mapsto u(x,\lambda) \in C^\infty(\bar{\Omega}), \mathrm{Im}\ \lambda \geq 0 ,$$

où $u(x,\lambda)$ est la solution du problème

$$(2) \qquad \begin{cases} (\Delta + \lambda^2)u(x,\lambda) = f \quad \text{dans} \quad \Omega , \\ u(x,\lambda) = 0 \quad \text{sur} \quad \partial\Omega , \\ u(x,\lambda) \quad \text{est} \quad (-i\lambda)- \quad \text{sortante.} \end{cases}$$

La dernière condition dit que pour tout $\omega \in S^{n-1}$ et $|x| \to \infty$ nous avons

$$u(|x|\omega,\lambda) = \frac{e^{i\lambda|x|}}{|x|^{(n-1)/2}}(b(\omega,\lambda) + 0(\frac{1}{|x|^{(n+1)/2}})) .$$

L'opérateur $R(\lambda)$ admet une extension méromorphe dans $\mathbf{C}$ et ses pôles avec leurs multiplicités coincident avec λ_j (cf.[LP]).

Soit $\varphi, \psi \in C_0^\infty(\mathbf{R}^n)$ deux fonctions telles que $\varphi \equiv 1$ dans un voisinage de K et $\psi \equiv 1$ sur supp φ. On appelle

$$R_{\varphi,\psi}(\lambda) = \varphi(x)R(\lambda)\psi(x)$$

résolvante modifiée. De plus, $R_{\varphi,\psi}(\chi)$ a les mêmes pôles que $R(\lambda)$ pour chaque choix de φ et ψ. Supposons que (supp φ) $\cup$ (supp ψ) $\subset \{x \in \mathbf{R}^n : |x| \leq a\}$, $a > \rho_0$. Si l'obstacle K est non-captif, il existe $\varepsilon > 0$ et $d > 0$ tels que $R_{\varphi,\psi}(\lambda)$ est analytique dans le domaine

$$\mathcal{U}_{\varepsilon,d} = \{z \in \mathbf{C} : d - \varepsilon \log(1 + |z|) \leq \mathrm{Im} z < 0\}$$

et pour $\lambda \in \mathcal{U}_{\varepsilon,d}$ l'estimation

$$\|R_{\varphi,\psi}(\lambda) f\|_{H^1(\bar{\Omega})} \leq C e^{\alpha|\mathrm{Im}\lambda|} \|f\|_{L^2(\bar{\Omega})} \tag{3}$$

est satisfaite. Les constantes $C > 0, \alpha \geq 0$ ne dépendent que de a. On renvoie à [V] pour la preuve de (3).

Dans le cas $K = K_1 \cup K_2$, où $K_1 \cap K_2 \neq 0$ et K_1 et K_2 sont strictement convexes, pour tous $\varepsilon > 0, d > 0$ il y a des pôles λ_j dans $\mathcal{U}_{\varepsilon,d}$ [BGR]. De plus, Ikawa [I 1] et Gérard [G] ont obtenu des résultats assez précis concernant la distribution de pôles. Ikawa [I2], [I3] a examiné ainsi le cas

$$K = \bigcup_{j=1}^{N} K_j \ , \ K_i \cap K_j = \emptyset, i \neq j \ , \tag{4}$$

(5) $\qquad K_j, j = 1, \cdots, N$ sont strictement convexes sous l'hypothèse

(H) convexhull $(K_i \cup K_j) \cap K_\nu = \emptyset$ pour chaque triple $(i, j, \nu) \in \{1, 2, \cdots, N\}^3, i \neq j \ , j \neq \nu \ , \nu \neq i$.

Finalement, le cas quand K_j sont dans une position générique a été examiné dans [PS1]. Dans ces travaux l'existence de pôles dans $\mathcal{U}_{\varepsilon,d}$ a été liée avec l'apparition des géodésiques périodiques réfléchissants non-dégénérées et le comportement des rayons réfléchissants sortants près des géodésiques périodiques.

