

# SÉMINAIRE DELANGE-PISOT-POITOU. THÉORIE DES NOMBRES

GÉRARD GARANDEL

## Espaces de Banach ultramétriques

*Séminaire Delange-Pisot-Poitou. Théorie des nombres*, tome 9, n° 2 (1967-1968),  
exp. n° G2, p. G1-G8

[http://www.numdam.org/item?id=SDPP\\_1967-1968\\_\\_9\\_2\\_A9\\_0](http://www.numdam.org/item?id=SDPP_1967-1968__9_2_A9_0)

© Séminaire Delange-Pisot-Poitou. Théorie des nombres  
(Secrétariat mathématique, Paris), 1967-1968, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la collection « Séminaire Delange-Pisot-Poitou. Théorie des nombres » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques  
<http://www.numdam.org/>

ESPACES DE BANACH ULTRAMÉTRIQUES

par Gérard GARANDEL

(d'après J.-P. SERRE [3])

Soit  $K$  un corps muni d'une valeur absolue, ultramétrique, pour laquelle il est complet. On désigne par  $A$  l'anneau de valuation, par  $\mathfrak{M}$  l'idéal de valuation, par  $G^*$  le groupe multiplicatif des valeurs absolues, sous-groupe de  $\mathbb{R} > 0$ .

On appelle espace de Banach ultramétrique  $E$ , un espace vectoriel sur  $K$  normé, complet, dont la norme vérifie l'inégalité ultramétrique  $\|x + y\| \leq \max(\|x\|, \|y\|)$ , ( $\forall x, \forall y \in E$ ). Le  $A$ -module  $E_0$  des éléments de  $E$  de norme inférieure ou égale à 1 est complet. Si  $\mathcal{A}$  désigne l'ensemble des idéaux de  $A$ , les sous- $A$ -modules  $\mathfrak{U}E_0$  pour  $\mathfrak{U}$  décrivant  $\mathcal{A}$  constituent un système de voisinages fondamentaux de zéro.  $E_0$  est homéomorphe à  $\varprojlim (E_0/\mathfrak{U}E_0, \mathfrak{U} \in \mathcal{A})$ , les  $(A/\mathfrak{U})$ -modules  $E_0/\mathfrak{U}E_0$  étant munis de la topologie discrète.

On appelle condition (N) :

$$(N) \quad (\forall x \in E, x \neq 0, \|x\| \in \overline{G^*}),$$

$\overline{G^*}$  étant l'adhérence de  $G^*$  dans  $\mathbb{R} > 0$ . Tout sous-groupe de  $\mathbb{R} > 0$  étant, soit discret, donc isomorphe à l'ensemble des  $e^{-\alpha}$ ,  $\alpha \in \mathbb{Z}$ , soit dense dans  $\mathbb{R} > 0$ , si la valeur absolue sur  $K$  n'est pas discrète, la propriété (N) est toujours vérifiée, si la valeur absolue sur  $K$  est discrète, la condition (N) est équivalente à

$$(N') \quad (\forall x \in E, x \neq 0, \|x\| \in G^*).$$

PROPOSITION 1. - Soit  $E$  un espace de Banach ultramétrique, toute norme  $\|\cdot\|_1$  sur  $E$  est équivalente à une norme  $\|\cdot\|_2$  vérifiant la condition (N). On pose

$$\|x\|_2 = \inf\{r \in G \mid r \geq \|x\|_1\}.$$

Exemple fondamental : Soient  $I$  un ensemble,  $c(I)$  le  $K$ -espace vectoriel des familles  $x = (x_i)_{i \in I}$ ,  $x_i \in K$ , telles que  $x_i \rightarrow 0$  suivant le filtre des complémentaires des parties finies de  $I$  (on écrira  $x_i \rightarrow 0$ ).  $c(I)$  est normé par la norme ultramétrique

$$\|x\| = \max_{i \in I} \{|x_i|\}.$$

Cette norme vérifie la condition (N), et  $c(I)$  est complet pour cette norme. On remarque que, pour  $x = (x_i)_{i \in I}$  appartenant à  $c(I)$ ,  $\text{pr}_i(x) = x_i$  est nul, sauf pour une partie dénombrable  $T(x)$  de  $I$ . Considérons alors les éléments  $e_i$  de  $c(I)$  tels que  $\text{pr}_j(e_i) = \delta_{ij}$ . On a

