JEAN-LOUIS VERDIER

Dualité dans la cohomologie des espaces localement compacts

Séminaire N. Bourbaki, 1966, exp. n° 300, p. 337-349
<http://www.numdam.org/item?id=SB_1964-1966__9__337_0>

Séminaire BOURBAKI
18e année, 1965/66, n°300 Novembre 1965

DUALITÉ DANS LA COHOMOLOGIE DES ESPACES LOCALEMENT COMPACTS

par

Jean-Louis VERDIER

On se propose de démontrer un théorème analogue au théorème de dualité dans la cohomologie étale des schémas démontré par Grothendieck ([1] et [2]). Ce théorème généralise le classique théorème de dualité de Poincaré à des espaces topologiques plus généraux que les variétés homologiques et cohomologiques ([3] et [4]).

Nous ferons usage de l'hypercohomologie et par suite des catégories dérivées des catégories abéliennes [5]. Soient $\underline{A}$ une catégorie abélienne, $C(\underline{A})$ la catégorie des complexes de $\underline{A}$ (différentielles de degré $+1$, morphismes de degré 0), $K(\underline{A})$ la catégorie dont les objets sont les objets de $C(\underline{A})$ et dont les morphismes sont les classes de morphismes homotopes de $C(\underline{A})$. Un morphisme de $C(\underline{A})$ (resp. $K(\underline{A})$) sera appelé un quasi-isomorphisme lorsqu'il induit un isomorphisme sur les objets de cohomologie. Un quasi-isomorphisme sera appelé souvent une résolution de sa source ou de son but suivant le contexte. La catégorie $D(\underline{A})$ (catégorie dérivée de $\underline{A}$) s'obtient alors en inversant formellement dans $K(\underline{A})$ les quasi-isomorphismes. Lorsqu'on fait la même construction à partir de la catégorie $C^+(\underline{A})$ des complexes bornés inférieurement (tous les objets du complexe sont nuls en degré suffisamment petit), on obtient une catégorie $D^+(\underline{A})$ qui est une sous-catégorie pleine de $D(\underline{A})$. Un objet de $D(\underline{A})$ est isomorphe à un objet de $D^+(\underline{A})$ si et seulement si ses objets de cohomologie sont nuls en degré suffisamment petit. Désignons par $I^+(\underline{A})$ la sous-catégorie pleine de $K^+(\underline{A})$ définie par les complexes dont les objets sont injectifs en tout degré. Lorsque dans $\underline{A}$ tout objet est sous-objet d'un objet injectif, le foncteur naturel $K^+(\underline{A}) \to D^+(\underline{A})$ induit une équivalence de $I^+(\underline{A})$ dans $D^+(\underline{A})$. On a bien entendu par dualité des résultats analogues lorsqu'on prend les catégories $K^-(\underline{A})$, $D^-(\underline{A})$, $P^-(\underline{A})$ (définie à l'aide des objets projectifs). Enfin on désignera par $D^b(\underline{A})$ la sous-catégorie pleine de $D(\underline{A})$ définie par les complexes dont les objets de cohomologie sont nuls en tout degré sauf un nombre fini d'entre eux.

Soit $F : \underline{A} \to \underline{B}$ un foncteur additif entre deux catégories abéliennes. Le foncteur dérivé total à droite de F :

$$RF : D^+(\underline{A}) \to D^+(\underline{B})$$

s'obtient comme suit lorsque dans $\underline{A}$ tout objet est sous-objet d'un injectif : On prend une résolution $N \to \underline{I}(N)$ d'un objet N de $K^+(\underline{A})$ par un objet de $I^+(\underline{A})$. Une telle résolution est unique à isomorphisme unique près et est fonctorielle en N. On applique alors le foncteur F et on compose avec le foncteur naturel $K^+(\underline{B}) \to D^+(\underline{B})$. On obtient alors un foncteur $K^+(\underline{A}) \to D^+(\underline{B})$ qui transforme les quasi-isomorphismes en isomorphismes et qui, par suite, se factorise d'une manière unique à travers un foncteur $RF : D^+(\underline{A}) \to D^+(\underline{B})$ qui est le foncteur dérivé total cherché. Lorsque F est exact à gauche et de dimension cohomologique finie, tout objet N de $K(\underline{A})$ admet une résolution $N \to Ac(N)$ par un complexe dont les objets sont F-acycliques. L'image du complexe $F(Ac(N))$ dans $D(\underline{B})$ ne dépend pas, à isomorphisme canonique près, de la résolution choisie et est fonctorielle en N. Le foncteur $K(\underline{A}) \to D(\underline{B})$ ainsi obtenu transforme les quasi-isomorphismes en isomorphismes et par suite se factorise d'une manière unique à travers un foncteur :

$$RF : D(\underline{A}) \to D(\underline{B})$$

qui prolonge le foncteur précédemment défini (dans le cas où F n'est pas nécessairement de dimension cohomologique finie) et qui sera encore appelé le foncteur dérivé total à droite de F.