En général, pour des obstacles captifs K l'existence de rayons réfléchissants captifs implique que pour tout $t > 0$ le rayon spectral du semi-groupe de Lax-Phillips $Z(t)$ est égal à 1 (cf. [R]). Cela permet de prouver que pour tout $\delta > 0$ on a

$$\sup_{\substack{-\delta \leq \mathrm{Im}\lambda \leq 0 \\ \|f\|_{L^2(\bar{\Omega})} = 1}} \|R_{\varphi,\psi}(\lambda) f\|_{H^1(\bar{\Omega})} = +\infty \tag{6}$$

si $R_{\varphi,\psi}(\lambda)$ est analytique pour $-\delta \leq \mathrm{Im}\ \lambda \leq 0$.

Soit $a(\lambda, \theta, \omega)$ le noyau de $S(\lambda)$ et soit $s(t, \theta, \omega) \in \mathcal{S}'(\mathbf{R})$ le noyau de diffusion qui sont liés par la formule

$$a(\lambda, \theta, \omega) = (\frac{2\pi}{i\lambda})^{(n-1)/2} F_{t \to \lambda} s(t, \theta, \omega) \ ,$$

$F_{t\to\lambda}$ étant la transformation de Fourier. La fonction $a(\lambda, \theta, \omega)$ dépend analytiquement de $\omega \in S^{n-1}$ et $\theta \in S^{n-1}$ et $a(\lambda, \theta, \omega)$ admet une extension méromorphe dans $\mathbf{C}$ avec des pôles λ_j indépendants de ω et θ.

Dans cet exposé on se propose d'examiner la liaison entre les singularités de $s(t, \theta, \omega)$ et le comportement de $R_{\varphi,\psi}(\lambda)$ dans $\mathcal{U}_{\varepsilon,d}$. Pour cela on considère une suite de (ω_m, θ_m)-rayons réfléchissants γ_m avec temps de séjour $T_{\gamma_m} \to \infty$ (cf. [PS2], [PS3] pour la définition de (ω, θ)-rayons et le temps de séjour).

2. Le comportement de la résolvante modifiée.

En utilisant les résultats dans [P2], [P3] pour $\varphi, \psi \in C_0^\infty(\mathbf{R}^n)$, introduites dans §1, on obtient

Théorème 1.— *Supposons qu'il existe une suite de (ω_m, θ_m)-rayons réfléchissants γ_m avec temps de séjour T_m tels que*

$$T_m \underset{m\to\infty}{\longrightarrow} +\infty \, . \tag{7}$$

Supposons que le noyau de diffusion $s(t, \omega_m, \theta_m)$ près de $-T_m$ a la forme

$$s(t, \omega_m, \theta_m) = A_m \delta^{(n-1)/2}(t + T_m) + L^1_{loc}(\mathbf{R}) \tag{8}$$

avec $A_m \neq 0$. Alors il y a deux possibilités :

(i) pour tout $\varepsilon > 0$ et tout $d > 0$, $R_{\varphi,\psi}(\lambda)$ and $S(\lambda)$ ont des pôles dans le domaine $\mathcal{U}_{\varepsilon,d}$.

(ii) il existe $\varepsilon > 0, d > 0$ tels que $R_{\varphi,\psi}(\lambda)$ soit analytique dans $\mathcal{U}_{\varepsilon,d}$, mais pour tout $\alpha \geq 0$, tout $p \in \mathbf{N}$ et tout $k \in \mathbf{N}$ nous avons

$$\sup_{\substack{\lambda \in \mathcal{U}_{\varepsilon,d} \\ \|f\|_{H^k(\Omega)}=1}} (1 + |\lambda|)^{-p} e^{-\alpha|\mathrm{Im}\,\lambda|} \|R_{\varphi,\psi}(\lambda) f\|_{H^1(\Omega)} = +\infty \, . \tag{9}$$

Remarque 2 : On peut faire la conjecture que pour des obstacles captifs génériques on a toujours le cas (i).

Remarque 3 : Les cas (i), (ii) ne dépendent pas du choix de φ et ψ.