$$\|e_i\| = 1 \quad (i \in I) \quad \text{et} \quad x = \sum_{i \in T(x)} x_i e_i,$$

que l'on écrira aussi

$$x = \sum_{i \in I} x_i e_i.$$

Base normale. - Soit  $E$  un espace de Banach ultramétrique, on dit que  $E$  admet une base normale, s'il est isomorphe comme espace de Banach à un  $c(I)$  (isomorphisme d'espaces vectoriels + isométrie); c'est-à-dire, s'il existe une famille  $(e_i)_{i \in I}$  d'éléments de  $E$  appelée base normale telle que tout élément  $x$  de  $E$  puisse s'écrire de façon unique sous la forme

$$x = (x_i)_{i \in I} = \sum_{i \in I} x_i e_i \quad (x_i \rightarrow 0) \quad \text{avec} \quad \|x\| = \max_{i \in I} \{|x_i|\}.$$

PROPOSITION 2. - Si la valeur absolue sur  $K$  est discrète, alors tout espace de Banach qui vérifie (N), est isomorphe à un espace  $c(I)$ .

On utilise le lemme suivant :

LEMME. - Si la valeur absolue sur  $K$  est discrète, si la norme sur  $E$  vérifie la condition (N), une condition nécessaire et suffisante pour qu'une famille  $(e_i)_{i \in I}$  d'éléments de  $E$  soit une base normale, est que les  $e_i$  appartiennent à  $E_0$ , et que la famille des  $\overline{e_i}$  ( $i \in I$ ), images des  $e_i$  dans  $E_0/\mathcal{M}E_0$ , forme une base algébrique du  $(A/\mathcal{M})$ -espace vectoriel  $E_0/\mathcal{M}E_0$ .

La condition nécessaire est facile puisque, si  $x = \sum_{i \in I} x_i e_i$ , alors  $\|x_i e_i\| \rightarrow 0$ . Réciproquement, si  $(\overline{e_i})_{i \in I}$  est une base algébrique de  $E_0/\mathcal{M}E_0$ , alors toute la famille  $(e_i)_{i \in I}$  de représentants est une base normale de  $E$ .

On obtient alors, en combinant la proposition 1 et la proposition 2, le corollaire suivant :

COROLLAIRE. - Si la valeur absolue sur  $K$  est discrète, tout espace de Banach sur  $K$  est homéomorphe à un espace  $c(I)$ .

### 1. Applications n-linéaires continues.

Soient  $E_1, \dots, E_n, F$ ,  $(n+1)$  espaces de Banach sur  $K$ ,  $E_1 \times \dots \times E_n$  est muni de la norme

$$\|(x_1, \dots, x_n)\| = \max(\|x_1\|, \dots, \|x_n\|) .$$

$E_1 \times \dots \times E_n$  est alors un espace de Banach ultramétrique, si  $E_1, \dots, E_n$  vérifient la condition (N), alors  $E_1 \times \dots \times E_n$  vérifie la condition (N).

LEMME. - Si  $u$  est une application n-linéaire de  $E_1 \times \dots \times E_n$  dans  $F$ , alors  $u$  est continue si, et seulement si,  $\exists B \in \mathbb{R} \geq 0$  telle que

$$\|u(x_1, \dots, x_n)\| \leq B \|x_1\| \dots \|x_n\| , \quad \forall (x_1, \dots, x_n) \in E_1 \times \dots \times E_n .$$

L'espace  $B_n(E_1, E_2, \dots, E_n; F)$  des applications n-linéaires continues de  $E_1 \times \dots \times E_n$  dans  $F$ , muni de la norme

$$\|u\| = \sup_{(x_1, \dots, x_n) \in E_1 \times \dots \times E_n} \frac{\|u(x_1, \dots, x_n)\|}{\|x_1\| \dots \|x_n\|} ,$$

est un espace de Banach ultramétrique.