Le foncteur dérivé cohomologique R^qF s'obtient en composant le foncteur RF avec le foncteur "q-ème objet de cohomologie".

Soient N et M deux complexes de $\underline{A}$. On désignera par $\mathrm{Hom}^{\bullet}(M,N)$ le complexe simple associé au complexe double :

$$S^{p,q} = \mathrm{Hom}_{\underline{A}}(M^{-p},N^q) \ .$$

Le foncteur

$$\mathrm{Hom}^{\bullet} : C(\underline{A})^{\circ} \times C(\underline{A}) \to C(Ab)$$

définit un foncteur que nous noterons encore $\mathrm{Hom}^{\bullet}$:

$$\mathrm{Hom}^{\bullet} : K(\underline{A})^{\circ} \times K(\underline{A}) \to K(Ab) \ .$$

Lorsque N est un objet de $I^+(\underline{A})$, le foncteur $\mathrm{Hom}^{\bullet}(M,N)$ transforme les quasi-isomorphismes de l'argument M en quasi-isomorphismes et par suite définit un foncteur :

$$\underline{\mathrm{Hom}}^{\bullet} : D(\underline{A})^{\circ} \times D^+(\underline{A}) \to D(Ab) \ .$$

Les groupes $H^q\underline{\mathrm{Hom}}^{\bullet}(M,N)$ seront notés $\mathrm{Ext}^q(M,N)$.

1. Le foncteur image directe à supports propres.

La lettre A désignera un anneau commutatif. Les espaces topologiques considérés seront localement compacts. Les faisceaux considérés sur ces espaces seront toujours des faisceaux de A-modules. Soit X un espace topologique. On désignera par $\underline{X}$ la catégorie abélienne des faisceaux de A-modules sur X et par $D(\underline{X})$ la catégorie dérivée correspondante. Soient $f : X \to Y$ une application continue entre deux espaces localement compacts et M un faisceau sur X. On désignera par $f_!(M)$ l'image directe à supports propres de M : Les sections de $f_!(M)$ sur un ouvert U de Y sont les sections de M sur l'ouvert $f^{-1}(U)$ dont le support est propre sur U.

1.1. Le foncteur $f_!$ est exact à gauche. Lorsque Y est un point, le foncteur $f_!$ est le foncteur section à supports compacts. Lorsque f est propre le foncteur $f_!$ est le foncteur image directe. Lorsque f est une immersion fermée le foncteur $f_!$ est exact. Lorsque f est une immersion ouverte le foncteur $f_!$ est le foncteur "prolongement par zéro en dehors de X "; il est exact.

1.2. Lorsqu'on a un diagramme cartésien :

$$\begin{array}{ccc} X & \overset{g'}{\leftarrow} & T \\ f \downarrow & & f' \downarrow \\ Y & \overset{g}{\leftarrow} & Z \end{array}$$

le morphisme canonique :

(1.2.1.) $$g^* Rf_! \to Rf'_! g'^*$$

est un isomorphisme. En particulier on a, pour tout entier q , des isomorphismes :

(1.2.2.) $$g^* R^q f_! \to R^q f'_! g^* \quad .$$

1.3. Les foncteurs $M \mapsto R^q f_!(M)$, $M \in ob(\underline{X})$, commutent aux limites inductives filtrantes.

1.4. Pour que $f_!$ soit de dimension cohomologique finie il faut et il suffit que la dimension de la cohomologie à supports compacts des fibres $f^{-1}(y)$, $y \in Y$, soit uniformément majorée. Un faisceau M sur X sera dit Y-mou s'il induit sur chaque fibre $f^{-1}(y)$, $y \in Y$, un faisceau c-mou. Pour qu'un faisceau M sur X soit Y-mou, il faut et il suffit que pour tout ouvert V de X, le faisceau M_V (faisceau restreint à V et prolongé par zéro en dehors de V) soit $f_!$-acyclique. Lorsque $f_!$ est de dimension cohomologique finie, tout faisceau M sur X admet une résolution finie par des faisceaux Y-mous.