Soit $G^\infty(K) \subset \partial K$ l'ensemble de points $z \in \partial K$ tels qu'il existe $\xi_z \in T_z(\partial K)$ et la courbure de ∂K en direction ξ_z s'annule d'ordre infini en z. Sous l'hypothèse $G^\infty(K) = \emptyset$, nous allons montrer dans §3 que pour tout obstacle captif K il existe une suite de (ω'_m, θ'_m)-rayons réfléchissants δ_m avec temps de séjour

$$T_{\delta_m} \underset{m\to\infty}{\longrightarrow} +\infty \, . \tag{10}$$

L'étude de sing supp $s(t,\theta'_m,\omega'_m)$ repose sur les techniques développées dans [P1], [CPS],[PS3]. Pour cela il faut que les rayons δ_m et les directions (ω'_m,θ'_m) aient les propriétés suivantes :

(a) si δ et γ sont (ω'_m,θ'_m)-rayons réfléchissants, alors $\delta \neq \gamma$ implique $T_\delta \neq T_\gamma$,

(b) chaque rayon δ_m est non-dégénéré, c'est-à-dire la section différentielle de δ_m ne s'annule pas (cf. [PS2]),

(c) il n'y a pas des (ω'_m,θ'_m)-rayons du type mixte qui contiennent des segments glissants sur ∂K ou segments tangents à ∂K.

Remarquons que le résultat de [S2] rend possible d'utiliser une approximation par des directions convenables afin d'arranger (a) si on dispose de la propriété (b). La condition (c) concerne la géométrie globale de ∂K et sa vérification est beaucoup plus délicate.

Dans cet exposé on prouve que si $K \subset \mathbf{R}^3$ a la forme (4) avec $K_j, j = 1,\cdots,N$, convexes et $G^\infty(K) = \emptyset$ on peut construire une suite de rayons γ_m qui satisfait (7) et (8). Par conséquence, le résultat du Théorème 1 est valable. De plus, on n'impose aucune condition sur les positions de K_j. Dans le cas où K a la forme (4) et (5) est satisfaite on peut appliquer les résultats de [PS2] pour la construction de (ω'_m,θ'_m) et $\delta_{m'}$.

3. Existence de (ω,θ) -rayons γ_m avec $T_{\gamma_m} \to \infty$.

Soit $Q = \mathbf{R} \times \Omega$ et soit (τ,ξ) les variables duales de $(t,x) \in T^*(Q)$. Soit

$$\Sigma = \{(t,x,\tau,\xi) \in T^*(\overline{Q}) \setminus 0 : \tau^2 = |\xi|^2\}$$

la variété caractéristique de l'opérateur $\Box = \partial_t^2 - \Delta_x$. Etant donné $z = (t,x) \in \mathbf{R}\times\partial\Omega$, soit

$$\widetilde{T}^*_z(\overline{Q}) = T^*_z(\overline{Q})/N_z(\partial Q) \cong T^*_z(\partial Q)$$

le fibré cotangent compressé. Posons

$$\widetilde{T}^*(\overline{Q}) = T^*(\overset{\circ}{Q}) \cup T^*(\partial Q)$$

et introduisons l'application

$$\sim: T^*(\overline{Q}) \to \widetilde{T}^*(\overline{Q}) \ .$$

Sur $\overset{\circ}{Q}$ cette application coincide avec l'identité, tandis que pour $(z,\zeta) \in T^*(\overline{Q}), z \in \partial Q$ on pose

$$\widetilde{(z,\zeta)} = (z,\eta) \in T^*_z(\partial Q), \eta = \zeta_{|T_z(\partial Q)}.$$

On appelle $\Sigma_b = \widetilde{\Sigma}$ la variété caractéristique compressée de $\Box$ (cf. [MS], [H]) et l'image $\tilde{\gamma}$ d'une bicaractéristique généralisée γ de $\Box$ est une bicaractéristique compressée. Dans la suite on suppose que $G^\infty(K) = \emptyset$ et cela rend possible l'utilisation de la continuité du flot Hamiltonien généralisé de $\Box$ De plus, chaque bicaractéristique généralisée γ est déterminée uniquement par un point sur γ.

Si $\nu = (0, x, 1, \xi) \in \Sigma_b, (x, \xi) \in T^*(\partial\Omega)$, soit

$$\gamma_\nu(t) = (t, x(t), 1, \xi(t)) \in \widetilde{T}^*(\overline{Q})$$

la bicaractéristique compressée passant par ν pour $t = 0$. On désigne par $T(\nu) \in \mathbf{R}^+$ ou $T(\nu) = +\infty$ le maximal $T > 0$ tel que pour $0 \leq t \leq T(\nu)$ nous avons

$$x(t) \in B_{\rho_0} = \{x \in \mathbf{R}^n : |x| \leq \rho_0\} .$$

Introduisons l'ensemble

$$\Sigma_\infty = \{\nu = (0, x, 1, \xi) \in \Sigma_b : (x, \xi) \in T^*(\partial\Omega), T(\nu) = +\infty\} .$$