On a, pour tout  $(x_1, \dots, x_n)$  de  $E_1 \times \dots \times E_n$ ,

$$\|u(x_1, \dots, x_n)\| \leq \|u\| \cdot \|x_1\| \dots \|x_n\| .$$

Si  $E_1, \dots, E_n$  vérifient la condition (N), alors

$$\|u\| = \sup_{\|(y_1, \dots, y_n)\| \leq 1} \|u(y_1, \dots, y_n)\| .$$

Si  $E_1, \dots, E_n$  vérifient la condition (N), si  $F$  vérifie la condition (N),  $B_n(E_1, \dots, E_n; F)$  vérifie la condition (N).

On voit aussi facilement que  $B_n(E_1, \dots, E_n; F)$  est isomorphe à  $B_1(E_1; B_1(E_2; B_1(E_3; \dots; (B_1(E_n; F)) \dots)))$ .

PROPOSITION 3. - Si la valeur absolue sur  $K$  est discrète, si  $E$  est un espace de Banach vérifiant la condition (N), si  $F$  est un sous-espace vectoriel fermé de  $E$ , il existe un projecteur continu de  $E$  sur  $F$ , de norme égale à 1.

En effet,  $E' = E/F$ , muni de la norme :  $\|\bar{x}\| = \inf_{x \in \bar{x}} \|x\|$ , est un espace de Banach sur  $K$  qui vérifie la condition (N).

Soit  $(e'_i)_{i \in I}$  une base normale de  $E'$ , choisissant une famille  $(e_i)_{i \in I}$  de

représentants des  $e'_i$ , nous pouvons alors construire, à l'aide de l'application :  $e'_i \rightarrow e_i$ , une application linéaire continue  $\pi$  ( $\|\pi\| = 1$ ) de  $E'$  dans  $E$ . Si  $\omega$  est l'application linéaire continue canonique de  $E$  dans  $E'$  ( $\|\omega\| = 1$ ), on a  $\omega \circ \pi = \underset{\sim}{1}_E$ . Le projecteur cherché sera  $p = \underset{\sim}{1}_E - \pi \circ \omega$ .

**PROPOSITION 4.** - Si  $E = c(I)$  et si  $F$  est un sous-espace vectoriel fermé de dimension finie de  $E$ , alors, même si la valeur absolue de  $K$  n'est pas discrète, il existe un projecteur continu de  $E$  sur  $F$ , de norme égale à 1.

On procède par récurrence. Tout d'abord, si  $\dim(F) = 1$ , si  $f$  engendre  $F$ , il existe  $\lambda \in K$  et une base normale de  $E$  contenant  $\lambda f$ . Il est alors aisé de construire un projecteur de norme 1 sur  $F$  et une base normale de  $E/F$ . Si le théorème est vrai pour  $\dim F = (n - 1)$ , si  $F'$  est de dimension  $n$ , si  $(e_1, \dots, e_n)$  est une base de  $F'$ , soit  $F_{n-1}$  le sous-espace engendré par  $e_1, \dots, e_{n-1}$ , on a alors la somme directe topologique

$$\frac{E}{F_{n-1}} = \frac{E}{F} \oplus \frac{F}{F_{n-1}}.$$

Si  $E$  vérifie la condition (N), le  $A$ -module  $B_{1,0}(E; F)$  des applications linéaires continues de  $E$  dans  $F$  de norme inférieure ou égale à 1 est isomorphe au  $A$ -module  $B_1(E_0; F_0)$  des applications linéaires continues de  $E_0$  dans  $F_0$ .

**PROPOSITION 5.** - Le  $A$ -module  $B_{1,0}(E; F)$  est isomorphe à la limite projective des  $(A/\mathfrak{A})$ -modules  $\text{Hom}(E_0/\mathfrak{A}E_0; F_0/\mathfrak{A}F_0)$ .

En effet, si  $u \in B_{1,0}(E; F)$ ,  $u$  définit un élément de  $B_1(E_0; F_0)$ , et par passage au quotient un homomorphisme  $u_{\mathfrak{A}}$  de  $E_0/\mathfrak{A}E_0$  dans  $F_0/\mathfrak{A}F_0$ . Réciproquement, tout système projectif  $(u_{\mathfrak{A}})_{\mathfrak{A} \in \mathcal{A}}$  d'homomorphismes définit un homomorphisme continu,  $\lim_{\leftarrow} u_{\mathfrak{A}}$ , de  $E_0$  dans  $F_0$ .