1.5. Soient $X \xrightarrow{f} Y \xrightarrow{g} Z$ deux applications continues. Le morphisme canonique :

(1.5.1.) $$Rgf_! \to Rg_! \, Rf_!$$

est un isomorphisme i.e. on a une suite spectrale :

(1.5.2.) $$R^p g_! \, R^q f_! \Rightarrow R^{p+q} gf_! \quad .$$

Toutes ces propriétés se déduisent immédiatement des résultats généraux sur les faisceaux [6].

2. Définition du foncteur $f^!$.

Soit $f : X \to Y$ une application continue. Nous supposerons dans ce paragraphe que $f_!$ est de dimension cohomologique finie.

2.1. Proposition. Soit $A \to K^\bullet$ une résolution finie du faisceau constant A sur X par des faisceaux Y-mous (1.4.) et soit $\{V_i\}$, $i \in I$, un recouvrement d'un ouvert V de X par des ouverts V_i. La suite de complexes de faisceaux sur Y :

(2.1.1.) $$\coprod_{i,j} f_! \, K^\bullet_{V_i \cap V_j} \to \coprod_i f_! \, K^\bullet_{V_i} \to f_! \, K^\bullet_V \to 0$$

est exacte. (Le complexe $K^\bullet_V$ est le complexe restreint à V et étendu par zéro en dehors de V. Les morphismes de la suite sont des sommes alternées de morphismes canoniques $K^\bullet_V \to K^\bullet_{V'}$, $V \subset V'$).

Démonstration. On a une suite exacte de complexes sur X :

$$\cdots \coprod_{i_1,\ldots,i_n} K^\bullet_{V_{i_1} \cap V_{i_2} \cap \ldots \cap V_{i_n}} \to \cdots \to \coprod_{i,j} K^\bullet_{V_i \cap V_j} \to \coprod_i K^\bullet_{V_i} \to K^\bullet_V \to 0 \; .$$

Les objets de ces complexes sont $f_!$-acycliques. Comme $f_!$ est de dimension cohomologique finie, les noyaux des morphismes de la suite sont aussi des complexes dont les objets sont $f_!$-acycliques. Le foncteur $f_!$ transforme donc cette suite exacte en suite exacte. Il suffit alors de remarquer que $f_!$ commute aux sommes directes pour conclure.

2.2. Soit G un complexe de faisceaux injectifs sur Y dont les objets soient nuls en degré suffisamment petit. Soit alors $f^!_{K^\bullet}(G)$ le complexe de préfaisceaux sur X :

(2.2.1.) $$f^!_{K^\bullet}(G)(V) = \mathrm{Hom}^\bullet(f_!(K^\bullet_V),G) \ .$$

<u>Proposition</u>. $f^!_{K^\bullet}(G)$ est un complexe de faisceaux flasques.

<u>Démonstration</u> : Se déduit de la proposition 2.1 et du fait que pour tout ouvert V de X on a une suite exacte :

$$0 \to f_!(K^\bullet_V) \to f_!(K^\bullet)$$

On vient donc de définir un foncteur :

$$f^!_{K^\bullet} : I^+(\underline{Y}) \to K^+(\underline{X})$$

d'où en passant au quotient un foncteur $D^+(\underline{Y}) \to D^+(\underline{X})$ que nous noterons $f^!$. Le foncteur $f^!$ ne dépend pas, à isomorphisme canonique près, de la résolution $A \to K^\bullet$ choisie.

2.3. Soit G un objet de $I^+(\underline{Y})$. On se propose de définir un morphisme fonctoriel $\Phi_{K^\bullet} : f_!\, f^!_{K^\bullet}(G) \to G$. Les sections sur un ouvert U de Y du complexe $f_!\, f^!_{K^\bullet}(G)$ sont par définition :

(2.3.1.) $$H^o_{P(U)}\,(f^{-1}(U),f^!_{K^\bullet}(G))$$

$P(U)$ désignant la famille des fermés de $f^{-1}(U)$ qui sont propres sur U i.e. :

(2.3.2.) $$f_!\, f^!_{K^\bullet}(G)(U) \simeq \varinjlim_{\substack{Q \text{ fermé dans } f^{-1}(U) \\ Q \text{ propre sur } U}} H^o_Q(f^{-1}(U),f^!_{K^\bullet}(G)) \ .$$

Or on déduit immédiatement de la définition de $f^!_{K^\bullet}(G)$ un isomorphisme canonique :

(2.3.3.) $$H^o_Q(f^{-1}(U),f^!_{K^\bullet}(G)) \cong \mathrm{Hom}^\bullet(f_!K^\bullet_Q,G) .$$

Pour définir le morphisme $\Phi_{K^\bullet}$ il suffit donc de définir un morphisme du faisceau A_U dans le système projectif de complexes de faisceaux $f_!K^\bullet_Q$ compatible avec les changements d'ouverts. Mais on a :

$$\mathcal{H}^o(f_!K^\bullet_Q) \cong f_!A_Q$$

et on a évidemment un morphisme canonique de A_U dans le système projectif $f_!A_Q$.