L'obstacle K est captif si et seulement si $\Sigma_\infty = \emptyset$. En effet, supposons que $\Sigma_\infty = \emptyset$ et qu'il existe une suite $\nu_m = (0, x_m, 1, \xi_m) \in \Sigma_b, (x_m, \xi_m) \in T^*(\partial\Omega)$, telle que $T(\nu_m) \to +\infty$. En utilisant la continuité du flot Hamiltonien généralisé [MS] on peut trouver une sous-suite $\{\nu_{m_k}\}$ telle que les bicaractéristiques généralisées compressées γ_{m_k} passant par ν_{m_k} convergent vers une bicaractéristique généralisée γ_0 passant par ν_0. Alors on doit avoir $\nu_0 \in \Sigma_\infty$ et cela donne une contradiction.

Proposition 4.— *Supposons que $G^\infty(K) = \emptyset, \Sigma_\infty \neq \emptyset$. Alors il existe une suite de (ω'_m, θ'_m)-rayons réfléchissants ayant temps de séjour $T_m \underset{m\to\infty}{\longrightarrow} \infty$.*

Preuve : On voit facilement que l'ensemble Σ_∞ est fermé dans Σ_b. D'autre part, $\Sigma_\infty \neq \Sigma_b$. En effet, soit Π un hyperplan tangent à $\partial\Omega$ tel que K est situé dans un demi-espace déterminé par Π. Prenons $(x_0, \xi_0) \in T^*(\partial K)$ avec $x_0 \in \partial K \cap \Pi$, $\nu_0 = (0, x_0, 1, \xi_0) \in \Sigma_b$. Alors on aura $T(\nu_0) < +\infty$ parce que $\gamma_{\nu_0}(t)$ quitte B_{ρ_0} pour $t > 2\rho_0$.

Soit $\hat{\nu} \in \partial\Sigma_\infty \subset \Sigma_\infty$. Alors il existe une suite

$$\gamma_{\nu_n}(t) = (t, x_n(t), 1, \xi_n(t))$$

de bicaractéristiques généralisées compressées passant par ν_n telles que

$$\nu_n \underset{n\to\infty}{\longrightarrow} \hat{\nu} \ , T(\nu_n) < +\infty \ , T(\nu_n) \underset{n\to\infty}{\longrightarrow} +\infty \ .$$

Posons

$$y_n = x_n(T(\nu_n)) \in \partial B_{\rho_0}, \omega_n = \xi_n(T(\nu_n)) \in S^{n-1}$$

et choisissons une sous-suite

$$(y_{n_k}, \omega_{n_k}) \longrightarrow (z, \omega) \in \partial B_{\rho_0} \times S^{n-1} .$$

Soit $\gamma_\mu(t) = (t, y(t), 1, \xi(t))$ la bicaractéristique généralisée passant par $\mu = (0, z, 1, \omega)$. On voit aisément que $T(\mu) = +\infty$, $y(t) \in B_{\rho_0}$ pour $t \geq 0$. Soit Z_ω l'hyperplan orthogonal à ω et passant par z. Soit $Z_\infty \subset Z_\omega$ l'ensemble de points $y \in Z_\omega$ tels que les bicaractéristiques généralisées passant par $\mu_y = (0, y, 1, \omega)$ ont la propriété

$$T(\mu_y) = +\infty .$$

On obtient facilement que Z_∞ est fermé et ainsi que $Z_\infty \neq Z_\omega$. Par conséquence, il existe une suite

$$z_m \underset{m \to \infty}{\longrightarrow} y_0 \ , \ z_m \in Z_\omega \setminus Z_\infty$$

telle que

$$T(\mu_{z_m}) < \infty \ , \ T(\mu_{z_m}) \underset{m \to \infty}{\longrightarrow} +\infty .$$

En général, les bicaractéristiques γ_{μ_z} peuvent avoir des segments glissants ou tangents à ∂K. L'hypothèse $G^\infty(K) = \emptyset$ permet d'approximer (z_m, ω) par (z'_m, ω'_m) et d'obtenir (ω'_m, θ'_m)-rayons réfléchissants γ_m avec $T_{\gamma_m} \to +\infty$. Cela achève la preuve de Proposition 4.