**PROPOSITION 6.** - Si  $E = c(I)$ , soit  $(e_i)_{i \in I}$  la base normale; l'application  $\pi$  qui associe à un élément  $u \in B_1(E; F)$  la famille  $(u(e_i))_{i \in I}$ , est un isomorphisme de l'espace de Banach  $B_1(E; F)$  sur l'espace  $b_F(I)$  des familles bornées  $f = (f_i)_{i \in I}$  d'éléments de  $F$ , muni de la norme

$$\|f\| = \sup_{i \in I} \|f_i\|.$$

En effet, pour tout  $i \in I$ ,  $\|u(e_i)\| \leq \|u\|$ .  $E$  vérifiant la condition (N), on a

$$\|u\| = \sup_{\substack{x \in E_0 \\ x \neq 0}} \|u(x)\|,$$

par conséquent

$$\|\pi(u)\| = \sup_{i \in I} \|u(e_i)\| \leq \|u\|, \quad \text{d'où } \|\pi\| \leq 1.$$

Réciproquement, soit  $\omega$  l'application linéaire de  $b_F(I)$  dans  $B_1(E; F)$  qui, à  $f = (f_i)_{i \in I}$ , associe  $u$  défini par

$$u\left(\sum_{i \in I} x_i e_i\right) = \sum_{i \in I} x_i f_i.$$

On a

$$\|u\| = \sup_{\substack{x \in E_0 \\ x \neq 0}} \|u(x)\|.$$

Comme  $\|x\| \leq 1 \implies |x_i| \leq 1 \quad (\forall i)$ , on a

$$\|u\| \leq \sup_{i \in I} \|f_i\|, \quad \text{d'où } \|\omega\| \leq 1.$$

On vérifie que  $\pi \circ \omega = \underline{1}_{b_F(I)}$  et  $\omega \circ \pi = \underline{1}_{B_1(E; F)}$ .

COROLLAIRE. - Si  $E'$  désigne le dual topologique de  $E$ ,  $E'$  est isomorphe à l'espace  $b(I)$  des famille bornées  $a = (a_i)_{i \in I}$  d'éléments de  $K$ , muni de la norme

$$\|a\| = \sup_{i \in I} |a_i|.$$

Matrices infinies : Si  $E = c(I)$ , si  $F = c(J)$ , si  $(e_i)_{i \in I}$  est une base normale de  $E$ , si  $(f_j)$  est une base normale de  $F$ , si  $u \in B_1(E; F)$ ,

$$u(e_i) = \sum_{j \in J} \alpha_{ij} f_j, \quad \alpha_{ij} \in K \quad (\alpha_{ij} \rightarrow 0 \text{ si } j \rightarrow \infty).$$

$(\alpha_{ij})$  est la matrice associée à  $u$  suivant les deux bases normales. On a

$$\|u\| = \sup_i \|u(e_i)\| = \sup_i \left( \sup_j |\alpha_{ij}| \right),$$

$$\|u\| = \sup_{ij} |\alpha_{ij}|.$$

## 2. Applications complètement continues.

Définition. - Soient  $E$  et  $F$  deux espaces de Banach sur  $K$ ; un élément  $u$  de  $B_1(E; F)$  est dit complètement continu, si  $u$  est adhérent dans  $B_1(E; F)$  au sous-espace  $B_{1,f}(E; F)$  des application linéaires continues de rang fini. On note par  $C(E; F)$ , l'espace de Banach des applications complètement continues de  $E$  dans  $F$ .

Si  $u \in B_1(E; F)$ ,  $v \in B_1(F; G)$ , si  $u \in C(E; F)$  ou  $v \in C(F; G)$ , alors  $v \circ u \in C(E; G)$ .

Si  $F = c(J)$ , si  $u \in C(E; F)$ , on a, pour tout  $x$  de  $E$ ,  $u(x) = (\omega_j(x))_{j \in J}$ ,  $\omega_j \in E'$ .

PROPOSITION 7. - Si  $F = c(J)$ , l'application  $\pi$  qui, à tout  $u \in C(E; F)$ , associé  $\omega = (\omega_j)_{j \in J}$ , est un isomorphisme de l'espace de Banach  $C(E; F)$  sur l'espace  $C_{E'}(J)$  des familles  $\gamma = (\gamma_j)_{j \in J}$  d'éléments de  $E'$  tendant vers zéro, muni de la norme

$$\|\gamma\| = \max_j \|\gamma_j\| .$$

En effet, si  $u \in B_{1,f}(E; F)$ , on sait, d'après la proposition, qu'il existe une base normale de  $F$  contenant une base algébrique de  $u(E)$ . Soit  $(\omega_j)_{j \in J}$ ,  $\omega_j \in E'$  la décomposition de  $u$  suivant cette base normale, alors  $\omega_j = 0$ , sauf pour une partie finie de  $J$ .