Comme $f^!_{K^\bullet}(G)$ est un complexe de faisceaux flasques (2.2.) le complexe $f_!\ f^!_{K^\bullet}(G)$ est canoniquement isomorphe dans $D(\underline{Y})$ au complexe $Rf_!f^!(G)$. On a donc défini ainsi un morphisme fonctoriel :

(2.3.4.) $$\Phi : Rf_!f^!(G) \to G$$

qui ne dépend pas de la résolution $K^\bullet$ choisie.

3. Théorème de dualité.

On suppose toujours que le foncteur $f_!$ est de dimension cohomologique finie. Soient $F \in ob(D^-(\underline{X}))$ et $G \in ob(D^+(\underline{Y}))$. Le foncteur $Rf_! : D(\underline{X}) \to D(\underline{Y})$ définit un morphisme de bifoncteurs à valeurs dans $D^+(Ab)$:

(3.1.) $$\underline{\mathrm{Hom}}^\bullet(F,f^!(G)) \to \underline{\mathrm{Hom}}^\bullet(Rf_!(F),Rf_!(f^!(G))) .$$

En utilisant le morphisme $\Phi : Rf_!f^!(G) \to G$ (2.3.4.), on obtient un morphisme de foncteurs :

(3.2.) $$\Delta : \underline{\mathrm{Hom}}^\bullet(F,f^!(G)) \to \underline{\mathrm{Hom}}^\bullet(Rf_!(F),G)$$

et en localisant sur Y un morphisme :

(3.3.) $$\Delta' : Rf_* \underline{\mathcal{H}om}^\bullet(F, f^!(G)) \to \underline{\mathcal{H}om}^\bullet(Rf_! F, G)$$

<u>Théorème</u> : Les morphismes Δ et Δ' sont des isomorphismes.

<u>Démonstration</u> : Il suffit de montrer que Δ est un isomorphisme car alors, par localisation sur Y on en déduit que Δ' est un isomorphisme. La démonstration se fait en trois pas :

a) Δ <u>est un isomorphisme lorsque</u> $F = A_V$ (V <u>ouvert de</u> X)

En effet soit G un objet de $I^+(\underline{Y})$. Le complexe $\underline{Hom}^\bullet(A_V, f^!(G))$ est isomorphe dans $D(Ab)$ au complexe :

$$Hom^\bullet(A_V, \underline{I}f^!_{K^\bullet}(G)) \qquad (\underline{I}f_{K^\bullet}(G) \text{ est une résolution injective de } f_{K^\bullet}(G))$$

Mais, comme $f^!_{K^\bullet}(G)$ est un complexe de faisceaux flasques, le morphisme canonique :

$$Hom^\bullet(A_V, f^!_{K^\bullet}(G)) \to Hom^\bullet(A_V, \underline{I}f^!_{K^\bullet}(G))$$

est un quasi-isomorphisme. Or, par définition de $f^!_{K^\bullet}$, on a :

$$Hom^\bullet(A_V, f^!_{K^\bullet}(G)) = Hom^\bullet(f_! K^\bullet_V, G)$$

complexe canoniquement isomorphe dans $D(Ab)$ au complexe $\underline{Hom}^\bullet(Rf_! A_V, G)$. On a donc exhibé un isomorphisme :

$$\underline{Hom}^\bullet(A_V, f^!(G)) \xrightarrow{\sim} \underline{Hom}^\bullet(Rf_!(A_V), G) .$$

Encore faut-il démontrer que cet isomorphisme n'est autre que Δ. La démonstration de cette assertion se fait en calquant les arguments classiques sur les foncteurs adjoints.

b) Δ' <u>est un isomorphisme lorsque</u> $F = \coprod_i A_{V_i}$.