Si K a la forme (4) avec K_j strictement convexes, chaque rayon γ_m satisfait (b).

Fixons $z'_m = x_0, \omega'_m = \omega_0$ et déterminons l'hyperplan Z_{ω_0} comme ci-dessus. Pour ω suffisamment près de ω_0 et pour y assez près de x_0 les (ω, θ)-rayons passant par y en direction ω peuvent être considérés comme (ω, θ)-rayons passant par $x(y) \in Z_{\omega_0}$. On obtient une application C^∞ :

$$\mathcal{O} \times \Gamma \ni (x, \omega) \mapsto f(x, \omega) \in S^{n-1} ,$$

$f(x, \omega)$ étant la direction sortante de $(\omega, f(x, \omega))$-rayon passant par $x = x(y)$. Ici $\mathcal{O} \subset Z_{\omega_0}$ est un petit voisinage de x_0 et $\Gamma \subset S^{n-1}$ est un petit voisinage de ω_0. Le fait que γ_m satisfait (b) implique

$$\det f'_x(x_0, \omega_0) \neq 0 . \tag{11}$$

Soit $\theta_0 = f(x_0, \omega_0)$ et soit

$$\Gamma_\delta = \{\xi \in \Gamma : |\xi - \omega_0| < \delta\} ,$$

$$W_{\delta_1} = \{\theta \in S^{n-1} : |\theta - \theta_0| < \delta_1\} .$$

La condition (11) rend possible de choisir $\delta > 0$ et $\delta_1 > 0$ assez petits de telle manière que pour tout $\omega \in \Gamma_\delta$ et tout $\theta \in W_{\delta_1}$ il existe $x_{(\omega,\theta)} \in \mathcal{O}$ tel que $f(x_{(\omega,\theta)}, \omega) = \theta$.

Cette conséquence de (b) est très utile quand on cherche de construire une approximation de (ω_0, θ_0) par des directions $(\omega''_m, \theta''_m) \in S^{n-1} \times S^{n-1}$ pour lesquelles la propriété (c) est satisfaite. Pour cette raison introduisons la suivante

Conjecture : Il existe un ensemble dense $\Xi \subset S^{n-1} \times S^{n-1}$ tel que pour tout $(\omega, \theta) \in \Xi$ il n'y a pas des (ω, θ)-rayons du type mixte dans Ω ayant des segments glissants ou tangents.

Dans le cas où K est l'union d'obstacles convexes on a le résultat suivant :

Théorème 5.— *Supposons que K a la forme (4) avec $K_j, j = 1, \cdots, N$, convexes et $G^\infty(K) = \emptyset$. Soit $\omega \in S^{n-1}$ fixé. Il existe un ensemble $\mathcal{G}(\omega) \subset S^{n-1}$ ayant mesure zéro sur S^{n-1} tel que si $\theta \in S^{n-1} \setminus \mathcal{G}(\omega)$ il n'y a pas des (ω, θ)-rayons du type mixte dans Ω.*

La démonstration de ce théorème repose sur le fait que dans ce cas le flot Hamiltonien généralisé ϕ^t de $\Box$ est Lipschitcien pour $0 \leq t \leq T$. Récemment, Stoyanov [S3] a examiné la régularité de ϕ^t dans le cas général sous l'hypothèse $G^\infty(K) = \emptyset$. Alors le flot ϕ^t n'est pas Lipschitzien et nous ne savons pas si le résultat du Théorème 5 serait satisfait.

Afin de traiter la propriété b) on utilise la

Proposition 6.— *Supposons que K satisfait les mêmes hypothèses que dans le Théorème 5. Soit γ un rayon réfléchissant ayant un nombre fini de réflexions sur ∂K. S'il existe au moins un point réfléchissant $z \in \partial K$ de γ où la courbure de Gauss $G(z)$ de ∂K ne s'annule pas, le rayon γ est non-dégénéré.*

Pour la démonstration on utilise les mêmes arguments que dans la preuve de Proposition 2.4.3 dans [PS3]. Dans le cas $K \subset \mathbf{R}^3$ on peut appliquer la Proposition 6 pour la construction d'une suite de (ω''_m, θ''_m)-rayons réfléchissants non-dégénérés δ''_m avec temps de séjours $T_{\delta''_m} \to \infty$. Pour cela il faut approximer un (ω, θ)-rayon réfléchissant par des rayons réfléchissants ayant au moins un point de réfléxion où la courbure de Gauss ne s'annule pas.