Si  $u \in C(E; F)$ , il existe une suite  $\{u_n\}$  d'éléments de  $B_{1,f}(E; F)$ , on voit que  $\{\omega_{nj}\}$  tend vers  $\omega_j$  uniformément vis-à-vis de  $j$ ;  $\omega_{nj}$  tendant vers zéro, si  $j \rightarrow \infty$ ,  $\omega_j$  tend vers zéro.

On a

$$\|u(x)\| = \sup_j \|\omega_j(x)\| , \quad (\forall x \in E) ,$$

d'où

$$\|u\| = \sup_j \|\omega_j\| , \quad \text{d'où } \|\pi\| = 1 .$$

Réciproquement, si  $(\gamma_j)_{j \in J} \in C_{E'}(J)$ , on définit l'application linéaire  $u$  qui, à  $x$ , associe

$$u(x) = \sum_{j \in J} \gamma_j(x) f_j .$$

$u$  est complètement continue car, pour tout  $n$  entier positif, il existe une partie finie  $T_n$  de  $J$  telle que  $\|\gamma_j\| \leq \frac{1}{n}$  pour  $j \notin T_n$ . Posons  $u_n = (u_{nj})_{j \in J}$ , où  $u_{nj} = \gamma_j$  si  $j \in T_n$ , et  $u_{nj} = 0$  si  $j \notin T_n$ .  $u_n$  est linéaire, de rang fini, et  $u_n \rightarrow u$ .

### 3. Produits tensoriels topologiques.

Etant donnés deux espaces de Banach ultramétriques  $E_1$  et  $E_2$  sur un même corps  $K$ , il existe un espace de Banach ultramétrique  $E_1 \hat{\otimes} E_2$  sur  $K$  unique à un

isomorphisme près, et une application bilinéaire continue  $\varphi$  de  $E_1 \times E_2$  dans  $E_1 \hat{\otimes} E_2$ , tels que, pour tout espace de Banach ultramétrique  $H$  sur  $K$ , et pour toute application bilinéaire continue  $u$  de  $E_1 \times E_2$  dans  $H$ , il existe une application linéaire  $f$  continue unique de  $E_1 \hat{\otimes} E_2$  dans  $H$ , telle que  $u = f \circ \varphi$ .

On sait que l'espace vectoriel  $L_2(E_1, E_2; H)$  des applications bilinéaires de  $E_1 \times E_2$  dans  $H$  est isomorphe à  $L(E_1 \otimes E_2; H)$ . Munissons  $E_1 \otimes E_2$  de la semi-norme suivante  $\gamma$  : si  $z \in E_1 \otimes E_2$ , il existe plusieurs façons d'écrire  $z$  sous la forme

$$z = \sum_{i=1}^n x_i \otimes y_i .$$

On dit que  $\sum_{i=1}^n x_i \otimes y_i$  est un système représentant  $z$ . On pose

$$\gamma(z) = \inf ,$$

pour tous les systèmes  $\sum_{i=1}^n x_i \otimes y_i$  représentant  $z$  de  $\sup_i \|x_i\| \cdot \|y_i\|$ .

On considère le complété  $E_1 \hat{\otimes} E_2$  de  $E_1 \otimes E_2$  et l'application  $\varphi$  de  $E_1 \times E_2$  dans  $E_1 \otimes E_2$  telle que  $\varphi(x, y) = x \otimes y$ . On a  $\|\varphi\| \leq 1$ . Si  $u$  est bilinéaire, continue de  $E_1 \times E_2$  dans  $H$ ,  $u$  définit une application  $f$  linéaire de  $E_1 \otimes E_2$  dans  $H$ . On a  $\|f\| = \|u\|$ , et  $f$  se prolonge, de manière unique, en une application linéaire continue  $\tilde{f}$  de  $E_1 \hat{\otimes} E_2$  dans  $H$ , telle que  $u = \tilde{f} \circ \varphi$ .