Se déduit de (a) en utilisant le fait que les $R^q f_!$ commutent aux sommes directes (1.3).

c) Cas général : On prend une résolution $M^{\bullet} \to F$ par un complexe

$$M^{\bullet} = \dots M^{j} \to M^{j+1} \to \dots \quad (M^{j} = 0 \text{ pour } j \text{ grand})$$

où les M^{j} sont de la forme A_{V_i}. On a alors deux suites spectrales convergentes :

$$'E_1^{p,q} = \mathrm{Ext}^q(M^{-p}, f^!(G)) \Rightarrow \mathrm{Ext}^{p+q}(M^{\bullet}, f^!(G))$$

$$''E_1^{p,q} = \mathrm{Ext}^q(Rf_!(M^{-p}), G) \Rightarrow \mathrm{Ext}^{p+q}(Rf_!(M^{\bullet}), G),$$

(la deuxième suite spectrale converge car le foncteur $f_!$ est de dimension cohomologique finie)

et un morphisme de suite spectrale :

$$\Delta_1^{pq} : \mathrm{Ext}^q(M^{-p}, f^!(G)) \to \mathrm{Ext}^q(Rf_!(M^{-p}), G).$$

Ce morphisme est un isomorphisme d'après (b).

4. Faisceaux constructibles.

Soit $\underline{A}$ une catégorie et $(N_i,\ i \in I)$ un système projectif d'objets de $\underline{A}$ indexé par un ensemble filtrant décroissant. Le système projectif $(N_i,\ i \in I)$ sera dit essentiellement constant si le pro-objet qu'il définit [7] est isomorphe à un objet de $\underline{A}$. Lorsque $\underline{A}$ est abélienne, cette condition est équivalente à la conjonction des deux conditions suivantes :

(EC 1) Le système N_i vérifie les conditions de Mittag-Leffler.

(EC 2) Il existe un $i_o \in I$ tel que pour tout $i_1 < i_o$, il existe un $i_2 < i_1$ tel que le morphisme :

$$\ker(N_{i_2} \to N_{i_1}) \to \ker(N_{i_2} \to N_{i_o})$$

soit un isomorphisme.

Les systèmes projectifs essentiellement constants sont inoffensifs. Ils ont des limites projectives. Tout foncteur transforme les systèmes essentiellement constants en systèmes essentiellement constants et commute aux limites projectives des systèmes essentiellement constants.

Soit $\underline{A}'$ une sous-catégorie pleine de $\underline{A}$. Un système projectif à valeurs dans $\underline{A}$ est dit essentiellement de type $\underline{A}'$ si le pro-objet qu'il définit est isomorphe à un pro-objet défini par un système projectif à valeurs dans $\underline{A}'$. Lorsque $\underline{A}$ est abélienne et que $\underline{A}'$ est une sous-catégorie épaisse de $\underline{A}$ [8], un système projectif (N_i) est essentiellement de type $\underline{A}'$ si et seulement si pour tout $i_o \in I$, il existe un $i_1 < i_o$ tel que l'objet $\mathrm{Im}(N_{i_1} \to N_{i_o})$ appartienne à $\underline{A}'$.

On utilisera pour les systèmes inductifs la même terminologie.

Soit X un espace localement compact tel que la cohomologie à support compact soit de dimension finie. On suppose dans la suite que l'anneau A est noethérien. Un objet F de $D^b(\underline{X})$ sera dit cohomologiquement constructible s'il possède les propriétés suivantes :

(CC1) Pour tout point x de X et tout entier q, les systèmes inductifs $H^q(V,F)$ (hypercohomologie), V voisinage de x , sont essentiellement constants.

(CC2) Pour tout point $x \in X$ et tout entier q, les systèmes projectifs $H^q_c(V,F)$, V voisinage ouvert de x, sont essentiellement constants.

(CC3) Pour tout point $x \in X$ et tout entier q les systèmes inductifs $H^q(V,F)$, V voisinage de x, sont essentiellement de type fini.

(CC4) Pour tout point $x \in X$ et tout entier q les systèmes projectifs $H^q_c(V,F)$, V voisinage ouvert de x, sont essentiellement de type fini.

(CC5) Pour tout point $x \in X$ et tout entier q , les A-modules $\mathcal{H}^q(F)_x$ (fibre en x du faisceau $\mathcal{H}^q(F)$) sont de type fini.

(CC6) Pour tout $x \in X$ et tout entier q, les A-modules $\mathcal{H}^q_{\{x\}}(F)$

(q-ème groupe d'hyper-cohomologie à support dans $\{x\}$) sont de type fin.