Finalement, en combinant le Théorème 5 et la Proposition 6 on obtient

Théorème 7.— *Supposons que $K \subset \mathbf{R}^3$ a la forme (4) avec $K_j, j = 1, \cdots, N$, convexes et $G^\infty(K) = \emptyset$. Alors il existe une suite de (ω_m, θ_m)-rayons réfléchissants γ_m satisfaisant (7) et (8) et on a le résultat du Théorème 1 pour la résolvante modifiée $R_{\varphi,\psi}(\chi)$.*

Bibliographie :

[BGR] C. Bardos, J.C. Guillot, J. Ralston, La relation de Poisson pour l'équation des ondes dans un ouvert non-borné. Applications à la théorie de diffusion, Comm. PDE, 7 (1982), 905-958.

[CPS] F. Cardoso, V. Petkov, L. Stoyanov, Singularities of the scattering kernel for generic obstacles, Ann. Inst. H. Poincaré (Physique théorique), 53 (1990), 445-466.

[G] C. Gérard, Asymptotique des pôles de la matrice de scattering pour deux obstacles strictement convexes, Bulletin de S.M.F., Mémoire n° 31, 116 (1988).

[H] L. Hörmander, The Analysis of Linear Partial Differential Operators, vol. III, Pseudo-differential operators, Berlin ; Springer, 1985.

[I1] M. Ikawa, Precise information on the poles of the scattering matrix for two strictly convex obstacles. J. Math. Kyoto Univ., 27 (1987), 69-102.

[I2] M. Ikawa, Decay of solutions of the wave equation in the exterior of several strictly convex bodies, Ann. Inst. Fourier, 38 (1988), 113-146.

[I3] M. Ikawa, On the existence of the poles of the scattering matrix for several convex bodies, Proc. Japan Acad., 64, Ser. A (1988), 91-93.

[LP] P. Lax and R. Phillips, Scattering Theory, New-York, Academic Press, 1967.

[MS] R. Melrose, J. Sjöstrand, Singularities in boundary value problems, I, Comm. Pure Appl. Math., 31 (1978), 593-617, II, 35 (1982), 129-168.

[P1] V. Petkov, High frequency asymptotics of the scattering amplitude for non-convex bodies. Comm. PDE, 5 (1980), 293-329.

[P2] V. Petkov, Les singularités du noyau de l'opérateur de diffusion pour des obstacles non-convexes, Séminaire EDP, Exposé VIII, Ecole Polytechnique, 1989-1990.

[P3] V. Petkov, The behaviour of the modified resolvent of the Laplacian in the exterior of several convex obstacles, Preprint 1992.

[PS1] V. Petkov, L. Stoyanov, Periods of multiple reflecting geodesics and inverse spectral results, Amer. J. Math., 109 (1987), 619-668.

[PS2] V. Petkov, L. Stoyanov, Singularities of the scattering kernel and scattering invariants for several strictly convex obstacles, Trans. Amer. Math. Soc., 312 (1989), 203-235.

[PS3] V. Petkov, L. Stoyanov, Geometry of Reflecting Rays and Inverse Spectral Problems, John Wiley & Sons, Chichester, 1992.

[R] J. Ralston, Solutions of the wave equation with localized energy, Comm. Pure Appl. Math., 22 (1969), 807-823.

[S1] L. Stoyanov, Nonexistence of generalized scattering rays and singularities of the scattering kernel for generic domains in $\mathbf{R}^3$, Proc. Amer. Math. Soc., 113 (1991), 847-856.

[S2] L. Stoyanov, On the singularities of the scattering kernel, Preprint 1991.

[S3] L. Stoyanov, Continuity properties of the generalized geodesic flow and singularities of the scattering kernel, in preparation.

[V] B. Vainberg, Asymptotic Methods in Equations of Mathematical Physics, Gordon and Breach Sci. Publ. Ltd., 1988.

Université de Bordeaux I

Département de Mathématiques

351, Cours de la Libération

33405 Talence cedex