On peut d'ailleurs montrer [2] que l'application canonique de  $E_1 \otimes E_2$  dans  $E_1 \hat{\otimes} E_2$  est injective :  $E_1 \otimes E_2$  est donc séparé.

PROPOSITION 8 [1]. - Si  $E_1 = c(I)$  et  $E_2 = c(J)$ , soit  $(e_i)_{i \in I}$  une base normale de  $E_1$ ,  $(f_j)_{j \in J}$  une base normale de  $E_2$ , alors  $(e_i \otimes f_j)_{(i,j) \in I \times J}$  est une base normale de  $E_1 \hat{\otimes} E_2$ .

On construit l'application  $\pi$  bilinéaire continue ( $\|\pi\| \leq 1$ ) de  $c(I) \times c(J)$  dans  $c(I \times J)$ , telle que

$$\pi((x_i)_{i \in I}, (y_j)_{j \in J}) = (x_i y_j)_{(i,j) \in I \times J} .$$

$\pi$  définit donc une application  $\bar{\pi}$  linéaire continue de  $E_1 \hat{\otimes} E_2$  dans  $c(I \times J)$ , telle que  $\|\bar{\pi}\| \leq 1$ .

Réciproquement, nous définissons une application  $\omega$  de  $c(I \times J)$  dans  $E_1 \hat{\otimes} E_2$ , en posant

$$\omega[(\eta_{ij})_{(i,j) \in I \times J}] = \sum_{(i,j) \in I \times J} \eta_{ij} (e_i \otimes f_j) .$$

$\omega$  est bien linéaire, et  $\|\omega\| \leq 1$ . On vérifie facilement que  $\bar{\pi} \circ \omega = 1_{c(I \times J)}$  et  $\omega \circ \bar{\pi} = 1_{E_1 \hat{\otimes} E_2}$ .

PROPOSITION 9. - Pour tout espace de Banach  $E$ ,  $E \hat{\otimes} c(J)$  est isomorphe à l'espace  $c_E(J)$  des familles  $(z_j)_{j \in J}$  d'éléments de  $E$  tendant vers zéro, muni de la norme  $\max_j \|z_j\|$ .

En effet, soit  $(f_j)_{j \in J}$  la base normale canonique de  $c(J)$ ; pour  $(z_j)_{j \in J}$  élément de  $c_E(J)$ , posons

$$\omega((z_j)_{j \in J}) = \sum_{j \in J} z_j \otimes f_j,$$

ce qui a bien un sens puisque  $\gamma(z_j \otimes f_j) \leq \|z_j\|$ ,  $\omega$  est une application linéaire continue ( $\|\omega\| \leq 1$ ) de  $c_E(J)$  dans  $E \hat{\otimes} c(J)$ .

Réciproquement, soit  $\pi$  l'application bilinéaire continue de  $E \times c(J)$  dans  $c_E(J)$  qui, à  $x \in E$  et à  $y = \sum_{j \in J} \eta_j f_j$ , associe  $\pi(x, y) = (\eta_j x)_{j \in J}$ .  $\pi$  définit une application  $\bar{\pi} (\|\bar{\pi}\| \leq 1)$  de  $E \hat{\otimes} c(J)$  dans  $c_E(J)$ .

On a  $\omega \circ \bar{\pi} = 1_{E \hat{\otimes} c(J)}$  et  $\bar{\pi} \circ \omega = 1_{c_E(J)}$ .

COROLLAIRE. -  $\mathcal{C}(E; c(J))$  est isomorphe à  $E' \hat{\otimes} c(J)$ .

#### BIBLIOGRAPHIE

- [1] AMICE (Yvette). - Interpolation p-adique, Bull. Soc. math. France, t. 92, 1964, p. 117-180 (Thèse Sc. math. Paris, 1963).
- [2] GRUSON (Laurent). - Théorie de Fredholm p-adique, Bull. Soc. math. France, t. 94, 1966, p. 67-95.
- [3] SERRE (Jean-Pierre). - Endomorphismes complètement continus des espaces de Banach p-adiques. - Paris, Presses universitaires de France, 1962 (Institut des Hautes Etudes scientifiques. Publications mathématiques, 12, p. 69-85).