(CC7) Pour tout $x \in X$ et tout entier q, le morphisme canonique :

$$\mathcal{H}^q_{\{x\}}(F) \to \varprojlim_{x \in V} H^q_c(V,F)$$

est un isomorphisme.

(CC8) Pour tout couple $P \subset Q$ de sous-espaces de X tel que $\overline{P}$ soit compact et contenu dans l'intérieur de Q, l'image du morphisme

$$H^q(Q,F) \to H^q(P,F)$$

est, pour tout entier q, de type fini.

(CC9) Pour tout couple $V' \subset V$ d'ouverts de X tel que $\overline{V'}$ soit compact et contenu dans V et pour tout entier q, l'image du morphisme $H^q_c(V',F) \to H^q_c(V,F)$ est de type fini.

Ces propriétés ont été considérées par différents auteurs dans l'étude des variétés cohomologiques. Parmi les nombreuses implications qu'il y a entre ces propriétés les plus frappantes sont les suivantes :

Proposition : Lorsque tout point de X admet un système fondamental dénombrable de voisinages, les propriétés (CC5), (CC6) et (CC2) entraînent toutes les autres. Lorsque de plus A est artinien les propriétés (CC5), (CC6) et (CC1) entraînent toutes les autres.

Nous renvoyons pour la démonstration à la bibliographie.

Un espace localement compact sera dit cohomologiquement A-constructible si la cohomologie à supports compacts y est de dimension finie et si le faisceau constant A est cohomologiquement constructible. Tout espace localement compact localement isomorphe à un ouvert d'un polyèdre fini est cohomologiquement A-constructible.

5. Propriété du foncteur $f^!$.

Nous nous contenterons de citer un théorème qui précise l'analogie signalée dans l'introduction. Une application $f : X \to Y$ est dite submersive si localement sur Y et sur X elle est isomorphe à la projection d'un produit de deux espaces sur son deuxième facteur. Elle est dite cohomologiquement constructible si pour tout point $y \in Y$, la fibre $f^{-1}(y)$ est cohomologiquement A-constructible.

Théorème : Lorsque f est submersive et cohomologiquement constructible, il existe un isomorphisme naturel :

$$(5.1.) \qquad f^!(G) \xrightarrow{\sim} f^*(G) \overset{L}{\otimes} f^!(A) \qquad G \in ob(D^+(\underline{Y})) .$$

Lorsque de plus f est la projection d'un produit sur son deuxième facteur, on a un isomorphisme naturel :

$$\begin{array}{ccc} Z & \xleftarrow{pr} & Z \times Y \\ g \downarrow & & f \downarrow \\ \{e\} & \longleftarrow & Y \end{array}$$

$$(5.2.) \qquad f^!(A) \xleftarrow{\sim} pr^* g^!(A) .$$

Le foncteur $\overset{L}{\otimes}$ de la formule (5.1.) est le produit tensoriel total de complexes de faisceaux. On prend une résolution $P \to f^!(A)$ du complexe $f^!(A)$ par un complexe dont les objets sont plats i.e. dont les fibres sont des A-modules plats. On forme alors le complexe simple associé au double complexe $f^*(G) \otimes P$. Le complexe obtenu ne dépend pas, à isomorphisme canonique près dans $D(\underline{X})$, de la résolution choisie.

BIBLIOGRAPHIE

[1] M. ARTIN et A. GROTHENDIECK - S.G.A.A. 63-64. Exposés à paraître sur la dualité. I.H.E.S.

[2] J.-L. VERDIER - A duality theorem in the etale cohomology of schemes. Lecture notes. Summer Institute on Algebraic Geometry. Woods Hole 1964.

[3] A. BOREL - The Poincaré duality in generalized manifolds. Michigan Math. J., vol. 4 (1957), pp. 227-239.

[4] A. BOREL et J. C. MOORE - Homology theory for locally compact spaces. Michigan Math. J., vol. 7 (1960), pp. 137-159.

[5] J.-L. VERDIER - Catégories dérivées. Quelques résultats. Notes multigraphiées de l'I.H.E.S.

[6] R. GODEMENT - Théorie des faisceaux. Actualités scientifiques et industrielles 1252. Hermann, Paris.

[7] A. GROTHENDIECK - Technique de descente II. Séminaire Bourbaki 1959/60, n° 195.

[8] A. GROTHENDIECK - Sur quelques points d'algèbre homologique. Tohoku Math. J., vol. 9 (1957), pp. 119-221.

-:-:-:-